

УДК 539.376; 539.42

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ РАСТЯГИВАЕМЫХ СТЕРЖНЕЙ НА ДЛИТЕЛЬНУЮ ПРОЧНОСТЬ ПРИ НАЛИЧИИ АГРЕССИВНОЙ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

А. М. Локощенко, Л. В. Фомин

Институт механики Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова, 119192 Москва, Россия
E-mails: loko@imec.msu.ru, lef1975@rambler.ru

Исследуется длительная прочность растягиваемых стержней, находящихся в агрессивной окружающей среде. Проведен анализ зависимости времени до разрушения стержней от формы их поперечного сечения. Показано, что влияние агрессивной среды на длительную прочность стержней определяется диффузией ее элементов в материал стержня, приводящей к уменьшению его длительной прочности. С использованием приближенного метода решения уравнения диффузии с учетом движения диффузионного фронта исследован процесс диффузии агрессивной окружающей среды в стержень. С помощью кинетической теории Работнова рассмотрены стержни с различной формой поперечного сечения. Показано, что при одном и том же значении растягивающего напряжения минимальное время до разрушения имеет стержень с круговым сечением.

Ключевые слова: стержни, длительная прочность, время до разрушения, поврежденность, агрессивная окружающая среда, диффузионный фронт.

DOI: 10.15372/PMTF20160505

Введение. Высокие требования, предъявляемые к качеству и надежности конструкций, в течение длительного времени находящихся в нагруженном состоянии при высокой температуре, обуславливают необходимость прогнозирования долговечности их работы. Важным фактором, существенно влияющим на характеристики ползучести и длительной прочности металлов, является рабочая среда, в которой находятся исследуемые конструкции или их элементы. Из результатов экспериментов следует, что при воздействии таких сред эксплуатационные характеристики металлов значительно ухудшаются. В работе [1] выполнен подробный анализ механического поведения металлов, в течение длительного времени находящихся в высокотемпературном нагруженном состоянии в агрессивных средах, и проведено сравнение основных феноменологических подходов, используемых при моделировании влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность.

В данной работе исследуется влияние формы поперечного сечения стержня на концентрацию агрессивной среды в нем и на время до разрушения при одном и том же значении растягивающего напряжения.

Для анализа процесса диффузии агрессивной окружающей среды в стержень используется приближенный метод решения уравнения диффузии с учетом движения диффузионно-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-08-00528).

© Локощенко А. М., Фомин Л. В., 2016

го фронта от поверхности стержня [2, 3]. Применение такого подхода позволяет выделить в поперечном сечении стержня возмущенную область (в которую уже проникла агрессивная среда) и невозмущенную область, а затем проследить движение границы между этими областями.

1. Одномерное уравнение диффузии в декартовых координатах. Рассмотрим процесс проникания элементов окружающей среды в длинный стержень с сечением в форме узкого прямоугольника. Предполагается, что длина прямоугольника значительно больше его ширины H , поэтому будем рассматривать стержень, поперечное сечение которого представляет собой полосу, имеющую бесконечную длину и ширину H . Таким образом, решается одномерная задача о диффузии окружающей среды в стержень. Полагается, что в начальный момент времени концентрация c среды в материале стержня равна нулю, на боковых поверхностях стержня концентрация c считается постоянной и равной c_0 . Введем следующие безразмерные переменные:

$$\bar{y} = \frac{2}{H} y, \quad \bar{t} = \frac{48D_0}{H^2} t, \quad \bar{c} = \frac{c}{c_0}, \quad \bar{l} = \frac{2l}{H}. \quad (1)$$

Здесь y — пространственная координата, изменяющаяся в направлении, перпендикулярном боковым поверхностям стержня ($y = 0$ на срединной линии поперечного сечения); t — время; $D_0 = \text{const}$ — коэффициент диффузии агрессивной окружающей среды в материале стержня; l — координата диффузионного фронта. Далее в п. 1 черта над безразмерными величинами опускается. В силу симметрии задачи по координате y рассматривается половина сечения стержня $y \geq 0$. Уравнение одномерной диффузии в переменных (1) принимает вид

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{12} \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}, \quad 0 \leq t < \infty, \quad 0 < y < 1. \quad (2)$$

Начальное и граничные условия имеют следующий вид (на границе раздела металла и окружающей среды предполагается скачок концентрации):

$$c(y, 0) = 0, \quad c(1, t) = 1, \quad \frac{\partial c}{\partial y}(0, t) = 0. \quad (3)$$

Точное решение уравнения (2) с условиями (3) может быть представлено в виде ряда [4]

$$c_e(y, t) = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \exp\left(-\frac{(2k+1)^2 \pi^2 t}{48}\right) \sin \frac{(2k+1)\pi y}{2}. \quad (4)$$

Далее используется выражение для интегральной средней в поперечном сечении стержня концентрации агрессивной среды $c_m(t)$:

$$c_m(t) = \int_0^1 c(y, t) dy.$$

С учетом выражения (4) выражение для средней концентрации среды в стержне принимает вид

$$c_m(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \exp\left(-\frac{(2k+1)^2 \pi^2 t}{48}\right). \quad (5)$$

На рис. 1 сплошной линией показана зависимость средней концентрации c_m , рассчитанной по формуле (5), от времени. Поскольку аналитическое исследование задачи с использованием (4) затруднено, построим приближенное решение, которое удовлетворяет

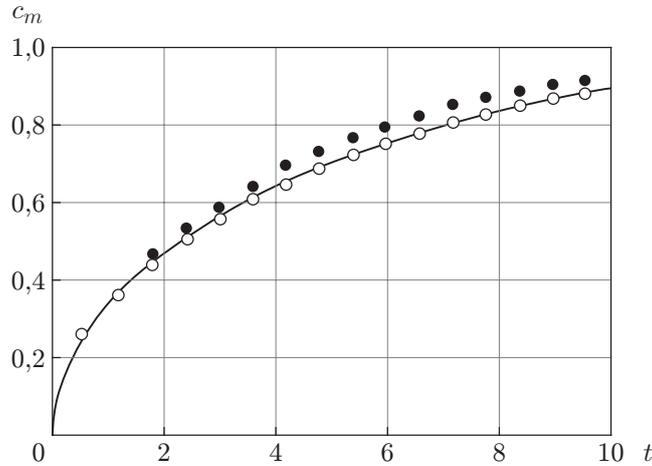


Рис. 1. Зависимость интегральной средней концентрации c_m от времени t : сплошная линия — точное решение уравнения диффузии, темные точки — приближенное решение, полученное с использованием квадратичной зависимости $c(y)$, светлые — приближенное решение, полученное с использованием кубической зависимости $c(y)$

начальному и граничным условиям (3) в точной постановке, а уравнению диффузии — интегрально. Поперечное сечение стержня разделяется на невозмущенную и возмущенную области, и исследуется движение границы между этими областями — движение диффузионного фронта $l(t)$.

При построении приближенного решения уравнения диффузии рассматриваются две стадии движения. На первой стадии диффузионные фронты l движутся от боковых поверхностей стержня к его середине. Началу второй стадии соответствует момент соединения этих двух фронтов (при $t = t_0$). На второй стадии концентрация $c(y, t)$ отлична от нуля в любой точке сечения y и с увеличением времени t увеличивается.

Зависимость концентрации c от поперечной координаты стержня y на каждой стадии диффузионного процесса сначала зададим в виде многочлена второй степени, удовлетворяющего начальному и граничным условиям [2, 3]:

$$c(y, t) = \begin{cases} [1 - (1 - y)/(1 - l(t))]^2, & l(t) < y \leq 1, & 0 < t \leq t_0, \\ 0, & 0 \leq y \leq l(t), & 0 < t \leq t_0, \\ B(t) + [1 - B(t)]y^2, & t \geq t_0. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь координата диффузионного фронта удовлетворяет равенству $l(t_0) = 0$; $B(t)$ — концентрация в центре поперечного сечения стержня при $t \geq t_0$.

Неизвестные зависимости $l(t)$ и $B(t)$ определяются из условия

$$\int_0^1 \left(\frac{\partial c}{\partial t} - \frac{1}{12} \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) dy = 0. \quad (7)$$

В (7) отсутствует знак модуля подынтегрального выражения, так как согласно [5] в этом случае различие полученного приближенного решения уравнения диффузии и точного решения составляет несколько процентов. Подставляя (6) в (7), получаем зависимости координаты диффузионного фронта l и концентрации B от времени t :

$$l = 1 - \sqrt{t}, \quad B = 1 - e^{-0,25(t-t_0)}. \quad (8)$$

Из граничного условия $l(t_0) = 0$ определяется время: $t_0 = 1$.

Используя соотношения (8), из (6) получаем выражение для $c(y, t)$:

$$c(y, t) = \begin{cases} (1 - (1 - y)/\sqrt{t})^2, & 1 - \sqrt{t} < y \leq 1, \quad 0 < t \leq 1, \\ 0, & 0 \leq y \leq l(t), \quad 0 < t \leq 1, \\ 1 - (1 - y^2)e^{0,25(t-1)}, & t \geq 1. \end{cases}$$

Далее при исследовании влияния агрессивной среды на время до разрушения стержня используется интегральная средняя в объеме стержня концентрация $c_m(t)$:

$$c_m(t) = \begin{cases} \sqrt{t}/3, & 0 \leq t \leq 1, \\ 1 - (2/3)e^{-0,25(t-1)}, & t \geq 1. \end{cases} \quad (9)$$

Если зависимость концентрации c от координаты поперечного сечения стержня y задать в виде многочлена третьей степени, то соотношение для интегральной средней в сечении стержня концентрации примет вид [5]

$$c_m(t) = \begin{cases} \sqrt{t}/3, & 0 \leq t \leq t_0 = 1, \\ 1 - 0,811F_1(t) - 0,055F_2(t), & t > t_0, \\ F_1(t) = e^{-0,204t}, & F_2(t) = e^{-2,683t}. \end{cases}$$

На рис. 1 приведены зависимости $c_m(t)$, полученные с использованием квадратичной (темные точки) и кубической (светлые точки) зависимостей $c(y)$.

В качестве меры погрешности приближенного решения $c(y, t)$ уравнения диффузии можно принять следующую величину:

$$\delta(t) = \left(\int_0^1 (c(y, t) - c_e(y, t))^2 dy \right)^{1/2}.$$

На рис. 2 приведена зависимость погрешности приближенного решения от времени $\delta(t)$. Из приведенных результатов следует, что при построении приближенного решения правомерно использовать равенство (7).

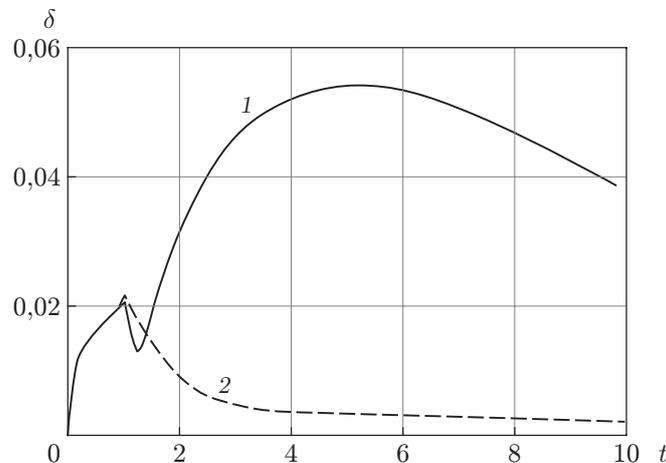


Рис. 2. Погрешность решения уравнения диффузии $\delta(t)$:

- 1 — погрешность решения, полученного с использованием квадратичной зависимости $c(t)$,
 2 — погрешность решения, полученного с использованием кубической зависимости $c(t)$

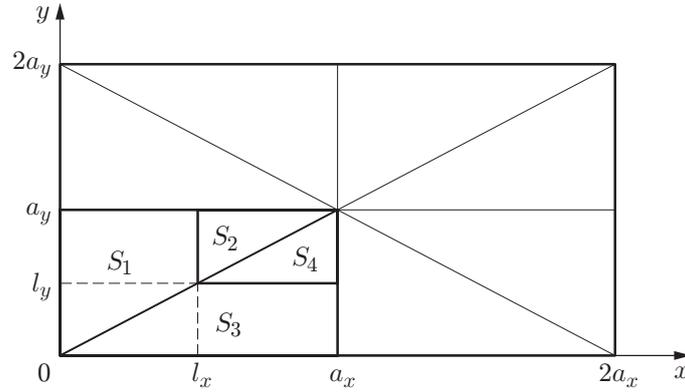


Рис. 3. Диффузионные фронты в поперечном сечении стержня: S_1, S_3 — возмущенные области, S_2, S_4 — невозмущенные области

2. Двумерное уравнение диффузии в декартовых координатах. В работе [6] рассмотрена задача о диффузии агрессивной среды в длинный стержень с прямоугольным сечением, длины сторон которого $2a_x$ и $2a_y$ ($2a_x \ll L, 2a_y \ll L$) имеют одинаковый порядок, L — длина стержня (рис. 3). Совместим начало координат с угловой точкой сечения стержня и направим оси координат x и y вдоль сторон сечения. В этом случае рассматриваемая область определяется системой неравенств $0 \leq x \leq 2a_x, 0 \leq y \leq 2a_y$.

Концентрация элементов среды $c(x, y, t)$ удовлетворяет параболическому уравнению диффузии

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_0 \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right). \tag{10}$$

В начальный момент времени концентрация элементов в стержне принимается равной нулю:

$$c(x, y, 0) = 0. \tag{11}$$

С учетом симметрии можно рассматривать только 1/4 области ($0 \leq x \leq a_x, 0 \leq y \leq a_y$). В этом случае граничные условия записываются в следующем виде:

$$c(0, y, t) \equiv c(x, 0, t) = c_0, \quad \frac{\partial c}{\partial x}(a_x, y, t) = \frac{\partial c}{\partial y}(x, a_y, t) = 0. \tag{12}$$

Точное решение уравнения диффузии (10), удовлетворяющее начальному условию (11) и граничным условиям (12), можно представить в виде ряда

$$c_e(x, y, t) = c_0 - \frac{16c_0}{\pi^2} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \exp \left(- \frac{(2n+1)^2 \pi^2 D_0}{4a_x^2} t \right) \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2a_x} \right] \times \\ \times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \exp \left(- \frac{(2n+1)^2 \pi^2 D_0}{4a_y^2} t \right) \cos \frac{(2n+1)\pi y}{2a_y} \right].$$

Построим приближенное решение задачи (10)–(12) в виде полинома второй степени по пространственным координатам.

Рассматриваются две стадии диффузионного процесса. Полагается, что на первой стадии в направлениях, перпендикулярных осям x и y , от границ поперечного сечения стержня к его середине движутся диффузионные фронты $l_x(t)$ и $l_y(t)$, разделяющие поперечное

сечение на возмущенную и невозмущенную области. Предположим, что невозмущенная область подобна исходной области, т. е. имеет место следующее соотношение:

$$\frac{l_y(t)}{l_x(t)} \equiv \frac{a_y}{a_x} = \alpha. \quad (13)$$

Решение уравнений (10)–(12) на первой стадии представляется в виде полинома второй степени относительно координат x , y с зависящими от времени коэффициентами:

$$c(x, y, t) = \begin{cases} c_x(x, t) = A_0 + A_1x/l_x(t) + A_2(x/l_x(t))^2 & \text{в } S_1, \\ c_x(x, t) = 0 & \text{в } S_2, \\ c_y(y, t) = A_0 + A_1y/l_y(t) + A_2(y/l_y(t))^2 & \text{в } S_3, \\ c_y(y, t) = 0 & \text{в } S_4. \end{cases} \quad (14)$$

Здесь S_1, \dots, S_4 — области рассматриваемой 1/4 сечения S ($0 \leq x \leq a_x$, $0 \leq y \leq a_y$) (см. рис. 3):

$$\begin{aligned} S_1: & \quad 0 \leq x < l_x(t), \quad \alpha x \leq y \leq a_y, & S_2: & \quad l_x(t) \leq x \leq a_x, \quad \alpha x \leq y \leq a_y, \\ S_3: & \quad 0 \leq y < l_y(t), \quad y/\alpha < x \leq a_x, & S_4: & \quad l_y(t) \leq y \leq a_y, \quad y/\alpha < x \leq a_x, \\ & & & S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4. \end{aligned}$$

Коэффициенты A_0 , A_1 , A_2 определяются из начального и граничных условий (11), (12) и условий

$$c_x(l_x, t) = 0, \quad \frac{\partial c_x}{\partial x}(l_x, t) = 0, \quad c_y(l_y, t) = 0, \quad \frac{\partial c_y}{\partial y}(l_y, t) = 0.$$

В результате функции $c_x(x, t)$ и $c_y(y, t)$ можно записать в следующем виде:

$$c_x(x, t) = c_0 \left(1 - \frac{x}{l_x(t)}\right)^2, \quad c_y(y, t) = c_0 \left(1 - \frac{y}{l_y(t)}\right)^2.$$

Зависимости $l_x(t)$ и $l_y(t)$ определяются из условия

$$\int_S \left[\frac{\partial c}{\partial t} - D_0 \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \right] dx dy = 0, \quad (15)$$

где интеграл берется по 1/4 поперечного сечения стержня S . Используя соотношение (13) и интегрируя выражение (15), можно показать, что изменение положения диффузионных фронтов пропорционально корню квадратному из времени t :

$$l_x = \sqrt{6(1 + 1/\alpha^2)D_0t}, \quad l_y = \sqrt{6(1 + \alpha^2)D_0t}. \quad (16)$$

Это движение происходит вплоть до момента времени t_0 , в который фронты достигают центра сечения. Время t_0 может быть получено из (16) с использованием условия, согласно которому диффузионные фронты достигают середины сечения одновременно вследствие подобия невозмущенной и исходной областей:

$$l_x(t_0) = a_x, \quad l_y(t_0) = a_y, \quad t_0 = a_x^2 [6D_0(1 + 1/\alpha^2)]^{-1}.$$

При $t > t_0$ начинается вторая стадия диффузионного процесса, при этом приближенное решение задачи может быть представлено в следующем виде:

$$c(x, y, t) = \begin{cases} c_x(x, t) = \hat{A}_0(t) + \hat{A}_1(t)x/a_x + \hat{A}_2(t)(x/a_x)^2 & \text{в } S_1 + S_2, \\ c_y(y, t) = \hat{A}_0(t) + \hat{A}_1(t)y/a_y + \hat{A}_2(t)(y/a_y)^2 & \text{в } S_3 + S_4. \end{cases}$$

Для вычисления неизвестных коэффициентов используются граничные условия (12) и интегральное условие (15):

$$\begin{aligned} \hat{A}_0(t) &= c_0, & \hat{A}_1(t) &= -2\hat{A}_2(t), \\ \frac{d\hat{A}_2(t)}{\hat{A}_2(t)} &= -\frac{2}{a_x^2} \left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right) D_0 dt, & t \geq t_0, & \hat{A}_2(t_0) = c_0. \end{aligned} \quad (17)$$

Интегрируя (17) при $t \geq t_0$, получаем

$$\begin{aligned} \hat{A}_2(t) &= c_0 q(t), & q(t) &= \exp \left[-\frac{2}{a_x^2} \left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right) D_0 (t - t_0) \right], \\ c(x, y, t) &= \begin{cases} c_0 [1 - (x/a_x - (x/a_x)^2) q(t)] & \text{в } S_1 + S_2, \\ c_0 [1 - (y/a_y - (y/a_y)^2) q(t)] & \text{в } S_3 + S_4. \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

С использованием (18) для интегральной средней концентрации получаем следующее выражение:

$$\bar{c}_m(\hat{t}) = \begin{cases} (4\sqrt{\hat{t}} - \hat{t})/6, & 0 < \hat{t} \leq 1, \\ 1 - e^{-(\hat{t}-1)/3}/2, & \hat{t} > 1, \end{cases} \quad \hat{t} = \frac{6D_0(\alpha^2 + 1)}{a_x^2 \alpha^2} t. \quad (19)$$

3. Уравнение диффузии в осесимметричной постановке. Ниже рассматривается осесимметричная задача о диффузии элементов окружающей среды в цилиндрический стержень радиусом R . В начальный момент времени концентрация c агрессивной среды в стержне считается равной нулю, а на боковых поверхностях стержня — постоянной и равной значению c_0 . Введем следующие безразмерные переменные:

$$\tilde{r} = \frac{r}{R}, \quad \tilde{t} = \frac{D_0}{R^2} t$$

(r — расстояние от оси цилиндра до произвольной точки). В этих переменных уравнение диффузии принимает вид

$$\frac{\partial \bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t})}{\partial \tilde{t}} = \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \tilde{r}} \right), \quad \bar{c}(\tilde{r}, 0) = 0, \quad \bar{c}(1, \tilde{t}) = 1, \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial \tilde{r}}(0, \tilde{t}) = 0. \quad (20)$$

Точное решение задачи (20) имеет вид [7]

$$\bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t}) = 1 - 2 \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{J_0(\mu_j \tilde{r})}{\mu_j J_1(\mu_j)} e^{-\mu_j^2 \tilde{t}},$$

где $J_0(\tilde{r})$, $J_1(\tilde{r})$ — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно; μ_j ($j = 1, 2, \dots$) — положительные корни уравнения $J_0(\mu_j) = 0$.

При получении приближенного решения уравнения (20) введем координату $\tilde{l}(\tilde{t})$ диффузионного фронта ($\tilde{l}(0) = 1$, $\tilde{l}(\tilde{t}_0) = 0$) и рассмотрим две стадии диффузионного процесса ($\tilde{l} = l/R$):

$$\bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t}) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \tilde{r} \leq \tilde{l}(\tilde{t}), \quad 0 < \tilde{t} \leq \tilde{t}_0, \\ [(\tilde{r} - \tilde{l}(\tilde{t})) / (1 - \tilde{l}(\tilde{t}))]^2, & \tilde{l}(\tilde{t}) \leq \tilde{r} \leq 1, \quad 0 < \tilde{t} \leq \tilde{t}_0, \\ B(\tilde{t}) + (1 - B(\tilde{t})) \tilde{r}^2, & 0 \leq \tilde{r} \leq 1, \quad \tilde{t} > \tilde{t}_0. \end{cases} \quad (21)$$

Определим функции $\tilde{l}(\tilde{t})$ и $\bar{c}(0, \tilde{t}) = B(\tilde{t})$ из условия

$$\int_0^1 \left[\frac{\partial \bar{c}}{\partial \tilde{t}} - \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \tilde{r}} \right) \right] \tilde{r} d\tilde{r} = 0. \quad (22)$$

Подставляя (21) в (22), определяем функции $\tilde{l}(\tilde{t})$ и $B(\tilde{t})$, а затем — концентрацию $\bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t})$. Из системы уравнений (21), (22) получаем следующие зависимости координаты диффузионного фронта \tilde{l} и концентрации в центре стержня B от времени \tilde{t} :

$$\tilde{t} = \frac{(1 - \tilde{l})^2(2 + \tilde{l})}{36}, \quad B(\tilde{t}) = 1 - e^{-8(\tilde{t} - \tilde{t}_0)}, \quad \tilde{t}_0 = \frac{1}{18}.$$

Для интегральной средней концентрации $\bar{c}_m(\tilde{t})$ получаем выражение

$$\bar{c}_m(\tilde{t}) = 2 \int_0^1 \bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t}) \tilde{r} d\tilde{r} = \begin{cases} (1 - \tilde{l})(3 + \tilde{l})/6, & 0 \leq \tilde{t} \leq 1/18, \\ 1 - e^{-8(\tilde{t} - 1/18)}/2, & \tilde{t} > 1/18. \end{cases} \quad (23)$$

4. Сравнение характеристик диффузионных процессов для различных форм поперечного сечения стержня. Рассмотрим стержни, поперечные сечения которых имеют различную форму, а размеры удовлетворяют равенствам

$$H = 2a_y = 2R, \quad (24)$$

например, стержни из α -Fe, находящиеся в водородной среде при температуре, равной 500 °С. В этом случае коэффициент диффузии в материале стержня равен $D_0 = 1,02 \text{ мм}^2/\text{мин}$ [8], характерный размер поперечного сечения (24) примем равным 10 мм. На рис. 4 приведена зависимость интегральной средней концентрации среды \bar{c}_m от времени t для различных форм поперечного сечения. Для $\bar{c}_m(t)$ используется зависимость (9) в случае бесконечной полосы, (19) — в случаях прямоугольника и квадрата, (23) — в случае круга. Из рис. 4 следует, что при выполнении равенства (24) диффузионный процесс происходит быстрее в стержнях с круговым поперечным сечением. Представляет интерес оценить момент времени, в который интегральная средняя концентрация среды в стержнях с различной формой поперечного сечения c_m составляет 50 % концентрации внешней агрессивной среды. Из рис. 4 также следует, что этот момент времени находится в диапазоне 1,5 ÷ 4,5 мин.

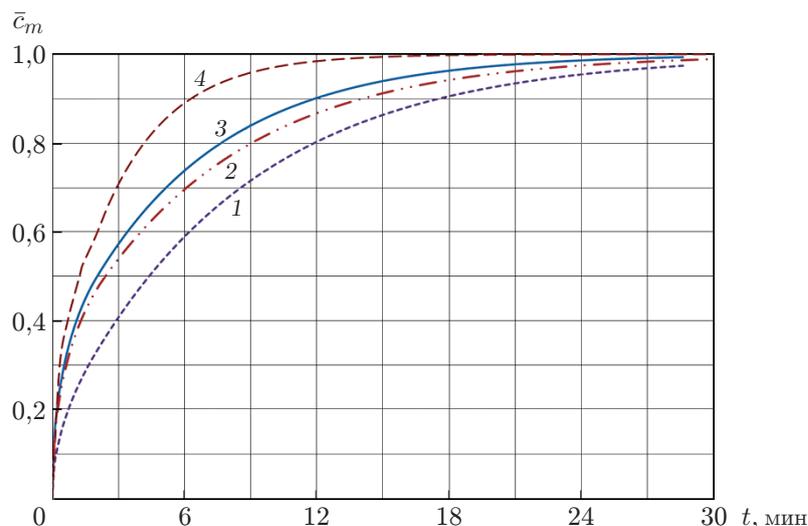


Рис. 4. Зависимость интегральной средней концентрации среды от времени для стержней с различной формой поперечного сечения:

1 — бесконечная полоса толщиной 10 мм, 2 — прямоугольник размерами 12 × 10 мм, 3 — квадрат размерами 10 × 10 мм, 4 — круг радиусом $R = 5$ мм

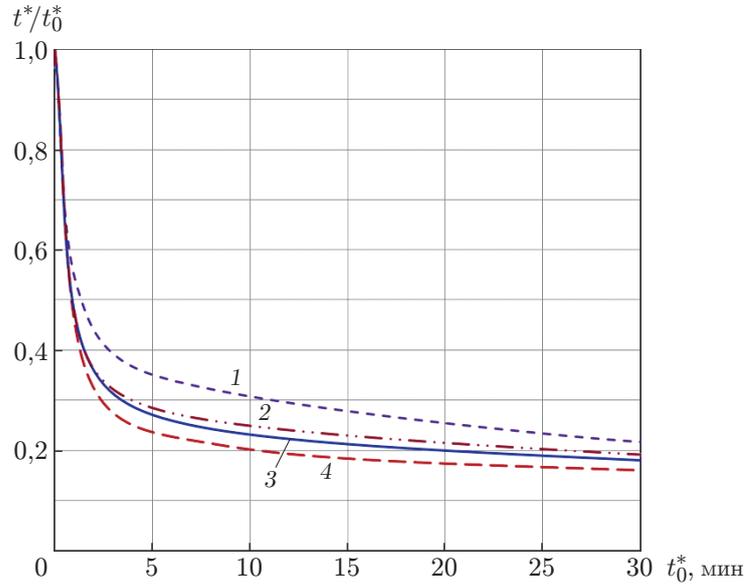


Рис. 5. Зависимость времени до разрушения при наличии агрессивной среды от времени до разрушения при ее отсутствии для стержней с различной формой поперечного сечения (обозначения те же, что на рис. 4)

5. Длительная прочность растягиваемых стержней в агрессивной среде.

В соответствии с кинетической теорией Работнова [9] рассмотрим уравнение, в котором скорость накопления поврежденности зависит от растягивающего напряжения σ_0 и интегральной средней концентрации агрессивной среды \bar{c}_m :

$$\frac{d\omega}{dt} = A \left(\frac{\sigma_0}{1 - \omega(t)} \right)^n f(\bar{c}_m(t)), \quad \omega(0) = 0, \quad \omega(t^*) = 1. \tag{25}$$

Здесь $f(\bar{c}_m)$ — возрастающая функция, удовлетворяющая равенству $f(0) = 1$; t^* — время до разрушения стержня. Интегрируя (25), можно получить зависимость между временем до разрушения при отсутствии агрессивной среды t_0^* и временем до разрушения при наличии агрессивной среды t^* :

$$t_0^* = [(n + 1)A\sigma_0^n]^{-1} = \int_0^{t^*} f(\bar{c}_m(t)) dt. \tag{26}$$

Рассмотрим линейную зависимость $f(\bar{c}_m)$:

$$f(\bar{c}_m) = 1 + a\bar{c}_m. \tag{27}$$

Подставляя полученные ранее зависимости $\bar{c}_m(t)$ в (27), а затем при $a = 9,5$ [10, 11] — в (26), получаем времена до разрушения стержней с различной формой поперечного сечения, находящихся в агрессивной среде. Из рис. 5 следует, что при выполнении условия (24) минимальное время до разрушения имеет стержень с круговым поперечным сечением.

Заключение. На основе кинетической теории Работнова с двумя структурными параметрами (поврежденность материала и концентрация элементов агрессивной окружающей среды) определена длительная прочность растягиваемых стержней с различной формой поперечного сечения, находящихся в агрессивной среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Локощенко А. М.** Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах (обзор) // Физ.-хим. механика материалов. 2001. № 4. С. 27–41.
2. **Локощенко А. М.** Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 2000.
3. **Локощенко А. М.** Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. М.: Моск. гос. индустр. ун-т, 2007.
4. **Будак Б. М.** Сборник задач по математической физике / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. М.: Гостехтеоретиздат, 1956.
5. **Кулагин Д. А., Локощенко А. М.** Анализ влияния окружающей среды на длительную прочность с помощью вероятностного подхода // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2001. № 1. С. 124–133.
6. **Кулагин Д. А.** Метод приближенного решения двумерного уравнения диффузии // Тр. 3-го Междунар. семинара “Современные проблемы прочности”, Старая Русса, 20–24 сент. 1999 г., Великий Новгород: Новгор. гос. ун-т, 1999. Т. 2. С. 114–117.
7. **Смирнов М. М.** Задачи по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1968.
8. **Гельд П. В.** Водород в металлах и сплавах / П. В. Гельд, Р. А. Рябов. М.: Металлургия, 1974.
9. **Работнов Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
10. **Одинг И. А., Фридман З. Г.** Роль поверхностных слоев при длительном разрушении металлов в условиях ползучести // Завод. лаб. 1959. Т. 25, № 3. С. 329–332.
11. **Фомин Л. В.** Описание длительной прочности растягиваемых стержней прямоугольного и круглого поперечных сечений в высокотемпературной воздушной среде // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2013. № 3. С. 87–97.

*Поступила в редакцию 5/V 2015 г.,
в окончательном варианте — 11/I 2016 г.*
