УДК 533.6.07+533.6.011.72

## НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПСЕВДОСКАЧОК В УДАРНОЙ ТРУБЕ

Ю. П. Гунько, И. Н. Кавун

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия E-mails: gounko@itam.nsc.ru, i\_k@list.ru

Проведено численное моделирование нестационарного осесимметричного течения в ударной трубе, возникающего в процессе отражения сильной ударной волны, падающей на концевой торец трубы в условиях, при которых вслед за отраженной ударной волной возникает цепочка ударных волн, аналогичная псевдоскачку в стационарных течениях. Условия, при которых формируется такое течение, исследованы недостаточно. Такое исследование течения проведено для ударной трубы, в которой формируется падающая ударная волна, движущаяся со скоростью, соответствующей числу Маха M = 2,6. Численный расчет выполнен с использованием осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса и SST- $(k-\omega)$ -модели турбулентности. Полученные данные сравниваются с известными экспериментальными данными и результатами численных расчетов.

Ключевые слова: ударная труба, распад разрыва, начальная ударная волна, контактный разрыв, отраженная ударная волна, псевдоскачок.

DOI: 10.15372/PMTF20200207

Введение. Исследованию процессов, происходящих в ударных трубах, широко используемых для изучения газодинамики ударных волн и обтекания различных тел при больших сверхзвуковых скоростях, посвящено множество теоретических и экспериментальных работ [1, 2]. Простейшая ударная труба, предназначенная для исследования газодинамики ударных волн, представляет собой закрытый с обоих концов длинный канал, разделенный разрушаемой диафрагмой на две камеры. Одна из камер заполняется газом с большим давлением, из другой камеры газ откачивается до очень малого давления. При "мгновенном" разрушении диафрагмы тем или иным способом газы с большим и малым давлением начинают взаимодействовать, вследствие чего образуется газодинамический разрыв и происходит его распад. В результате, во-первых, возникает ударная волна, которая распространяется по газу в камере с малым давлением и за которой появляется течение газа с более высоким давлением; во-вторых, возникает волна разрежения, распространяющаяся в камеру с большим давлением. Поверхность раздела газов (контактный разрыв) перемещается вместе с потоком, возникшим за начальной ударной волной.

Распад газодинамического разрыва обычно рассматривается для одномерного течения невязкого газа в предположении, что начальная ударная волна и контактный разрыв не имеют толщины [1–3]. Аналогично решается задача об отражении ударной волны, падающей на торец камеры малого давления [1, 3]. В численных расчетах течений ударная

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 гг. (код проекта АААА-А17-117030610137-0).

волна "утолщается", а контактный разрыв "размазывается" в продольном направлении на несколько слоев расчетной сетки, скачкообразное изменение параметров сглаживается, контактный разрыв постепенно превращается в "контактный слой" конечной толщины, в котором давление меняется незначительно, а изменения числа Маха и температуры соответствуют сглаженному скачку. В реальных вязких течениях ударная волна и контактный разрыв также "размазываются".

В вязком течении, возникающем за начальной ударной волной, на стенках трубы развивается пограничный слой, и, когда отраженная ударная волна перемещается во встречном потоке, она взаимодействует с этим слоем. При большой интенсивности начальной и соответственно отраженной ударных волн возникает так называемая бифуркация отраженной ударной волны [2, 4, 5] — трехволновая  $\lambda$ -образная конфигурация скачков, характерная для отрыва пограничного слоя, индуцированного прямым скачком. По мере удаления отраженной ударной волны от торца трубы за начальной трехволновой  $\lambda$ -образной конфигурацией скачков образуется цепочка скачков, аналогичная псевдоскачку. Этот процесс рассматривается в работах [5, 6]. В [5] представлены данные экспериментального исследования этого явления в ударной трубе, полученные с помощью оптической визуализации, в [6] — результаты численного моделирования (с решением осредненных по числу Рейнольдса уравнений Навье — Стокса на расчетных сетках с количеством ячеек 100000 ÷ 220000) — определялись параметры псевдоскачковой системы в зависимости от основных параметров ударной трубы. В работах [5, 6] полагалось, что псевдоскачковая система возникает в результате взаимодействия отраженной ударной волны с движущимся навстречу контактным слоем. В то же время, ввиду большого числа параметров, влияющих на образование псевдоскачковой системы в ударных трубах, процесс ее формирования изучен недостаточно.

Постановка задачи. Структура нестационарного осесимметричного течения, в котором образуется псевдоскачковая система ударных волн, исследуется с использованием численного моделирования течения в ударной трубе, имеющей камеры высокого и низкого давления. Размеры этих камер соответствуют размерам камер высокого и низкого давления аэродинамической ударной трубы с соплом, представленной в [7, 8]. Ударная труба имеет внутренний диаметр D = 0.08 м, длина камеры высокого давления составляет  $L_{+} = 1,97$  м, камеры низкого давления —  $L_{-} = 7,36$  м. В экспериментах [7, 8] в ударной трубе с закрытым сопловым торцом измерялось давление в трех контрольных точках: на заднем торце камеры высокого давления (точка  $x_{p1}$ , расположенная на расстоянии 1,97 м от диафрагмы), в середине камеры низкого давления (точка  $x_{p2}$ , расположенная на расстоянии 3,92 м в противоположном направлении от диафрагмы), и вблизи переднего торца камеры низкого давления (точка  $x_{p3}$ , расположенная на расстоянии 7,26 м от диафрагмы), поэтому отсутствовала возможность идентифицировать режимы течения с цепочкой скачков, возникающих в процессе отражения. Данные [7, 8], с которыми можно сопоставить результаты проведенных численных расчетов, соответствуют времени подхода к контрольной точке x<sub>p1</sub> волны расширения и ее отражения, времени прохождения через контрольные точки  $x_{p2}$ ,  $x_{p3}$  начальной и отраженной ударных волн.

Результаты проведенных численных расчетов сравниваются с данными экспериментальных исследований нестационарного псевдоскачка в ударной трубе [5]. Эта труба имела камеру высокого давления с круглым сечением диаметром 0,0495 м и длиной  $L_{+} = 1,5$  м, а также камеру низкого давления с квадратным сечением с размером 0,038 × 0,038 м и длиной  $L_{-} = 6,9$  м.

**Методика расчетов.** Расчеты проводились с использованием программ Fluent 6.3, реализующих решения осредненных по числу Рейнольдса уравнений Навье — Стокса и SST-( $k-\omega$ )-модели турбулентности, адаптированной для сжимаемых течений и течений

с отрывом пограничного слоя. Применялась неявная схема второго порядка точности, ориентированная на расчет существенно сжимаемых течений. Пограничный слой не разрешался, использовались пристенные функции. Условия применимости этих функций характеризуются безразмерным параметром  $y^+$ , который эквивалентен числу Рейнольдса и определяется по расстоянию от стенки до первого узла, по параметрам потока в расчетной ячейке вблизи стенки и напряжению трения. В основной области течения вблизи стенки трубы этот параметр равен  $y^+ = 40 \div 70$ , в локальных областях достигает значения  $y^+ = 20 \div 250$ , что согласуется с рекомендациями руководства Fluent 6.3 и работы [9].

В расчетах принималась система координат с началом x = 0 на оси трубы в сечении, в котором устанавливалась диафрагма, разделяющая камеры высокого и низкого давления. Использовалась сетка с количеством ячеек по радиусу, равным 100, со сгущением к стенке трубы; по оси x в камере низкого давления задавалось 4000 ячеек со сгущением к правому торцу и к диафрагме; в камере высокого давления задавалось 1000 ячеек со сгущением к левому торцу и к диафрагме. Шаг по времени составлял  $10^{-4}$  мс.

Расчеты проводились при следующих начальных условиях, соответствующих [7, 8]: в качестве рабочего газа рассматривался воздух с постоянной теплоемкостью, в камере низкого давления задавались давление  $P_{-} = 1,05 \cdot 10^4$  Па и температура  $T_{-} = 289,15$  K, в камере высокого давления  $P_{+} = 2,07 \cdot 10^6$  Па и  $T_{+} = 289,15$  K соответственно. Эти условия в начальный момент времени задавались функцией со ступенчатым изменением параметров при x = 0. Стенки трубы полагались нетеплопроводными. Значение  $P_{+}/P_{-} \approx$ 197 находится в диапазоне, исследованном в экспериментах [5] при использовании воздуха в качестве рабочего газа.

Результаты численных расчетов и их обсуждение. Результаты численных расчетов сравнивались, прежде всего, с данными аналитического расчета распада произвольного разрыва в идеальном газе по соотношениям, приведенным в [3, 10], и отражения ударной волны от стенки по соотношениям, приведенным в [1]. В соответствии с этими данными скорость перемещения начальной ударной волны соответствует числу Маха  $M_{\rm B} = 2,6$  при скорости звука, одинаковой в камерах высокого и низкого давления; для потока, возникающего непосредственно за начальной ударной волной, число Маха равно  $M_1 = 1,24$ , скорость  $V_1 = 631$  м/с, давление  $P_1/P_- = 7,75$ ,  $T_1/T_- = 2,24$ , скорость перемещения контактной поверхности  $V_{\rm K.п} = 631$  м/с; для потока, следующего за поверхностью разрыва, число Маха равно  $M_2 = 2,9$ , скорость  $V_2 = V_{\rm K.п}$ , давление  $P_2/P_- = P_1/P_-$ , температура  $T_2/T_- = 0,4$ . Данные численного расчета параметров потока за ударной волной и контактным слоем в начальные моменты времени ( $\tau \leq 0,2$  мс) хорошо согласуются с расчетными аналитическими данными.

Рассматриваемая ударная труба имеет большую длину, и по мере перемещения начальной ударной волны и контактного слоя по длине трубы происходит их существенное "утолщение" и "размазывание", что влияет на параметры отражения начальной ударной волны от торца трубы и движения отраженной ударной волны. По аналитическим оценкам, начальная ударная волна должна достигнуть торца трубы (x = 7,36 м) и отразиться от него в момент времени  $\tau = 8,29$  мс, в численном расчете отражение происходит при  $\tau = 8,4$  мс. В этот момент времени скорость перемещения начальной ударной волны соответствует числу Маха  $M_B \approx 2,53$ ; число Маха, относительные давление и температура потока непосредственно за начальной ударной волной равны  $M_1 = 1,21$ ,  $P_1/P_- = 7,4$ ,  $T_1/T_- = 2,18$ . Толщина контактного слоя оказывается равной нескольким диаметрам трубы:  $\Delta x_{\rm k.c}/D \approx 12$ , этот слой располагается в интервале  $x = 4,83 \div 5,80$  м. Заметим, что в экспериментах, проведенных в ударной трубе [5] при  $M_B = 2,4 \div 2,8$ , при положении контактного слоя вблизи конца камеры низкого давления длиной  $L_- = 6,9$  м происходило его "размазывание" до значения  $\Delta x_{\rm k.c}/D = 10 \div 14$ . В области между начальной ударной ударной



Рис. 1. Картина течения (a) и ее увеличенный фрагмент ( $\delta$ ) после отражения начальной ударной волны от правого торца трубы в момент времени  $\tau = 8,5$  мс

волной и контактным слоем изменение числа Маха потока невелико, давление и температура постепенно увеличиваются. В сечении x = 5.8 м для потока перед контактным слоем  $M_1 = 1.31$ ,  $P_1/P_- = 8.67$ ,  $T_1/T_- = 2.45$ , за контактным слоем в сечении x = 4.83 м  $M_2 = 2.5$ ,  $P_2/P_- = 9.51$ ,  $T_2/T_- = 0.55$ . Из аналитического решения задачи об отражении падающей ударной волны от торца ударной трубы [1] получается число Маха движения отраженной ударной волны  $M_{o.B} = 2.12$ , ее интенсивность равна  $P_{o.B}/P_- = 34.4$ . По данным численного расчета для момента отражения  $M_{o.B} = 1.96$ ,  $P_{o.B}/P_- = 32.3$ . Различие результатов численного расчета параметров волн для вязкого течения и аналитических оценок для невязкого течения обусловлено известными эффектами проявления вязкости в ударных трубах [1, 2, 11].

Сравнение моментов времени подхода волны расширения, начальной и отраженной ударных волн к контрольным точкам  $x_{p1}$ ,  $x_{p2}$ ,  $x_{p3}$ , определенным по результатам численных расчетов рассматриваемого течения, с экспериментальными данными [7, 8] показывает следующее. По данным [7, 8], эти моменты времени можно определить с погрешностью  $\Delta \tau = \pm 0.5$  мс. Расчетные моменты времени подхода волны расширения к точке  $x_{p1}$  и начальной ударной волны к точкам  $x_{p2}$ ,  $x_{p3}$  отличаются от экспериментальных не более чем на  $\Delta \tau = \pm 0.5$  мс, для моментов времени подхода отраженной ударной волны к точкам  $x_{p2}$ ,  $x_{p3}$  различие составляет  $\Delta \tau \approx \pm 1$  мс.

Отраженная ударная волна проходит по встречному потоку с пограничным слоем, толщина которого является нулевой в момент отражения начальной ударной волны от торца трубы ( $\tau = 8,4$  мс) и быстро увеличивается по мере перемещения отраженной ударной волны. При  $\tau = 8,5$  мс эта волна взаимодействует с пограничным слоем, толцина которого составляет порядка 10 % радиуса сечения трубы. При этом происходит отрыв пограничного слоя и возникает бифуркация отраженной ударной волны — образуется трехволновая  $\lambda$ -образная конфигурация скачков (рис. 1). На рис. 1 указаны значения числа Маха в характерных локальных зонах течения. Заметим, что в силу осевой симметрии рассматриваемого течения отраженная ударная волна представляет собой диск Маха, отрывной скачок является конусообразным и сходящимся к оси. Результаты анализа поля векторов скорости в зоне бифуркации свидетельствуют о наличии кольцевого вихря в отрывной зоне.

Дальнейшее развитие течения в процессе движения отраженной ударной волны (поля значений чисел Маха при  $\tau = 9, 11, 13$  мс) показано на рис. 2.

Момент времени  $\tau = 9$  мс соответствует положению отраженной ударной волны при  $x \approx 7,11$  м до ее взаимодействия с контактным слоем. Зона отрыва в области бифуркации начинается в точке  $x_{\text{отр}} \approx 7,08$  м. Если рассматривать поле значений числа Маха,



Рис. 2. Формирование псевдоскачка в различные моменты времени:  $a - \tau = 9$  мс,  $\delta - \tau = 11$  мс,  $b - \tau = 13$  мс

показанное на рис. 2, *a* в системе координат, связанной с неподвижной стенкой трубы, то в момент времени  $\tau = 9$  мс скорость потока за отраженной ударной волной является дозвуковой. В системе координат, в которой отраженная ударная волна неподвижна, поток за этой волной ускоряется до сверхзвуковой скорости при  $x \approx 7,14$  м. Последующее резкое уменьшение скорости соответствует образующейся при  $x \approx 7,145$  м вторичной ударной волне (диску Маха), за которой течение является дозвуковым. В зоне отрыва  $\Delta x_{\rm отр} = 7,08 \div 7,25$  м образуются два диска Маха и соответственно два кольцевых вихря с центрами в точках  $x \approx 7,11; 7,16$  м.

Аналогичная структура нестационарного турбулентного течения, в котором происходит отражение от торца трубы падающей ударной волны с числом Маха  $M_{\rm B} = 2,5$ , получена в численных расчетах [12] (на достаточно грубой расчетной сетке с числом ячеек 2001 × 31). При отражении происходила бифуркация отраженной ударной волны, в момент времени после отражения  $\tau \approx 0,6$  мс в условиях отсутствия взаимодействия этой волны со встречным контактным разрывом формировались еще один диск Маха и соответствующая ему отрывная вихревая зона. Дальнейшее развитие процесса отражения в [12] не рассматривалось. В отличие от настоящей работы и работы [12] в работе [6] появление второго диска Маха объясняется взаимодействием отраженной ударной волны с контактным разрывом, движущимся ей навстречу. Возможно, это обусловлено тем, что в [6] при анализе результатов расчета контактный разрыв трактовался как контактная поверхность, а не как контактный слой, "толщина" которого не определялась. По данным расчетов, проведенных в настоящей работе, при дальнейшем увеличении времени ( $\tau > 9$  мс) формируется течение с начальной бифуркацией отраженной ударной волны, а также с цепочкой последующих дисков Маха, число которых постепенно увеличивается. Образуется виртуальная струя с бочкообразными структурами, отделенная от стенки протяженной отрывной зоной, как показано на рис. 2, *б*, *в* для моментов времени  $\tau = 11, 13$  мс. Цепочка кольцевых вихрей в отрывной зоне соответствует цепочке дисков Маха.

По данным численных расчетов, отраженная ударная волна встречается с контактным слоем при  $\tau \approx 9.7$  мс. В этот момент времени давление потока, образующегося за отраженной ударной волной, существенно больше давления потока за контактным слоем  $(P_{\text{o.B}}/P_2 = 3.70 \div 4.45)$ . Теоретически в данном случае в результате взаимодействия ударной волны и контактной поверхности должны образовываться вторичные ударные волны, одна из которых движется влево, в том же направлении, что и ударная волна, отраженная от правого торца трубы, другая падает на этот торец. В численном расчете отраженная ударная волна взаимодействует с "толстым" контактным слоем, с которым взаимодействует также последующая цепочка дисков Маха, и вместо вторичной падающей ударной волны образуется система волн сжатия, падающих на торец трубы и отражающихся от него.

Таким образом, в рассматриваемом течении в процессе перемещения ударной волны, отраженной от торца ударной трубы, формируется цепочка скачков, которая, как отмечено в [5, 6], аналогична псевдоскачку в стационарных течениях.

Анализ параметров нестационарного псевдоскачка с использованием теории Фанно. Данные, полученные в настоящей работе, не позволяют провести сравнение с результатами численных расчетов [6] ввиду различия параметров рассматриваемых течений в ударных трубах, однако можно сопоставить тенденции изменения длины  $L_{\rm nc}$  цепочки скачков, которая в [6] определялась по числу образующихся дисков Маха, включая первичный, соответствующий отраженной ударной волне, а также последующие вторичные диски Маха с уменьшающимися интенсивностью и поперечным размером. Эти скачки идентифицировались по максимумам пилообразного распределения давления вдоль оси, и их число N можно было определить с точностью  $N \pm 1$ . По данным [6], при взаимодействии отраженной ударной волны с контактным слоем в течение 2,6 мс число скачков в цепочке увеличивается до N = 6, соответственно быстро увеличивается длина цепочки скачков, а затем в исследованном в [6] интервале времени  $\tau \leq 8$  мс эта длина почти не меняется  $(L_{\rm nc}/D = 4,3 \div 4,0)$ . В [6], как и в [5], полагается, что именно взаимодействие отраженной ударной волны с контактным слоем является причиной формирования псевдоскачковой цепочки скачков.

Изменение во времени длины цепочки скачков, полученное в настоящей работе, представлено на рис. 3. К моменту времени  $\tau \approx 9.7$  мс, когда отраженная ударная волна встречается с контактным слоем, образовалась цепочка скачков с тремя вторичными дисками Маха и длиной  $L_{\rm nc}/D \approx 2$ . В процессе прохождения отраженной ударной волной контактного слоя, до момента времени  $\tau \approx 11$  мс, появляется еще один диск Маха. После прохождения отраженной ударной волной контактного слоя, до момента времени  $\tau \approx 11$  мс, появляется еще один диск Маха. После прохождения отраженной ударной волной контактного слоя, при  $\tau > 11$  мс, развитие цепочки скачков не завершается, появляются дополнительные диски Маха (при  $\tau = 13$  мс N = 8), соответственно увеличивается ее длина до значения  $L_{\rm nc}/D = 4.2$ . В интервале времени  $\tau = 13 \div 18$  мс длина цепочки скачков в среднем не меняется ( $L_{\rm nc}/D \approx 4$ ), а при  $\tau > 18$  мс число дополнительных дисков Маха уменьшается, соответственно уменьшается длина цепочки скачков. На течение в области цепочки скачков при  $\tau > 11$  мс оказывают влияние отраженные от торца трубы волны сжатия, которые образовались при взаимо-действии отраженной ударной волны и цепочки дисков Маха с контактным слоем, однако



Рис. 3. Изменение во времени длины цепочки дисков Маха: 1 — момент отражения начальной ударной волны, 2 — интервал времени, в течение которого отраженная ударная волна проходит контактный слой



Рис. 4. Диаграмма состояний Фанно:

I — ветвь состояний сверхзвукового течения, II — ветвь состояний дозвукового течения; 1 — состояние, при котором возникает начальный диск Маха, индуцирующий отрыв пограничного слоя на стенке канала, 2 — состояние непосредственно за начальным диском Маха, 3 — состояние, при котором возникает последующий диск Маха

интерпретация структуры этих волн в проведенных численных расчетах не представляется возможной.

Механизм формирования цепочки скачков в рассматриваемом нестационарном течении может быть объяснен с использованием теории течения Фанно [13] — одномерного стационарного адиабатического течения совершенного газа в длинном канале с постоянным сечением, для которого расход газа и полная энтальпия не меняются, однако существенное влияние оказывают силы трения на стенках канала. Эта теория, в частности, использовалась в работе [14] для определения параметров цепочки дисков Маха, формирующейся в псевдоскачке в стационарном осесимметричном течении.

Соотношения, описывающие течение Фанно, разрешимы аналитически, и для этого течения можно построить кривую, характеризующую изменение состояний в плоскости  $(\Delta S, H)$   $(H = h/h_0 = c_p T/(c_p T_0) = T/T_0$  — относительная энтальпия потока;  $T, T_0$  —

статическая и полная температуры;  $c_p$  — теплоемкость газа при постоянном давлении,

$$\Delta S = \frac{\Delta s}{c_p} = \ln\left[\left(\frac{1}{H} - 1\right)^{(\gamma-1)/(2\gamma)} \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{(\gamma-1)/(2\gamma)} \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{(\gamma+1)/(2\gamma)} H^{(\gamma+1)/(2\gamma)}\right] - \text{ отно-}$$

сительная величина приращения энтропии) (рис. 4). Нижняя ветвь I кривой состояний Фанно соответствует течению в канале со сверхзвуковой скоростью в начальном сечении, замедляющемуся вследствие наличия трения на стенках. Точка, характеризующая состояние этого течения, перемещается вдоль нижней ветви по направлению к значениям  $\Delta S = 0$ , H = 0.833, соответствующим критическим условиям запирания — звуковой скорости (M = 1) и максимуму энтропии. Верхняя ветвь II кривой состояний Фанно соответствует течению в канале с дозвуковой скоростью в начальном сечении, ускоряющемуся вследствие наличия трения, при этом точка, характеризующая состояние течения, перемещается вдоль верхней ветви также по направлению к значению  $\Delta S = 0$ . Длина канала  $L^*$ , необходимая для достижения критических условий запирания, зависит от числа Маха сверхзвукового потока в начальном сечении и определяется из соотношения [13]

$$\frac{4fL^*}{D_h} - \frac{1 - \mathrm{M}^2}{\gamma \,\mathrm{M}^2} + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \ln\left(\frac{(\gamma + 1) \,\mathrm{M}^2}{2 + (\gamma - 1) \,\mathrm{M}^2}\right).$$

Здесь  $D_h$  — гидравлический диаметр канала; f — безразмерный коэффициент трения, полагаемый постоянным на отрезке длиной  $L^*$ ;  $4fL^*/D_h$  — параметр Фанно.

При использовании теории течения Фанно для описания течения в каналах со скачками уплотнения необходимо учитывать изменения скорости и приращения энтропии в этих скачках [13, 14].

На диаграмме состояний в плоскости ( $\Delta S, H$ ) процесс торможения осесимметричного вязкого сверхзвукового потока с цепочкой дисков Маха показан следующим образом. Параметры потока вдоль оси канала, при которых возникает начальный центральный диск Маха, соответствуют некоторому состоянию 1 на сверхзвуковой ветви кривой Фанно. Непосредственно за этим диском Маха параметры потока, в частности скорость и приращение энтропии, изменяются до состояния 2 на дозвуковой ветви кривой Фанно. Вследствие отклонения потока от стенки в результате отрыва пограничного слоя в ядре течения за диском Маха возникает локальное виртуальное сходящееся — расходящееся сопло, в котором дозвуковой поток ускоряется до сверхзвуковой скорости, т. е. переходит к состоянию 3 на сверхзвуковой ветви кривой Фанно, при этом возникает следующий диск Маха. В предположении, что данный переход происходит изоэнтропически [13], приращение энтропии вдоль кривой Фанно I на участке 1–3 соответствует только скачку 1–2. Изменение параметра Фанно на этом участке можно определить путем дифференцирования в конечных разностях или с использованием среднеинтегрального значения коэффициента трения, соответственно можно определить длину этого участка. Определение параметров последующих участков течения с дисками Маха, интенсивность которых уменьшается по мере уменьшения скорости перед ними (в пределе до звуковой скорости), аналогичным образом повторяется до тех пор, пока возможно образование скачков. Дальнейшее торможение дозвукового потока от критических условий до полного торможения должно происходить вдоль дозвуковой ветви кривой Фанно в противоположном направлении. В [14] для течения в инжекторе с соплом Лаваля, в выходной удлиненной части которого формируется псевдоскачок, таким образом определялось возможное расчетное число дисков Маха в цепочке и соответственно ее длина путем суммирования участков, для которых использовались среднеинтегральные значения коэффициента трения. В работе [14] экспериментально исследовано течение в инжекторе с числом Maxa перед псевдоскачком M = 1,3 и проведен численный расчет вязкого течения (на сетке с количеством ячеек  $150 \times 15$ ). Результаты сравнения с этими данными результатов, полученных с использованием теории модифицированного течения Фанно, показывают, что данная теория позволяет определить характер изменения основных параметров цепочки дисков Маха в псевдоскачках.

В случае рассматриваемого течения в ударной трубе теория модифицированного течения Фанно не применима для начального участка формирования цепочки скачков уплотнения (дисков Маха) в интервале времени  $\tau = 8,4 \div 13,0$  мс с момента отражения падающей ударной волны до момента прохождения отраженной ударной волной контактного слоя. Результаты настоящих расчетов показывают, что в интервале времени  $\tau = 13 \div 17$  мс изменение числа Маха встречного потока перед цепочкой скачков мало ( $M_1 = 2,2 \div 2,0$ ) и согласно теории течения Фанно должны сохраняться число скачков в цепочке и ее длина, соответствующая критической длине канала  $L^*$  и среднему значению  $L_{\rm nc}/D \approx 4$ , определенному выше по данным численного расчета при  $\tau = 13 \div 18$  мс. В интервале времени  $\tau = 17 \div 24$  мс число Маха встречного потока изменяется от значения  $M_1 \approx 2,0$  до значения  $M_1 \approx 1,3$ , соответственно параметр Фанно, зависящий от числа Маха, уменьшается приблизительно в 4,7 раза, что объясняет уменьшение длины цепочки скачков и соответственно числа дополнительных дисков Маха в цепочке.

Заключение. Таким образом, результаты, полученные в настоящей работе, показывают, что процесс формирования цепочки скачков начинается до взаимодействия отраженной ударной волны с контактным слоем, затем цепочка скачков подвергается влиянию этого взаимодействия и продолжает развиваться после прохождения контактного слоя до тех пор, пока число скачков в цепочке и ее длина не достигнут критических значений, определяемых с использованием теории Фанно.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рахматуллин Х. А. Ударные трубы / Х. А. Рахматуллин, С. С. Семенов. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
- 2. Баженова Т. В. Нестационарные взаимодействия ударных волн / Т. В. Баженова, Л. Г. Гвоздева. М.: Наука, 1977.
- 3. Овсянников Л. В. Лекции по основам газовой динамики. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2003.
- 4. Matsuo K., Kawagoe S., Kage K. The interaction of a reflected shock wave with the boundary layer in a shock tube // Bull. JSME. 1974. V. 17. P. 1039–1046.
- Matsuo K., Kage K., Kawagoe S. The interaction of a reflected shock wave with the contact region in a shock tube // Bull. JSME. 1975. V. 18. P. 681–688.
- Kim D. W., Kim T. H., Kim H. D. A study on characteristics of shock train inside a shock tube // Theor. Appl. Mech. Lett. 2017. V. 7, N 6. P. 366–371. DOI: 10.1016/j.taml.2017.09.005.
- Кузенов В. В., Котов М. А. Анализ газодинамических процессов и разработка модели течений в ударной гиперзвуковой аэродинамической трубе // Вестн. Моск. гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2014. № 1. С. 3–25.
- Kotov M. A., Kryukov I. A., Ruleva L. B., et al. Experimental investigations of an aerodynamic flow of geometrical models in hypersonic aerodynamic shock tube. San Diego, 2013. (Paper AIAA; N 2013-2931).
- Исаев А. И., Скоробогатов С. В. Гидродинамическая верификация и валидация численных методов расчета течения в камере сгорания газотурбинного двигателя // Тр. Моск. авиац. ин-та. 2017. Вып. 97. С. 1–28.
- Gas dynamics: The Riemann problem and discontinuous solutions: application to the shock tube problem // An introduction to scientific computing. Twelve computational projects solved with MATLAB / Ed. by I. Danaila, P. Joly, S. M. Kaber, M. Postel. N. Y.: Springer, 2007. P. 213–233. DOI: https://doi.org/10.1007/978-0-387-49159-2\_10.

- 11. Майрлс Γ. Затухание в ударной трубе, обусловленное действием неустановившегося пограничного слоя // Ударные трубы. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. С. 286–319.
- 12. Булович С. В., Виколайнен В. Э., Зверинцев С. В., Петров Р. Л. Численное моделирование взаимодействия отраженной ударной волны с пристенным пограничным слоем // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33, вып. 4. С. 73–78.
- Shapiro A. H. The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow. N. Y.: Ronald Press, 1953. V. 1.
- Godbole A., Wypych P., Wee King Soh, Matthews B. Pseudo-shock in supersonic injection feeder // Proc. of the 2nd Intern. conf. on CFD in the minerals and process industries, Melbourne (Australia), 6–8 Dec. 1999. Canberra: Commonwealth sci. and industr. res. organisat., 1999. P. 107–112.

Поступила в редакцию 9/VIII 2019 г., после доработки — 21/X 2019 г. Принята к публикации 28/X 2019 г.