УДК 532.526

Масштабирование усредненного потока вдоль пограничных слоев на гладкой и шероховатой стенках

Э.-С. Занун

Факультет аэродинамики и механики жидкости Бранденбургского mexнического университета (Department of Aerodynamics and Fluid Mechanics (LAS), Brandenburg University of Technology), Коттбус, Германия

E-mail: zanoun@tu-cottbus.de

Экспериментально исследуется влияние условий вверх по потоку и степени шероховатости стенки на усредненные профили и некоторые интегральные параметры течения в двумерном пограничном слое с нулевым градиентом давления. Результаты анализируются с использованием обычных и недавно предложенных параметров масштабирования потока для $245 < \text{Re}_{\theta} \le 11\cdot10^3$, где Re_{θ} — число Рейнольдса, по скорости набегающего потока \overline{U}_{∞} и толщине потери импульса θ . Получена хорошая корреляция величины $\Delta \overline{U}^+$ как функции параметра шероховатости k^+ для песочной шероховатости $1,7 < k^+ \le 172$, обнаруживающая универсальность ее влияния, где $\Delta \overline{U}^+ = (\overline{U}_{\infty} - \overline{U})/u_{\tau}$ и $k^+ = ku_{\tau}/v$. Как показали наблюдения, степень шероховатости не влияет на структуру осредненного внешнего потока, т. е. внешний поток над гладкими и шероховатыми поверхностями масштабируется универсально с помощью различных параметров независимо от степени шероховатости стенки. Однако течение в пристеночной области оказывается при этом далеким от классической универсальности, что указывает на то, что предположение подобия не сохраняется для пристеночной области по меньшей мере в рассмотренном диапазоне чисел Рейнольдса.

Ключевые слова: гладкие, шероховатые стенки, низкое число Рейнольдса, течение в пограничном слое.

введение

Пограничный слой, согласно введенному Прандтлем в 1904 году понятию, был определен как течение жидкости в тонком слое с заметным влиянием вязкости при наличии твердой поверхности, заставляющей близлежащую жидкость двигаться иначе, чем более отдаленную. Однако появление на поверхности элементов шероховатости различной формы усложняет течение в пограничном слое и весьма затрудняет проблему предсказания турбулентного течения у стенки. Известно, что масштабы длины в течении вдоль шероховатых поверхностей имеют широкий диапазон, в частности, когда используются случайные трехмерные элементы шероховатости, приводящие к трудностям в правильном определении масштабов,

© Занун Э.-С., 2010

длины и скорости для описания пограничного слоя. Такие течения встречаются во многих практических приложениях, касающихся закрытых трубопроводных систем и открытых каналов, устройств тепло- и массопереноса, где основной интерес инженеров и исследователей в области механики жидкостей состоит в понимании их основных физических свойств. Этим вызваны значительные усилия, предпринятые в экспериментальных работах и численных расчетах таких течений вдоль гладких и шероховатых поверхностей. При этом наибольшая их часть посвящена обтеканию гладких поверхностей, см., например, [1–9]. Эксперименты для течения в трубе [10] и работы [11–17] дают результаты подробных измерений над шероховатыми поверхностями, которые обращают наше внимание на влияние условий вверх по потоку, шероховатости поверхности и числа Рейнольдса на течение в турбулентных пограничных слоях, стимулируя настоящую работу.

Вышеперечисленные работы посвящены изучению течений в пограничных слоях, что привело к обнаружению новых масштабирующих параметров и законов масштабирования для пристеночных сдвиговых течений при высоких числах Рейнольдса. Однако до сих пор продолжаются дискуссии относительно подходящих законов масштабирования и масштабирующих параметров как для мелко-, так и для крупномасштабных структур, а также их зависимости от геометрии течения и числа Рейнольдса. Кроме того, поднимаются вопросы о способе, которым были получены и измерены данные о пограничном слое на плоской пластине, и созданы ли они искусственно или естественным путем, см., например, [8]. Другим важным моментом, который необходимо отметить, является определение начала пограничного слоя и понимания того, развивается ли он над нижней стенкой канала или же на пластине, установленной в рабочей секции аэродинамической трубы, см., например, [5, 7, 15]. Влияние условий вверх по потоку и числа Рейнольдса на течение ниже по потоку рассматривалось, например, в работе [15] и был сделан вывод, что профили среднего дефекта сходятся, когда используется скорость набегающего потока \bar{U}_{∞} , однако получаются различные кривые в зависимости от условий вверх по потоку и шероховатости поверхности. В [15] также сообщалось, что можно устранить зависимость от условий вверх по потоку и от числа Рейнольдса путем применения масштабирующей скорости из [9] $(\overline{U}_{\infty} \delta^* / \delta_{0.99})$.

Таким образом, естественные и искусственные турбулентные пограничные слои были исследованы в лабораторных условиях вдоль гладких и шероховатых поверхностей, обеспечивая новой и полезной информацией о свойствах осредненного во времени потока на большей части пограничного слоя для низких значений числа Рейнольдса, $245 \le \text{Re}_{\theta} \le 11 \cdot 10^3$. Турбулизация ламинарного течения осуществлялась с использованием полосок определенной формы, которые создавались с помощью принтера DYMO, выбивающего на ленте идентичные буквы "Х" (см. [18]). Измерения скоростей выполнялись с использованием лазерно-доплеровской анемометрии (ЛДА), и данные о трении на стенке получались непосредственно с помощью так называемой интерферометрии масляной пленки (ИМП) для гладкой поверхности с точностью в пределах ±2,5 %. Использовались простые интерполяционные формулы, рекомендованные в [14] и [19] в дополнение к степенному закону в формулировке [20] для получения трения на стенке для полностью шероховатого режима с ошибкой не более ±4 %.

Содержание настоящей статьи можно кратко описать следующим образом. В п. 1 описываются экспериментальная установка и методы измерений. В п. 2 излагаются и обсуждаются экспериментальные данные. Наконец, в п. 3 приводятся выводы, замечания и предложения относительно дальнейшей работы. В целом, полученные результаты позволяют углубить понимание развития течения и масштабирования вдоль плоской пластины при различных степенях шероховатости.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Эксперименты проводились в низкоскоростной аэродинамической трубе с замкнутым контуром, расположенной в Центре жидкости, факультета аэродинамики и гидромеханики (LAS), БТУ г. Коттбус (Германия). Рабочая часть аэродинамической трубы имеет длину 1,8 м и поперечное сечение размером 0.6×0.5 м². Установка спроектирована для скоростей воздуха до 50 м/с в свободной рабочей части. Интенсивность фоновой турбулентности потока менее 0,5 % в середине рабочей части. Пограничный слой с нулевым градиентом давления развивался вдоль плоской пластины, сделанной из стекла и имевшей размеры 1500×595×18 мм³. Пластина была горизонтально установлена в середине рабочей части, что обеспечивало хорошее приближение к пограничному слою с нулевым градиентом давления. Исследовалось обтекание гладкой и шероховатой поверхностей экспериментальной модели. Для удобства работы с интерферометрией масляной пленки пластина была зачернена с нижней стороны, чтобы обеспечивать подходящую поверхность для отражения света. С другой стороны, для измерений на шероховатой поверхности пластина покрывалась наждачной бумагой разной зернистости, начиная с расстояния 10 см от передней кромки пластины (табл.).

Характеристики применявшихся элементов искусственной шероховатости измерялись на факультете металлургии и материалов в БТУ г. Коттбус с использованием инструмента для испытания поверхности Митутойо 501. Турбулизация пограничного слоя в случае гладкой поверхности осуществлялась с использованием так называемого принтера ярлыков DYMO в 10 см от передней кромки пластины [18]. В настоящем исследовании применялись от одного до трех рядов полосок, каждая высотой 0,75 мм, вблизи передней кромки пластины.

Данные о скорости получались с использованием двухкомпонентного лазерно-допплеровского анемометра (ЛДА), работающего в режиме заднего рассеивания. Использовались аргоновый лазер мощностью 35 мВт и волоконный датчик фирмы Dantec, монтировавшиеся на трехмерном координатном механизме вне трубы с сигналами фотоумножителя, которые собирались и обрабатывались анализатором скорости потока FVA 58N20. Ячейка Брэгга 40 мГц была включена в лазерную оптическую систему, которая имела фокусное расстояние 310 мм. Измеряемый объем был обычно $dx \times dy \times dz = 143 \times 143 \times 2332$ мкм³. Измерения скорости потока проводились вдоль центральной линии трубы в трех точках вдоль потока X = 0,2,0,8 и 1,3 м от передней кромки плоской пластины для скоростей вверх по потоку $U_{\infty} = 10, 20$ и 38 м/с. Расход в трубе для каждого исследованного числа Рейнольдса контролировался путем изменения скорости вращения радиального вентилятора мощностью 15 кВт с помощью конвертера частоты. Детальные измерения скорости выполнялись для ламинарных и турбулентных пограничных слоев для 245 ≤ $\leq \text{Re}_{\theta} \leq 11 \times 10^3$. Частота считывания данных была ≤ 4 кгц в зависимости от скорости набегающего потока, и время сбора данных составляло 50 с для каждой точки измерений. Скорость передачи данных составляла ≤ 2 кгп в зависимости от скорости фильтрации и положения объема, в котором производились измерения. Поэтому

Таблица

Характеристики высоты песочной шероховатости, к

	К240, мкм	К120, мкм	К60, мкм	К24, мкм
Средняя	66	122	188	933
Среднеквадратичная	9,3	18,8	31	98

типичное общее число замеров находилось в диапазоне $10^4 - 10^5$ для каждой точки измерений. Выполнялся анализ ошибок, указывающий на то, что неопределенность в средней скорости как для гладкой, так и шероховатой поверхностей составляла около ± 0,31 %.

Данные о трении на стенке для гладкой поверхности получены с использованием ИМП, см., например, [21, 5, 22, 23, 24]. Измерение локального трения с помощью метода ИМП нуждается в точном измерении температуры стенки, а также вязкости масла при различных температурах. Поэтому температура воздуха внутри трубы поддерживалась постоянной и измерялась во время измерений потока с точностью \pm 0,05 °C. Вязкость масла тщательно измерялась с помощью ротационного реометра с общей точностью лучшей, чем \pm 2 %. С другой стороны, данные о трении на стенке для шероховатых поверхностей оценивались на основе некоторых известных соотношений, предложенных в [14, 19], в дополнение к степенному закону из [20] в пределах \pm 4 %. Условия внешней среды также регистрировались в лаборатории и докладывались для каждого эксперимента с использованием электронного барометрического сенсора MKS Вагаtron 626А. Плотность воздуха и кинематическая вязкость вычислялись с использованием результатов измерений давления и соответствующей температуры потока воздуха внутри рабочей части трубы, соотношений для идеального газа и корреляции Сазерленда [25].

2. АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Теперь обсудим разработку некоторых интегральных параметров течения, а также распределения средней скорости и как они соотносятся для различных начальных условий вверх по потоку вдоль стенок с различными степенями шеро-ховатости для $245 \le \text{Re}_{\theta} \le 11 \cdot 10^3$, где θ получено путем интегрирования средних профилей скорости. Были выполнены обширные измерения для скоростей набе-гающего потока 10, 20 и 38 м/с в точках измерений X = 0,2, 0,8, и 1, 3 м. Данные о трении на стенке, представленные на рис. 1, были получены из среднего градиента скорости пристеночной средней скорости с использованием ЛДА (см., например, [26]), то есть $\tau_w = \mu (\partial \overline{U} / \partial y)$, а также с помощью ИМП для случая пограничного слоя на гладкой поверхности. Поэтому коэффициент трения на стенке вычисляется с использованием следующего уравнения:

$$\frac{c_f}{2} = \left(\frac{u_\tau}{\bar{U}_{\infty}}\right)^2,\tag{1}$$

где \overline{U}_{∞} — скорость набегающего потока и $u_{\tau} = \sqrt{\tau_w/\rho}$ — скорость трения на стенке. Сравнение данных о трении, полученных либо из ЛДА, либо из ИМП, указывают на удовлетворительное согласование как с ламинарными, так и с турбулентными распределениями, показанными на рис. 1 (1). Небольшое занижение данных ИМП (см. рис. 1) возможно, связано с точностью измерений вязкости масла и/или температуры стенки, где делались измерения [23]. С другой стороны, для полностью шероховатого режима течения использовались некоторые простые интерпо-



Рис. 1. Результаты по трению на гладкой стенке в сравнении с формулами для ламинарного и турбулентного течений, извлеченными из литературы.

ратуры. $c_f = 0,664 \operatorname{Re}_x^{-0,5}(I), 0,058 \operatorname{Re}_x^{-0,2}(2),$ 0,05575 $\operatorname{Re}_x^{-0,2}(3)$, LDA, Dantec (4), метод масляной пленки (5). ляционные формулы, рекомендованные в [14, 19] в дополнение к степенному закону [20], для получения скорости трения на стенке с точностью ± 4 %. После этого скорость трения на стенке использовалась для нормировки данных о средней скорости, а также измеренного расстояния до стенки.

Анализ пристенных турбулентных сдвиговых течений привел к двум существенным особенностям, а именно: к закону стенки и закону дефекта скорости (см., например, [1, 27, 12, 28, 29]). Однако краткий обзор определений для среднего потока и сравнение с настоящими данными для пограничного слоя проведены в настоящей работе.

Было найдено, что весь профиль осредненной скорости для достаточно высокого числа Рейнольдса и при относительно большом расстоянии от элементов шероховатости имеет следующий общий вид:

$$\overline{U}^{+} = \underbrace{1/\kappa \ln(y^{+}) + B - \Delta \overline{U}^{+}}_{I} + \underbrace{(3\Pi/\kappa) w(y/\delta)}_{II}, \qquad (2)$$

где член *I* представляет собой закон стенки, учитывающий влияние ее шероховатости, член *II* представляет собой закон следа, \bar{U}^+ — средняя скорость, нормированная на скорость трения на стенке (u_τ) , y^+ — расстояние до стенки, нормированное на масштаб вязкой длины на стенке $(l_c = v/u_\tau)$, κ и *B* — постоянные, которые могут быть универсальными в зависимости от числа Рейнольдса и геометрии течения [23], $\Delta \bar{U}^+$ — сдвиг в средней скорости из-за изменений условий на стенке, то есть учитывающих шероховатость стенки (*k*) и, следовательно, скорость трения на стенке, П — сила следа Коула, $w(y/\delta)$ — функция следа внешнего слоя и y/δ — нормированное расстояние до стенки (см. дальнейшие подробности в [2]). В настоящей статье основное внимание было сосредоточено на поверхностях $k^+ \ll 1$, и 1,7 $\le k^+ \le 172$, представляющих собой, соответственно, гладкие, переходные и полностью шероховатые режимы.

Для стационарных двумерных средних течений вдоль гидродинамически гладких поверхностей член *I* сводится к выражению

$$\overline{U}^{+} = 1/\kappa \ln\left(y u_{\tau}/\nu\right) + B,\tag{3}$$

представляющему профиль средней скорости вдоль так называемой области перекрытия, либо с $\kappa = 0,384$ и B = 4,127 для $\text{Re}_{\theta} \ge 6000$, основанными на недавних измерениях [2], где независимые данные о трении на стенке получены с использованием ИМП или с $\kappa = 0,41$ и B = 5,0, рекомендованными в [30] для канонического профиля скорости. Профиль логарифмической средней скорости вдоль области перекрытия мог быть заменен степенной формой, зависящей от числа Рейнольдса:

$$\overline{U}^+ = C y^{+\gamma},\tag{4}$$

где *С* и *γ*— постоянные, зависящие от числа Рейнольдса (см. [12]), где утверждалось, что степенной закон применялся из-за отсутствия более хорошего представления профиля средней скорости. Существование как логарифмического, так и степенного масштабирующих профилей хорошо обсуждалось в нескольких источниках, таких как [31, 5, 32, 6, 23, 25, 20, 2, 3, 4].

Одновременно с логарифмической областью перекрытия, в терминах масштабирующих параметров внешнего слоя, профиль средней скорости обычно выражается соотношением, известным как закон дефекта скорости (см. [27] и [12]):

$$W^{+} = \frac{\left(\overline{U}_{\infty} - \overline{U}\right)}{u_{\tau}} = F(y/\delta).$$
(5)

Полагают, что законы подобия, т. е. уравнения (3) и (5), справедливы даже в случае ненулевых градиентов давления, поскольку сдвиговые напряжения весьма велики вблизи стенки по сравнению с напряжениями, создаваемыми градиентами давления (см., например, [2]), что также согласуется с работой [33] и указывает на то, что градиент давления не влияет на течение на стенке, т. е. очень близко от стенки силы градиента давления с необходимостью становятся несущественными.

Некоторые выбранные примеры профилей средней скорости, масштабированные по отношению к внутренним переменным стенки, то есть u_{τ} и $l_c = v/u_{\tau}$, показаны на рис. 2 для случаев как гладкой, так и шероховатой стенок, которые были задокументированы в данном исследовании. Наблюдается хорошее согласование настоящих данных для гладкой стенки внутри пристеночного слоя и областью



Рис. 2. Профили средней скорости для гладкой и шероховатой поверхностей, масштабированные параметрами течения на стенке u_{τ} и $l_c = v/u_{\tau}$ в сравнении с логарифмическим профилем скорости.

 $a - \text{Re}_{\theta} = 4534 \ (k^{+} = 2,22) \ (I), 5073 \ (k^{+} = 12,05) \ (2), 6600 \ (k^{+} = 56,71) \ (3), U^{+} = 1/0,384 \ \ln y^{+} - 2,723 \ (I0), 1/0,384 \ \ln y^{+} - 6,873 \ (II); b - \text{Re}_{\theta} = 6294 \ (k^{+} = 3,24) \ (I), 7217 \ (k^{+} = 17,4) \ (2), 8850 \ (k^{+} = 135) \ (3), U^{+} = 1/0,384 \ \ln y^{+} - 1,873 \ (I0), 1/0,384 \ \ln y^{+} - 3,873; a, b - \text{Re}_{\theta} \ (\text{гладкая}) = 245,6 \ (4), 1793 \ (5), 2941 \ (6); U^{+} = 1/0,384 \ \ln y^{+} + 4,127 \ (7), 1/0,41 \ \ln y^{+} + 5,0 \ (8), 1/0,384 \ \ln y^{+} + 0,127 \ (9), 8,7 \ y^{+0,137} \ (I2), y^{+} \ (I3).$

перекрытия. Несмотря на низкий диапазон Re_A для обоих выбранных случаев текущих данных для гладкой поверхности, рисунок указывает на хорошее согласование результатов с логарифмической зависимостью, предложенной в [2] с $\kappa = 0,384$ и B = 4,127, и удовлетворительное — с логарифмическим законом при $\kappa = 0.41$ и B = 5 из более ранних экспериментальных данных [29, 30]. Трудно отследить разницу между обеими зависимостями вдоль области перекрытия, поскольку она мала для рассматриваемого диапазона чисел Рейнольдса. Однако автор предпочитал использовать логарифмическую зависимость, предложенную в [2], т. к. скорости трения на стенке в этой работе были получены независимо от профиля средней скорости. В исследовании [34] для течения в плоском канале показано, что ошибки в измеренной скорости трения на стенке существенно влияют на окончательные результаты масштабирования в турбулентных течениях, ограниченных стенками. В [34] было, например, установлено, что ± 1 % ошибка измерения скорости трения на стенке приводит к ошибке того же порядка в наклоне логарифмического профиля скорости, т. е. $\Xi = 1/\kappa$. Поэтому точное и независимое определение сдвигового напряжения на стенке важно для установления надежного масштабирования сдвиговых течений, ограниченных стенками, что оправдывает предпочтительность логарифмического закона, предложенного в работе [2] для пограничного слоя с нулевым градиентом давления. Кроме логарифмических линий, показанных на рис. 2, приводится степенной закон, предложенный в [9], в сравнении с настоящими данными для гладкой поверхности, показывая удовлетворительное согласование с логарифмическими распределениями.

Профили скорости на шероховатой стенке, приведенные на рис. 2 в сравнении с данными для гладкой стенки, указывают на ожидавшийся сдвиг вниз и вправо. Шероховатость поверхности обычно увеличивает касательное напряжение на стенке, что приводит к сдвигу профиля средней скорости вниз и вправо, как показано на рисунке, при этом наклон логарифмического распределения, т. е. $\Xi = 1/\kappa$, сохраняется неизменным. В соответствии с работой [5] внутренний предел области перекрытия, промасштабированный по шкале вязкой длины v/u_{τ} , оценен $y^+ = 200$, и внешний предел, промасштабированный шкалой внешней длины, равен $y/\delta = 0,15$. Данные для шероховатых поверхностей указывают на согласование с штриховыми логарифмическими зависимостями с подходящими сдвигами шероховатости ($\Delta \overline{U}^+$)

в соответствии со степенью шероховатости стенки, как иллюстрирует рис. 2. Рисунок также демонстрирует, что значение y^+ , выше которого данные начинают отклоняться от логарифмического закона, убывает с ростом степени шероховатости. Например, логарифмический диапазон для случая $\text{Re}_{\theta} = 6600$, показанный на рис. 2, *а* для $k^+ = 56,71$, наблюдался равным $y^+ \approx 200-900$, который несколько меньше, чем обычный логарифмический диапазон $y^+ = 200-990$. Это может представлять сравнительно более короткий логарифмический диапазон или область перекрытия по сравнению с аналогичными данными для гладкой стенки. Из рисунка также видно, что составляющие следа сильнее в случае данных для гладкой, чем для шероховатой стенки.

Во внешней области пограничного слоя над областью логарифмического закона течение ведет себя иначе, как это видно на рис. 2. Следовательно, одновременно с внутренним масштабированием, то есть логарифмической областью перекрытия, были предложены различные внешние масштабы, см., например, [13, 9, 15, 2], для масштабирования профиля дефекта скорости. Эти наборы масштабов скорости и длины использовались для того, чтобы показать, как они влияют на масштабирование профилей средней скорости вдоль гладких и шероховатых поверхностей. Можно было ожидать, что турбулентный пограничный слой ведет себя во многих отношениях иначе по сравнению с гидравлически гладкой и полностью шероховатой поверхностями, и это будет обсуждаться ниже.

В настоящем исследовании единственными параметрами вверх по потоку, которые не были фиксированными, были скорость набегающего потока и положение точек измерений. Скорость варьировалась в аэродинамической трубе для каждого положения вдоль потока между 4 и 40 м/с. Это можно было бы рассматривать как модификацию условий в пограничном слое, и поэтому исследуем ее влияние на масштабирование среднего потока вдоль обеих поверхностей. Представляет интерес найти, существует ли асимптотическое поведение для течения вдоль как гладкой, так и шероховатой поверхностей для Re_θ ≤ 11·10³. Сначала использовались обычные параметры внешнего масштабирования, например, скорость набегающего потока \bar{U}_{∞} и толщина пограничного слоя $\delta_{0.99}$ для нормировки профилей средней скорости, и результаты сравнивались на рис. 3, *a*-*c* соответственно для гладкой и шероховатой поверхностей. Профили выглядели разными при их отрисовке в физических координатах \bar{U}/\bar{U}_{∞} и $y/\delta_{0.99}$. Профили турбулентной скорости для гладкой поверхности сошлись, однако неудовлетворительным образом близко к одной кривой при масштабировании на \overline{U}_{∞} и $y/\delta_{0.99}$ и в линейных (рис. 3, а), и в полулогарифмических координатах (рис. 3, b). Можно также видеть на рис. 3, с, что масштабирование профилей средней скорости вдоль шероховатых поверхностей на \overline{U}_{∞} и $y/\delta_{0.99}$ не приводит к слиянию данных в один профиль.

Рис. 4, *a*, *b*, *c* показывает весь профиль дефекта скорости $(\overline{U}_{\infty} - \overline{U})$ для гладкой и для шероховатой поверхностей, масштабированный на \overline{U}_{∞} , и расстояние до стенки, масштабированное на $\delta_{0,99}$, что обнаруживает неавтомодельность среднего потока даже вдоль гладкой поверхности, что не согласуется с [35] и [15]. Это можно толковать как влияние числа Рейнольдса, поскольку текущие измерения были не для достаточно высоких чисел Рейнольдса, чтобы позволить профилям скорости достичь асимптотического состояния (см. [7]). Поэтому и рис. 3, и рис. 4 показали зависимость от числа Рейнольдса данных о среднем течении при движении либо к стенке, либо от стенки при соответствующем увеличении числа Рейнольдса.

Затем было рассмотрено соотношение подобия дефекта скорости, т. е. уравнение (5) как для гладкой, так и для шероховатой поверхностей, когда дефект скорости $(\overline{U}_{\infty} - \overline{U})$ нормирован на скорость трения к стенке (u_{τ}) , а расстояние до стенки (y) нормировано на толщину пограничного слоя $(\delta_{0,99})$, что показывает неудовлетворительное схождение данных о дефекте средней скорости в одну кривую на рис. 5, *a* и *b* для гладкой поверхности и не исключает влияния шероховатости стенки (см. рис. 5, *c*). Однако нельзя обобщать наблюдения, выведенные из рис. 3–5, поскольку влияние параметров стенки может и не быть одним и тем же для гладкой и для шероховатой стенок, завися от подходящего выбора внешних масштабирующих параметров, как это будет показано ниже.



Рис. 3. Профили средней скорости, масштабированные интегральными параметрами течения \overline{U}_{∞} и $\delta_{0,99}$, вдоль гладкой (a, b) и шероховатой (c) стенок для $1,94 \le k^+ \le 172$.

В попытке устранить влияние условий вверх по потоку применялся масштаб внешней скорости $(\overline{U}_{\infty}\delta^*/\delta_{0,99})$, предложенный в [9], результаты представлены на рис. 6, *a*, *b* для 1402 \leq Re_{θ} \leq 3358 и *c*, *d* для 3405 \leq Re_{θ} \leq 11·10³ для гладкой и шероховатой поверхностей соответственно. Из линейных рисунков рис. 6, *a* и *c* видно, что оба набора данных могли бы сойтись раздельно в единственные кривые, то есть можно устранить влияние и числа Рейнольдса и шероховатости поверхности, применяя масштаб скорости из работы [9]. Это указывает на то, что



Рис. 4. Профили дефекта средней скорости, нормированные на интегральные параметры течения \overline{U}_{∞} и $\delta_{0.99}$, вдоль гладкой (a, b) и шероховатой (c) стенок для $1.94 \le k^+ \le 172$.

можно достичь асимптотического поведения средней скорости для пограничных слоев либо на гладкой, либо на шероховатой поверхности даже для конечного числа Рейнольдса, когда данные масштабируются подходящим масштабным параметром, таким, как масштаб скорости из [9]. В работах [36] и [37] показано, что влияние шероховатости будет универсальным и не зависящим от условий внешнего потока в хорошем согласовании с данными, представленными на рис. 6, *c*, т. е., по-видимому, большая часть естественного влияния шероховатости имеет почти универсальную тенденцию, особенно в области внешнего течения. Однако



Рис. 5. Профили дефекта средней скорости, нормированные на скорость трения на стенке u_{τ} и толщину пограничного слоя $\delta_{0,99}$, вдоль гладкой (a, b) и шероховатой (c) стенок для $1,94 \le k^+ \le 172$.

более тщательное рассмотрение рис. 6, *b*, *d* с использованием полулогарифмических координат показывает, что масштаб скорости работы [9] не приводит к схождению данных для гладких и для шероховатых поверхностей вблизи стенки, то есть $y/\delta_{0,99} < 0,2$, что вызывает сомнения в справедливости их масштаба скорости для всего профиля скорости.

Рис. 7, *а* и *b* представляет для сравнения некоторые избранные случаи из измерений, описанных выше, для гладких и для шероховатых поверхностей. Несмотря на то, что оба случая имеют разные диапазоны чисел Рейнольдса, рисунок



Рис. 6. Профили дефекта средней скорости, нормированные на масштаб скорости [9] $U_{\infty} \delta^* / \delta_{0,99}$ и толщину пограничного слоя $\delta_{0,99}$, вдоль гладкой (a, b) и шероховатой (c, d) стенок для $1,94 \le k^+ \le 172$.

позволяет видеть различия между обоими случаями, в частности, внутри пристеночного слоя, где преобладает влияние шероховатости стенки (см. рис. 7, *b*). Данные, показанные на рис., получены, соответственно, для 1790 $\leq \text{Re}_{\theta} \leq 3360$ и 3575 $\leq \text{Se}_{\theta} \leq 11 \cdot 10^3$ для гладкой и шероховатой поверхностей ($5 \leq k^+ \leq 138$), указывая на то, что два различных набора данных сходятся для $y/\delta_{0,99} \leq 0,2$. Заметное различие наблюдается, когда данные представляются в полулогарифмическом виде (рис. 7, *b*) в результате влияния шероховатости, особенно в пристеночном слое ($y/\delta_{0,99} \leq 0,2$).



Рис. 7. Сравнение некоторых выбранных примеров профилей дефекта средней скорости вдоль гладкой и шероховатой поверхностей, нормированных на масштаб скорости [9] $U_{\infty} \delta^* / \delta_{0,99}$ и толщину пограничного слоя $\delta_{0,99}$. Масштабы: линейный (*a*), полулогариф-мический (*b*).

Стенки: круглая, 3575 < $\mathrm{Re}_{\theta} < 11 \times 10^{3}, 5 < k^{+} < 138$ (1), гладкая, 1790 < $\mathrm{Re}_{\theta} < 3360$ (2).

Однако в области внешнего потока оба множества данных сходятся в одну кривую независимо от степени шероховатости, что указывает на отсутствие влияния элементов шероховатости на внешний поток в согласии с [36] и [37]. Из рис. 7 можно также сделать вывод, что скорость набегающего потока, условия вверх по потоку и шероховатость поверхности не влияют на экспериментальные данные во внешнем слое ($y/\delta_{0,99} \ge 0,2$), нормированные на масштаб скорости работы [9] — $(\overline{U}_{\infty}\delta^*/\delta_{0,99})$. Это наблюдение оказывается в хорошем согласовании с наиболее существенным выводом в статье [38], который основывался на экспериментах с двумерной ступенчатой шероховатостью, устанавливая, что закон дефекта скорости универсален и для гладких, и для шероховатых поверхностей независимо от возмущений, вносимых элементами шероховатости.

С другой стороны, в работе [13] установлено, что единственно возможной хорошо определенной толщиной является $\Delta = \overline{U}_{\infty}^+ \delta^*$, которую можно использовать для нормировки расстояния до стенки в профилях средней скорости (см. рис. 8). Рис. 8, *а* показывает удовлетворительное схождение экспериментальных данных



Рис. 8. Профили дефекта средней скорости, нормированные на скорость трения на стенке u_{τ} и масштаб длины из работы [13] $\Delta = \overline{U}^+ \delta^*$, вдоль гладкой (a, b) и шероховатой (c, d) стенок для $1,94 \le k^+ \le 172$.

во внутренней и внешней областях, тем самым подтверждая принцип подобия по числу Рейнольдса. Однако масштабный параметр [13] не привел к схождению данных для пограничного слоя вдоль шероховатых поверхностей на рис. 8, *b*. По сравнению с масштабным параметром [13] (см. рис. 8), на рис. 9 наблюдалась аналогичная степень схождения данных, когда данные представлялись в виде $W^+ = \overline{U}_{\infty}^+ - \overline{U}^+$, т. е. дефект скорости нормирован на u_{τ} а расстояние до стенки

нормировано на масштаб длины $\Lambda = U_{\infty}^{+} \theta$, предложенный в [4].

На рис. 4–9 можно видеть, что профили дефекта скорости для гладкой поверхности дают удовлетворительное схождение, когда данные представлены



Рис. 9. Профили дефекта средней скорости, нормированные на скорость трения на стенке u_{τ} и масштаб длины [3] $\Lambda = U_{\infty}^{+} \theta$, вдоль гладкой (a, b) и шероховатой (c, d) стенок для $1,94 \le k^{+} \le 172.$

в линейных координатах. С другой стороны, если те же данные представить в полулогарифмическом виде, то оказывается ясно видным, что при выбранных внешних масштабных параметрах, например, \bar{U}_{∞} и $\delta_{0,99}$, данные сходятся только во внешнем слое ($y/\delta > 0,2$) вдоль гладкой поверхности, указывая на независимость от Re, а данные для внутреннего слоя ($y/\delta \le 0,2$) не сходятся. Наблюдались малые различия в пределах внутреннего слоя гладкой поверхности, что может быть связано с низким диапазоном текущих чисел Рейнольдса и с влиянием условий вверх по потоку. Настоящий анализ найден подходящим, показывая, как экспериментальные данные сходятся для различных масштабных параметров. Использование графиков в линейном масштабе для представления нормированных данных найдено ошибочным для правильного вывода. Поэтому для того, чтобы показать качество схождения данных, их нужно представлять в полулогарифмическом виде.

Кроме масштабирования потока во внутренних и внешних слоях, изучалось влияние шероховатости стенки и числа Рейнольдса на такие характеристики пограничного слоя, как скорость роста толщины пограничного слоя $\delta_{0,99}$, толщины вытеснения δ^* , толщины потери импульса θ , и формпараметр H (см. рис. 10, a-d). Это могло бы внести некоторую ясность в различия в масштабировании профилей дефекта скорости, наблюдавшихся внутри пристеночного слоя для данных, представленных на рис. 3–9. Например, данные рис. 7 указывают на заметное различие между гладкими и шероховатости стенки. В безразмерном виде представлены некоторые параметры пограничного слоя, например, отношение толщины пограничного слоя к толщине вытеснения ($\delta_{0,99}/\theta$) (см. рис. 10, a), отношение толщины пограничного слоя к толщине вытеснения [9] ($\delta_{0,99}/\Delta$) (см. рис. 10, b) и отношение толщины вытеснения к толщине потери импульса (δ^*/θ), которое является форм-



Рис. 10. Влияние шероховатости стенки и чисел Рейнольдса на параметры пограничного слоя, такие как скорость роста толщины пограничного слоя $\delta_{0,99}$, толщина вытеснения δ^* , толщина количества движения θ и формпараметр $H = \delta^*/\theta$.

Стенки: круглая (ks⁺ = 1,7 – 172) (1, 5, 7), гладкая (2, 4, 6, 8), круглая (1, 7 < ks⁺ < 172) (3).

параметром Н (см. рис. 10, с). Кроме того, рис. 10, d иллюстрирует число Рейнольдса, по толщине потери импульса, Re_θ по отношению к числу Рейнольдса основанному на расстоянии вдоль потока, Rex, характеризующее скорость роста пограничного слоя для гладкой и для шероховатой поверхностей. Из этих рисунков можно наблюдать ясную зависимость от числа Рейнольдса. Отношение $\delta_{0.99}/\theta$ монотонно убывает с увеличением Re_д и для гладкой и для шероховатой поверхностей. Однако тенденция для течения над шероховатой поверхностью лежит несколько выше, чем над гладкой поверхностью, указывая на более высокое запаздывание импульса вдоль шероховатой поверхности, чем в случае гладкой поверхности в окрестности стенки. Аналогичное поведение можно наблюдать и на рис. 10, b для отношения $\delta_{0.99}/\Delta$ как для гладкой, так и для шероховатой поверхностей. Для обеих поверхностей $\delta_{0.99}/\Delta$ убывает с почти одинаковой скоростью, однако можно наблюдать заметное различие между этими случаями. Кроме того, формпараметр $H = \delta^{\dagger}/\theta$ для гладкой и для шероховатой поверхностей показан на рис. 10, с при нулевом градиенте давления, указывая на две заметных тенденции, то есть на монотонное убывание Н по отношению к Re_д для гладкой поверхности и на небольшое увеличение Н для шероховатой поверхности. По-видимому, формпараметр для текущего диапазона чисел Рейнольдса не устанавливается к среднему значению, однако можно наблюдать, что он монотонно убывает с увеличением числа Рейнольдса для гладкой поверхности [4]. Можно также сделать вывод, что скорость роста толщины пограничного слоя на шероховатой поверхности выше, чем в случае пограничного слоя на гладкой поверхности.

График, показанный на рис. 11, является иллюстрацией сдвига экспериментальной средней скорости $\Delta \overline{U}^+$ по отношению к нормированной средней шероховатости стенки k^+ , указывая на функциональность элементов шероховатости. На основе оценки поверхностного трения c_f и измеренных $\operatorname{Re}_{\delta}^*$, значения $\Delta \overline{U}^+$ оценивались с помощью следующего уравнения, взятого из [11]:

$$\sqrt{\frac{2}{c_f}} = 5,6\log\frac{\bar{U}_{\infty}\delta^*}{\nu} + 4,3 - \frac{\Delta\bar{U}}{u_{\tau}}.$$
(6)

Кроме того, сплошная линия на рис. 11 представляет собой логарифмическую зависимость $\Delta \overline{U}^+$, предсказанную формулой (1/0,41)ln k^+ + 1,2 (см. [39]), как функцию k^+ , где k^+ соответствует нормированной эквивалентной песочной шероховатости. Рисунок иллюстрирует хорошее согласование между эксперименталь-

ными данными при их сравнении с положением сплошной линии, при этом разброс, заметный в нижней ее части, является переходным эффектом. Несмотря на то, что в пограничных слоях на плоской пластине параметр k^+

Рис. 11. Влияние шероховатости на профиль универсального дефекта скорости в терминах единиц на стенке. Эксперимент (1), 1/0,41 ln (k⁺) + 1,2 (2).



изменяется с расстоянием вдоль потока x, рис. 11 дает $\Delta \overline{U}^+$ как функцию только k^+ , аналогичной течению в трубе, в то время как k^+ сохраняет постоянное значение в течении в трубе для той же средней скорости потока (см., например, [10]). Рисунок также показывает, что вертикальный сдвиг $\Delta \overline{U}^+$ стремится к нулю для $k^+ = 0,6114$, представляющего собой случай гидродинамически гладкой поверхности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Были оценены влияние шероховатости стенки на профили средней скорости и некоторые интегральные параметры течения в двумерном пограничном слое с нулевым градиентом давления с использованием результатов, полученных на малой аэродинамической трубе в БТУ г. Коттбуса. Профили средней скорости масштабировались обычными и недавно разработанными параметрами и анализировались для $245 \le \text{Re}_{\theta} \le 11 \cdot 10^3$. Течение вдоль шероховатых поверхностей не является аналогичным случаю гладкой поверхности, поэтому описанные здесь результаты ясно показали влияние шероховатости на средние и интегральные параметры течения в значительной части пограничного слоя. Полученные результаты указали на то, что можно устранить зависимость и от числа Рейнольдса, и от элементов шероховатости при использовании параметра нормировки скорости, введенного в работе [9], получая почти асимптотические профили дефекта и вдоль гладких и вдоль шероховатых поверхносте.

Сдвиг средней скорости $\Delta \overline{U}^+$ коррелировал с параметром шероховатости k^+ для песочной шероховатости $1,7 \le k^+ \le 172$, обнаруживая универсальность влияния шероховатости независимо от условий внешнего потока. Согласно наблюдениям, степень шероховатости не влияла на структуру внешнего потока, что обеспечивало идентичность гипотезы подобия во внешней области. Однако элементы шероховатости привели к отклонению течения, прилегающего к стенке, то есть течения внутри области шероховатости, от классической универсальности, по меньшей мере, для текущего диапазона чисел Рейнольдса. Представляется, что течения в пограничных слоях на гладкой и шероховатой стенках для достаточно высоких чисел Рейнольдса имеют схожую структуру вне подслоя шероховатости, что согласуется с [40]. Несмотря на тот факт, что настоящая статья обеспечила экспериментальные свидетельства влияния шероховатости поверхности на профили средней скорости, было бы неуместно обобщать ее выводы до тех пор, пока не будет охарактеризовано ее влияние на структуру турбулентности. Более того, планируются эксперименты в новой трубной экспериментальной установке в БТУ г. Коттбуса для дальнейших исследований влияния шероховатости, поскольку для пограничного слоя на плоской пластине требовались тщательные подготовительные усилия для определения данных о трении на стенке.

В проведении экспериментов вместе с автором участвовал г-н Уонг. Автор благодарит Факультет аэродинамики и механики жидкости БТУ г. Коттбуса за финансовую поддержку работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Prandtl L. Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kliner Reibung // Proc. Third Inter. Math. Congr., 1904. Heidelberg. P. 484–491.
- Nagib H.M., Chauhan K.A. Variations of von Kármán coefficient in canonical flows // Phys. Fluids. 2008. Vol. 20. P. 101518.
- Nagib H.M., Chauhan K.A., Monkewitz P.A. Approach to an asymptotic state for ZPG turbulent boundary layers // Phil. Trans. Royal Soc. A 2007: Scaling and structure in high Reynolds number wallbounded flows 95. P. 755–770.
- Nagib H.M., Chauhan K.A., Monkewitz P.A. Scaling of high Reynolds number turbulent boundary layers revisited // 4th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Meeting, Toronto, Canada, June 6-9, 2005, AIAA 2005, 4810.
- Österlund J.M. Experimental studies of zero pressure gradient turbulent boundary-layer flow, PhD thesis. Royal Institute of Technology, Stockholm, KTH, Sweden. 1999.
- Buschmann M.H., Indinger Th., Gad-el-Hak M. Generalized logarithmic law and its consequences // AIAA J. January 2003. Vol. 41, No. 1. P. 1–9.
- 7. Fernholz H.H., Finley P.J. The incompressible zero-pressure-gradient turbulent boundary layer: An assessment of the data // Prog. Aerospace Sci. 1996. Vol. 32. P. 245–311.
- **8. Hafez S.** A comparative study on high Reynolds number turbulent boundary layers // 16th Australasian Fluid Mechanics Conf. Crown Plaza, Gold Coast, Australia 3-7 December 2007.
- Zagarola M.V., Smits A.J. A new mean velocity scaling for turbulent boundary layers // Proc. of FEDSM 98 ASME Fluids Engng. Division Summer Meeting, June 21-25, 1998, Washington DC.
- 10. Nikuradse J. 1933, Laws of flow in rough pipes, VDI Forschungsheft 361; also NACA TM 1292, 1950.
- Hama F.R. Boundary-layer characteristics for smooth and rough surfaces // Trans. Soc. Nav. Arch. Mar. 1954 Engng 62. P. 333–351.
- Clauser F.H. Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients // J. Aeronaut. Sci. 1954, Vol. 21. P. 91–108.
- 13. Rotta J.C. Turbulent boundary layers in incompressible flow // Prog. Aeronaut. Sci., 2. 1962. P. 1–220.
- Schlichting H. Experimentelle untersuchung zum rauhigkeitsproblem, Ingenieur-Archiv 7, 1936 (Band, 1. Heft): P. 1–34.
- Castillo L., Seo J., Hangan H., Johansson T.G. Smooth and rough turbulent boundary layers at high Reynolds number // Exp. in Fluids 36, 2004. P. 759–774.
- Gibbings J.C., Goksel O.T., Hall D.J. The influence of roughness trips upon boundary-layer transition, Pt. 1 Characteristics of wire trips // J. Aeronautical, October 1986. P. 289–301.
- Castro I.P. Rough-wall boundary layers: mean flow universality // J. Fluid Mech., 2007. Vol. 585. P. 469–485.
- 18. Kito M., Zanoun E.-S., Jehring L., Egbers C. KAFer-Doppler anemometry in turbulent boundary layers induced by different tripping devices compared with recent theories // Fachtagung KAFermethoden in der Strömungsmesstechnik 5-7 September 2006, Braunschweig, Germany.
- 19. White F.M. Viscous fluid flow // McGraw-Hill, New York, 1968, P. 503.
- George W.K., Castillo L., Knecht P. The zero pressure-gradient turbulent boundary layer // Technical Report No. TRL-153, 1996, S.U.N.Y. at Buffalo.
- Fernholz H.H., Janke G., Schober M., Wagner P.M., Warnack D. New developments and applications of skin-friction measuring techniques // Meas. Sci. Technol. 7. 1996. P. 1396–1409.
- Kornilov V.I., Litvinenko Yu.A. Skin friction measurements in an incompressible turbulent boundary layer. Pt. 1. Adverse pressure gradient // Thermophysics and Aeromechanics, 2001. Vol. 8, No. 4. P. 475–491.
- Zanoun E.-S., Durst F., Nagib H. Evaluating the law of the wall in two-dimensional fully developed turbulent channel flows // Phys. Fluids 2003, 15 (10). P. 3079–3089.
- Rüedi J-D., Nagib H., Österlund J., Monkewitz P. Evaluation of three techniques for wall-shear measurements in three-dimensional flows // Exp. Fluids. 2003. 35(5). P. 389–396.
- Zanoun E.-S., Durst F., Saleh O., Al-Salaymeh A. Wall skin friction and mean velocity profiles of fully developed turbulent pipe flows // Exp. Therm. Fluid Sci. 2007. 32(1). P. 249–261.
- 26. Durst F., Jovanovic J., Sender J. LDA measurements in the near-wall region of a turbulent pipe flow // J. Fluid Mech. 295 (1995) 305 335.
- Schultz G. Neues Reibungswiderstandsgesetz f
 ür glatten Platten // Luftfahrt-Forschung (NACA TM986). 1940. Vol. 17. P. 239.
- 28. Coles D.E. The law of the wake in the turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1956. Vol. 1. P. 191–226.

- 29. Bradshaw P., Huang G. The law of the wall in turbulent flow // Proc. R. Soc. London A. 1995. Vol. 451. P. 165–188.
- **30.** Computation of Turbulent Boundary Layers-1968 // Proc. of AFOSR–IFP–Stanford Conf. Vol. 2 / Edited by D. E. Coles and E. A. Hirst, Thermosciences Div., Dept. of Mechanical Engng. Stanford Univ., Stanford, CA, 1969.
- Barenblatt G.I., Chorin A.J., Prostokishin V.M. Characteristic length scale of the intermediate structure in zero-pressure-gradient boundary layer flow // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. Vol. 97. 2000. P. 3799–3802.
- Wosnik M., Castillo L., George W. A theory for turbulent pipe and channel flows // J. Fluid Mech. 2000. Vol. 421. P. 115.
- Ludwieg H., Tillmann W. Investigation of the wall shearing stress in turbulent boundary layers // Natl. Advisory Comm. Aeronaut., Tech. Mem. 1950. No. 1285.
- 34. Zanoun E.-S., Nagib H., Durst F. Refined Cf relation for turbulent channels and consequences for high Re experiments // J. Fluid Dyn. Res. 41, 2009. P. 1–12.
- 35. Klebanoff P.S., Diehl Z.W. Some features of artificially thickened fully developed turbulent boundary layers with zero pressure gradient // Report 1110, Supersedes NACA TN 2475, 1952.
- 36. Colebrook C.F. Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws // J. Instit. Civil Engng., London. 1939. Vol. 11. P. 133.
- Rouse H. Evaluation of boundary roughness, Proc. 2nd Hydraulics Conf., State University of Iwoa 1943, P. 105.
- 38. Moore W.F. An experimental investigation of the boundary layer development along a rough surface // PhD thesis State University of Iowa, 1951.
- Krogstad P.-As., Antonia R.A. Surface roughness effects in turbulent boundary layers // Exp. Fluids 27. 1999. P. 450–460.
- Tachie M.F., Bergstrom D.J., Balachandar R. Roughness effects in low-Re open-channel turbulent boundary layers // Exp. Fluids 35. 2003. P. 338–346.

Статья поступила в редакцию 7 мая 2009 г.