УДК 669.017:539.375

СВЯЗЬ ХАРАКТЕРИСТИК ОТКОЛА С РАЗМЕРНОСТЬЮ ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ РАЗРУШЕНИЯ

Б. К. Барахтин, Г. Г. Савенков*

Центральный научно-исследовательский институт конструкционных материалов "Прометей", 191015 Санкт-Петербург

* Научно-исследовательский институт "Поиск", 188662 Мурино Ленинградской области E-mail: sav-georgij@yandex.ru

Исследуется влияние фрактальности поверхности разрушения и контура откола на характеристики нагружаемого материала (время разрушения (долговечность) и откольную прочность). Показано, что с увеличением фрактальной размерности контура откола показатель долговечности материала в волне растяжения и откольная прочность возрастают, в то время как с ростом фрактальной размерности поверхности разрушения откольная прочность уменьшается. Приведены примеры расчета откольной прочности с учетом фрактальности поверхности разрушения для стали марки Сп. 28.

Ключевые слова: мезодефект, фрактал, откол, время разрушения, откольная прочность.

Введение. Как известно, динамическое (в частности, откольное) разрушение материалов является многостадийным кинетическим процессом, в основе которого лежит полимасштабная эволюция внутренних дефектов материала. На каждом масштабном уровне характер и длительность элементарных актов структурных перестроек различны и взаимообусловлены. Кроме того, возможно возникновение и развитие дефектов одновременно на разных стадиях, т. е. образование макродефектов может сопровождаться зарождением субмикродефектов, их слиянием с образованием микродефектов и т. д. При этом имеет место взаимовлияние указанных процессов. Из сказанного выше следует, что построение математической многоуровневой модели динамического (откольного) разрушения, учитывающей многофакторность процесса (описание каждого уровня, установление взаимовлияния физических процессов на каждом уровне, определение влияния процессов, происходящих на всех уровнях, на процессы, реализующиеся на выбранном уровне), является весьма сложной задачей. Существует ряд моделей, описывающих различные особенности поведения материалов в условиях динамического (откольного) разрушения. Широкое распространение получили модели, в которых изучаются только две стадии (микро- и макроуровни) процесса разрушения либо применяются статистические методы описания процессов зарождения и развития дефектов [1].

В последнее время появились модели, учитывающие дискретность деформируемой среды, рассматриваемой как диссипативная система, в процессе эволюции которой возникают фрактальные структуры, способные самоподобно распространяться и вызывать глобальное разрушение при достижении некоторых критических условий [2–5].

Целью настоящей работы является установление связей между долговечностью $t_{\rm p}$, откольной прочностью $\sigma_{\rm p}$ материала и фрактальными параметрами поверхности разрушения, образующейся при ударно-волновом разрушении отколом.

Методика эксперимента. Нагружение мишеней в виде дисков диаметром 52 мм и толщиной $5 \div 10$ мм, изготовленных из сталей различного класса, осуществлялось плоским ударником с помощью пневматической пушки в диапазоне скоростей $V_0 = 200 \div 650$ м/с.

Испытанные мишени подвергались электронно-микроскопическому исследованию на растровом электронном микроскопе SEM 535. Путем оцифровки и статистической обработки электронно-микроскопических фотографий вертикальных сечений поверхностей разрушения мишеней при увеличениях в широком диапазоне (от 10 до 5 · 10³) определялись фрактальная размерность контура откола и распределение по размерам участков (дефектов) сдвига и отрыва.

Результаты экспериментов и их обсуждение. В работах [4-6] представлены результаты проведенного ранее анализа поведения механических параметров испытанных материалов. Полученные в [4–6] данные электронно-микроскопического сканирования испытанных образцов показали, что для большинства марок сталей (40X, 45XMФВА, 12X18H10T, Сп. 28 и др.) поверхности разрушения или контуры откольных щелей представляют собой фрактальные объекты (рис. 1). В зависимости от прочности мишени эти контуры имеют вид извилистых линий, которые могут быть описаны с помощью кривых Коха [2]. Кроме того, распределения по размерам участков сдвига и отрыва описываются функцией Вейбулла, например в опытах по динамическому нагружению образцов из стали марки 40X ($\sigma_{0,2} = 415$ МПа, $\sigma_{\rm B} = 690$ МПа, $\delta_5 = 8,5$ %) с начальной скоростью удара $V_0 = 620$ м/с. На рис. 2 представлены кривые распределения $n/n_0 - l/l_0$ (n_0 — максимальная сумма дефектов размером l_0 в данном распределении). В случае накопления повреждений и хрупкого разрушения физическая трактовка распределения Вейбулла соответствует фрактальной геометрии дефектной структуры металла [2, 7], поэтому можно предположить, что большинство аппроксимирующих зависимостей, характеризующих развитие трещины откола, являются "потенциально фрактальными" [3].

Используя пространственную классификацию дефектов структуры реального металлического материала [8], определим диапазон масштабов фракталов, в котором для трещин откола проявление признаков фрактальности и автомодельности процесса разрушения наиболее вероятно. Как известно, в волне растяжения зародышевые очаги разрушения размером 0,2 ÷ 100,0 нм образуются взрывоподобно со скоростью звука [9]. Поскольку в импульсе напряжений время их образования очень мало (для сталей — менее 0,02 нс), влиянием микроструктурного уровня на долговечность образца можно пренебречь. Таким



Рис. 1. Элемент контура откольной щели в виде звездочки Коха в образце из стали марки Сп. 28



Рис. 2. Распределение дефектов по размерам в образце из стали марки 40X при $V_0 = 620$ м/с:

а — дефекты отрыва, параллельные свободной поверхности образца ($n_0 = 324$, $l_0 = 24$ мкм); δ — дефекты сдвига, перпендикулярные свободной поверхности ($n_0 = 199$, $l_0 = 11$ мкм); линии — результаты расчета, точки — экспериментальные данные

образом, доминирующие элементарные акты разрушения, происходящие в волне растяжения, реализуются на двух мезомасштабных уровнях: мезоуровне I (размеры фракталов $0,1 \div 20,0$ мкм) и мезоуровне II (размеры фракталов $20 \div 2000$ мкм).

Расчетные модели. Исследуем влияние фрактальности контура образующегося откола на характерное время разрушения в волне растяжения. Полная длина фрактального контура откольной щели равна

$$l = \Delta l N, \tag{1}$$

где Δl — минимальный выделенный размер мезодефекта, обусловливающего формирование фрактальной трещины откола (масштабная единица, используемая для пошагового обхода фрактальной кривой) [2]; N — количество выделенных мезодефектов.

Масштаб Δl содержится в соотношении для фрактальной размерности D:

$$D = \lg \left(l/\Delta l \right) / \lg \left(l_1/\Delta l \right). \tag{2}$$

Здесь l_1 — расстояние между двумя крайними точками макротрещины по прямой. Как известно, фундаментальным свойством фрактальных кривых является их автомодельность или воспроизводимость в некотором интервале масштабов, т. е. эти кривые могут иметь наибольший масштаб, но в принципе не должно существовать такого малого масштаба, в котором не воспроизводилась бы основная кривая (хотя в действительности ограничения снизу имеют место).

С учетом (1) при откольном разрушении долговечность образца в волне растяжения равна

$$t_{\rm p} = \alpha (\Delta l / V_{\rm Tp}) N + N t_3, \tag{3}$$

где $V_{\rm Tp}$ — скорость роста мезодефекта; t_3 — время задержки старта мезодефектов [10]; коэффициент $\alpha = 0.5$ для металлов, имеющих четко выраженные продольные мезотрещины за счет большой дисперсии скоростей Δu в волне сжатия [6], и $\alpha = 1$ для металлов, у которых дисперсия скоростей Δu отсутствует или очень мала (в этом случае продольные мезотрещины не образуются). Соотношение (3) для времени разрушения предполагает рост откольной трещины из одного центра, в то время как при отколе и разрушении вообще инициируется, как правило, большое количество очагов разрушения размером $0,2 \div 100,0$ нм (при этом среднее значение размера фрактала ближе к нижнему пределу). Считается, что в предразрывном состоянии внутри образца из металла максимальная концентрация таких субмикродефектов, образующихся за время менее 1/30 с, достигает значений порядка $10^{14} \div 10^{15}$ м⁻³ [11]. Проведенные исследования показывают, что при отколе концентрация зародышевых микродефектов не превышает 10^8 м⁻². Соответственно концентрация дефектов на линии $N_l \approx 10^4$ м⁻¹, т. е. суммарная начальная длина субмикродефектов равна $l = 2 \cdot 10^{-6} \div 10^{-3}$ м (можно полагать, что в среднем $l = 2 \cdot 10^{-5} \div 2 \cdot 10^{-4}$ м). В этом случае можно считать, что откольная трещина растет из одного очага разрушения с указанным начальным размером, в силу чего справедливо соотношение (3).

Время задержки старта мезодефекта t_3 определяется длительностью переходного процесса установления напряжений в окрестности дефекта и по порядку величины равно [10]

$$t_3 = \Delta l/C,\tag{4}$$

где C — продольная скорость звука.

Масштаб Δl можно определить из соотношения (2) (для этого предварительно необходимо найти фрактальную размерность D, например с помощью метода вертикальных сечений [4]) либо, поскольку размерность слабо зависит от выбранной масштабной единицы измерения (геометрической с постоянной кратностью или физической с кратностью, обусловленной структурными характерными масштабами), задать его конкретное значение. Наиболее подходящее значение — $\Delta l = 0,1$ мкм, являющееся граничным между микроуровнем и мезоуровнем I. Относительно величины скорости мезотрещин (как и макротрещин) $V_{\rm тр}$ единого мнения не существует, однако можно полагать, что для высокоскоростных процессов нагружения эта скорость близка к максимальной скорости трещины, которая отождествляется со скоростью распространения рэлеевских волн $C_{\rm R}$, т. е. можно принять $V_{\rm тр} \simeq C_{\rm R}$.

В соотношении (3) первое слагаемое с учетом значений параметров, входящих в него, близко к неопределенности вида $0 \cdot \infty$, в то же время в условиях откольного разрушения долговечность образца в волне растяжения является конечной величиной (как правило, не более 1 мкс). С учетом сказанного выше из факта существования характерного масштаба следует, что должно происходить дискретное (скачкообразное) распространение фрактальной магистральной трещины. Тогда минимальной структурной единицей ("квантом" скачка трещины [2]), однозначно определяющей свойства и структуру такой макротрещины, является минимальный выделенный мезодефект размером Δl (масштаб фрактальной трещины). Следует отметить, что дискретность процесса разрушения обсуждалась во многих работах. Например, в [12] "квантом" скачка трещины предлагается считать нарушение связей одной пары атомов идеальной неплотноупакованной кубической решетки.

Время

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{V_{\rm TP}} \simeq \frac{\Delta l}{C_{\rm R}}$$

является временем образования минимального выделенного мезодефекта размером Δl и, по сути, представляет собой так называемое структурное время t_c , введенное в работе [13] и являющееся константой материала и задачи:

$$t_{\rm c} = d/C.$$

Под величиной d в [13] понимается линейный размер, характеризующий элементарную ячейку разрушения на данном масштабном уровне. Этот линейный размер предлагается определять из условия

$$d = 2K_{\mathrm{I}c}^2 / (\pi \sigma_c),$$

где K_{Ic} — критический коэффициент интенсивности напряжений; σ_c — прочность на разрыв бездефектного образца из данного материала. Параметр d входит в статический критерий разрушения Нейбера — Новожилова и структурно-временной критерий, предложенный авторами работы [14]. Предлагались также другие интерпретации параметра d, например: размер зерна для поликристаллического материала, параметр масштабного соответствия прочностных характеристик и т. п.

Так как в рассматриваемом случае исследуется фрактальная макротрещина, то ее длину можно определить по формуле

$$l = \lambda (\Delta l)^{1-D},\tag{5}$$

где λ — постоянная. Из (1), (5) следует

$$N = \lambda (\Delta l)^{-D}.$$

Подставляя это соотношение в (3) с учетом (4), получаем

$$t_{\rm p} = \alpha (\Delta l/C_{\rm R})\lambda (\Delta l)^{-D} + \lambda (\Delta l/C)(\Delta l)^{-D}.$$

Поскольку в диапазоне $\nu = 0.28 \div 0.31$ (наиболее распространенные значения коэффициента Пуассона для конструкционных материалов) $C_{\rm R} \approx 0.6C$, окончательно имеем

$$t_{\rm p} = \lambda (1.67 + \alpha) (\Delta l/C_{\rm R}) (\Delta l)^{-D}.$$
(6)

Из соотношения (6) следует, что чем больше значение фрактальной размерности D, тем больше значение времени разрушения в волне растяжения (долговечности образца). Так как фрактальная размерность связана с параметром шероховатости рельефа зависимостью [2]

$$D = \lg R - \lg k / \lg \eta,$$

где $R = l/l_1$ — параметр шероховатости контура макротрещины; k — постоянная; η — масштаб наблюдения, то очевидно, что чем больше шероховатость контура получаемого излома, тем больше значение долговечности. Заметим, что в данной работе количественные соотношения получены впервые. Следует также отметить, что параметр R является интегральной характеристикой шероховатости и не учитывает ее нерегулярность, имеющую место в действительности. Эта нерегулярность, несомненно, дает вклад в характерное время разрушения.

При определении силовых и энергетических критериев процесса откола (откольной прочности σ_p и удельной (на единицу площади поверхности) работы отрыва λ_p) в экспериментах по откольному разрушению материалов полагается, что реализуется строго одномерная регулярная деформация, эквивалентная идеальному "стеснению" материала [15]. Однако фрактальные кривые являются геометрически хаотическими кривыми, поэтому в случае фрактального контура откольной щели деформационные движения материала имеют неупорядоченный, хаотический характер. С учетом сказанного выше найдем связь откольной прочности с фрактальной размерностью, которая, по сути, является мерой хаоса геометрической структуры трещины [16].

Откольная прочность $\sigma_{\rm p}$ (критические напряжения при отрыве) без учета упругопластических свойств материала находится из известного соотношения

$$\sigma_{\rm p} = \rho_0 C_0 (V_0 - V_{\rm min})/2, \tag{7}$$

где ρ_0 — начальная плотность материала; C_0 — объемная скорость звука; V_0 — максимальная скорость свободной поверхности; V_{\min} — скорость свободной поверхности в первом минимуме зависимости V(t).

Как отмечено выше, процесс откольного разрушения является многостадийным, причем система дефектов образуется уже в падающей волне нагрузки, что приводит к изменению структуры материала мишени и его нагреву. По-видимому, эти факторы обусловливают хаотический характер движения частиц среды в волне растяжения, формирующего в конечном счете хаотическую траекторию магистральной макротрещины.

Как известно, физические свойства (плотность и упругие модули) среды с дефектами зависят от степени ее дефектности, поэтому следует полагать, что формула (7) применима для идеального (вернее, исходного) материала и не описывает его реальную структуру к моменту разрыва [17].

Выполним оценку плотности ρ , модуля Юнга E, модуля объемного сжатия K и коэффициента Пуассона ν материала образца (без откола) со сформировавшейся фрактальной дефектной структурой. Более строгий подход к расчету этих характеристик должен быть основан на мультифрактальном формализме, однако в рассматриваемом случае достаточно использовать две фрактальные размерности: поверхности излома и контура откольной щели, полученные на мезоскопическом масштабно-структурном уровне.

Функцию плотности распределения n_S всех дефектов по фрактальной поверхности представим в виде [2]

$$n_S = \beta \langle l \rangle^{-D_S}$$

С учетом этого соотношения эффективные модуль упругости Юнга и коэффициент Пуассона определяются следующими зависимостями [17]:

$$E_{eff} = E[1 - (\pi/4)\beta\langle l\rangle^{2-D_S}], \qquad \nu_{eff} = \nu[1 - (\pi/4)\beta\langle l\rangle^{2-D_S}].$$

Здесь β — некоторый постоянный коэффициент; $\langle l \rangle$ — средний размер мезодефекта. Выражение для эффективного модуля объемного сжатия с учетом его определения записывается в виде

$$K_{eff} = E_{eff} / [3(1 - 2\nu_{eff})].$$

Для определения плотности поврежденного материала и объемной скорости звука в нем необходимо найти изменение его объема δW , которое в общем случае можно представить в следующем виде:

$$\delta W = \delta W_e + \delta W_q \pm \delta W_r \tag{8}$$

 $(\delta W_e -$ изменение объема вследствие упругой деформации; $\delta W_r -$ изменение объема вследствие релаксации напряжений при пластической деформации материала; $\delta W_g -$ увеличение объема вследствие образования дефектов на всех структурных уровнях).

Первый и третий члены зависимости (8) пренебрежимо малы. В классической теории откола в предположении, что разуплотнение достигает $3 \div 5$ %, пренебрегается также членом δW_g [18]. Однако в рассматриваемом случае учет увеличения объема за счет разрыхления материала необходим для определения влияния фрактальности системы мезодефектов на поверхности разрушения на откольные характеристики.

С учетом сказанного выше (8) преобразуется к виду

$$\delta W \simeq \delta W_q.$$

	-			-	-	
И0, м/с	$\beta \cdot 10^2$	$\langle l \rangle$, мкм	ξ	D	$(\sigma_{\rm p})_{\scriptscriptstyle \Im},$ ГПа	$(\sigma_{\rm p})_{\rm p}, \Gamma\Pi a$
152,5	1,4	12	11,0	1,242	$1,\!37$	1,13
196,0	1,3	15	10,5	1,200	1,36	1,25
213,0	$1,\!3$	16	10,0	1,188	1,36	$1,\!30$

Расчетные значения откольной прочности с учетом фрактальной размерности поверхности разрушения в образце из стали марки Сп. 28

Наряду с параметром шероховатости контура излома R введем параметр шероховатости поверхности разрушения $R_1 = S/S_p$ (S — истинная площадь поверхности разрушения; S_p — площадь соответствующей шероховатой поверхности, проецируемой на плоскость). Между R и R_1 существует следующая связь:

$$R_1 = 1 + (4/\pi)(R - 1). \tag{9}$$

Поскольку $R = \xi \eta^{1-D}$ [2], используя соотношение (9), получаем

$$\delta W \simeq \delta W_g = S_p (\xi \eta^{1-D} - 1) \langle l \rangle 4 / \pi.$$

В результате эффективное значение плотности определяется зависимостью

$$\rho_{eff} = \rho_0 / [1 + \gamma (\xi \eta^{1-D} - 1)(4/\pi)],$$

где $\gamma = \langle l \rangle / H$; H — исходная толщина образца.

С учетом полученных соотношений для $K_{e\!f\!f}$
и $\rho_{e\!f\!f}$ эффективная объемная скорость звука равна

$$C_{0\,eff} = C\{[1 - (\pi/4)\beta\langle l\rangle^{2-D_S}][1 + \gamma(4/\pi)(\xi\eta^{1-D} - 1)]/3[1 - 2\nu(1 - (\pi/4)\beta\langle l\rangle^{2-D_S})]\}^{0.5}.$$

Из зависимости для $C_{0\,eff}$ следует, что при значении коэффициента β , близком к значению величины $(4/\pi)\langle l\rangle^{D_S-2}/\langle l\rangle^2$ или равном ему, скорость звука близка к нулю или равна ему (эффект затухания звука). Этот вывод хорошо согласуется с результатами экспериментов по рассеиванию звуковых волн фрактальными поверхностями [19], что обусловлено распределением уклонов фрактальной поверхности. Следует отметить, что задача о распространении звуковых волн через систему дефектов в некоторой степени аналогична задаче о проникании газа через систему пор в угольных противогазах, которая способствовала развитию теории перколяции [20].

Подставляя в (7) эффективные значения плотности и объемной скорости звука, получим выражение, определяющее откольную прочность:

$$\sigma_{\rm p} = 0.5\rho_0 C \,\Delta V \left\{ [1 - (\pi/4)\beta\langle l \rangle^{2-D_S}]/3 [1 - 2\nu(1 - (\pi/4)\beta\langle l \rangle^{2-D_S})] \times \\ \times [1 + \gamma(4/\pi)(\xi\eta^{1-D} - 1)] \right\}^{0.5}.$$

Здесь $\Delta V = V_0 - V_{\min}$.

Из данной зависимости следует, что с ростом фрактальной размерности поверхности разрушения откольная прочность материала мишени уменьшается, но с ростом фрактальной размерности контура откола она увеличивается. В таблице представлены результаты расчетов, выполненных по полученному соотношению для откольной прочности, для образцов из стали марки Сп. 28 ($E = 204 \ \Gamma \Pi a$, $\nu = 0.28$, $\rho_0 = 7.8 \cdot 10^3 \ \text{кг/m}^3$, $C_0 = 4450 \ \text{м/c}$) при различных значениях начальной скорости удара V_0 . Экспериментальные данные взяты из работ [4, 21], во всех случаях максимальный масштаб увеличения $\eta = 5 \cdot 10^3$ [4], фрактальная размерность поверхности разрушения $D_S = 1 + D$, $\gamma = 1.5 \cdot 10^{-3}$.

Выводы. Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. Учет фрактальности образующихся поверхностей разрушения приводит: 1) к уменьшению значений откольной прочности; 2) увеличению откольной прочности с увеличением скорости удара, что лучше согласуется с экспериментальными значениями. Отметим, что при проведении сравнительных испытаний материалов на откол целесообразно находить не только величины t_p и σ_p , но и фрактальные размерности контура откольной щели D и поверхности разрушения D_S , определяющие указанные свойства материала в процессе его динамического нагружения. При этом способы определения указанных фрактальных размерностей должны быть нормативно закреплены, поскольку известно, что размерность существенно зависит от метода измерения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Глушак Б. Л., Трунин И. Р., Новиков С. А., Рузанов А. И. Численное моделирование откольного разрушения // Фракталы в прикладной физике. Арзамас-16: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 1995. С. 59–122.
- 2. **Иванова В. С.** Синергетика: Прочность и разрушение металлических материалов. М.: Наука, 1992.
- 3. **Иванова В. С.** Синергетика и фракталы в материаловедении / В. С. Иванова, А. С. Баланкин, И. Ж. Бунин, А. А. Оксогоев. М.: Наука, 1994.
- Барахтин Б. К., Мещеряков Ю. И., Савенков Г. Г. Динамические и фрактальные свойства стали СП-28 в условиях высокоскоростного нагружения // Журн. техн. физики. 1998. Т. 68, № 10. С. 43–49.
- 5. Савенков Г. Г. Фрактально-кластерная модель откольного разрушения // Журн. техн. физики. 2002. Т. 72, № 12. С. 44–48.
- Атрошенко С. А., Гладышев С. А., Мещеряков Ю. И. Исследование механизмов масштаба структурных уровней разрушения динамически нагружаемых сред // Докл. 4-го Всесоюз. совещ. по детонации. Телави: Б. и., 1988. Т. 1. С. 286–292.
- Long Q. Y., Suqin Li, Lung C. W. Studies on the fractal dimension of a fracture surface formed by slow stable crack propagation // J. Appl. Phys. 1991. V. 24. P. 602–607.
- 8. Козлов Э. В. Параметры мезоструктуры и механические свойства однофазных металлических материалов // Вопр. материаловедения. 2002. № 1. С. 50–69.
- 9. Аптуков В. Н. Две стадии откола // Физика горения и взрыва. 1985. № 5. С. 122–127.
- 10. **Фадеенко Ю. И.** Временные критерии разрушения в динамике твердого тела // Динамика сплошной среды / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1977. Вып. 32. С. 95–122.
- Бетехтин В. И., Петров А. И., Кадомцев А. Г. Долговечность, развитие и залечивание микротрещин в металлах // Физика прочности и пластичности. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1986. С. 41–48.
- 12. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. 1969. Т. 33, вып. 2. С. 212–222.
- 13. Морозов Н. Ф., Петров Ю. В. О концепции структурного времени в теории динамического разрушения // Докл. АН СССР. 1992. Т. 324, вып. 5. С. 964–967.
- 14. Морозов Н. Ф., Петров Ю. В., Уткин А. В. К расчету предельной интенсивности импульсных нагрузок // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1988. № 5. С. 181–182.
- 15. Иванов А. Г. О возможных причинах хрупких разрушений // ПМТФ. 1988. № 3. С. 137–141.
- Пайтген Х.-О., Рихтер П. Х. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем. М.: Мир, 1993.
- 17. Салганик Р. Л. Механика тел с большим числом трещин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1973. № 4. С. 149–158.

- 18. **Разрушение** разномасштабных объектов при взрыве / Под общ. ред. А. Г. Иванова. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2001.
- Зосимов В. В., Лямшев Л. М. Фракталы в волновых процессах // Успехи физ. наук. 1995. Т. 165, № 4. С. 361–401.
- 20. Эфрос А. А. Физика и геометрия беспорядка. М.: Наука, 1982.
- 21. Савенков Г. Г. Механизмы деформации и разрушения пластичных и твердых тел при высокоскоростном взаимодействии: Дис. ... д-ра техн. наук. СПб., 2003.

Поступила в редакцию 8/IV 2008 г., в окончательном варианте — 7/XI 2008 г.