

7. В. П. Белов, В. Ф. Булдаков и др. Материалы IX Всесоюзной конференции по вопросам горения, испарения и газовой динамики дисперсных систем. ОГУ, 1969.
8. Г. Г. Шелухин, В. Ф. Булдаков, В. П. Белов. ФГВ, 1969, 5, 1.
9. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. М., Наука, 1968.
10. А. Ф. Беляев, Ю. В. Фролов, Ф. И. Дубовицкий. ФГВ, 1968, 4, 1.
11. М. Саммерфильд и др.— В сб.: Исследование ракетных двигателей на твердом топливе. М., ИЛ, 1963.

К ЧИСЛЕННОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ ГАЗОДИНАМИКИ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССОВ

Н. Е. Ермолин, В. М. Фомин
(Новосибирск)

Исследуется в рамках невязкого, нетеплопроводного реагирующего газа сверхзвуковое течение смеси, состоящей из элементов О, Н, N, Ar. Впрыск и смешение топлива в канале моделируется введением источников членов в уравнениях движения. Кинетическая схема процесса включает в себя известные механизмы окисления водорода и образования окислов азота Даффа и Зельдовича.

Для принятой геометрии выяснено взаимное влияние газодинамического и кинетического факторов на процесс горения. Описывается методика расчета неравновесных разрывных течений. Численное решение строится на основе метода, предложенного в [1]. С обобщением указанного метода на неравновесные течения можно ознакомиться в [2], где проводится анализ более ранних работ.

Рассматривается течение невязкой, нетеплопроводной, реагирующей смеси, состоящей из О, O₂, Н, Н₂, ОН, Н₂О, НО₂, Н₂О₂, N₂, N, NO, HNO, NO₂, N₂O, Ar, в осесимметричном канале. Верхняя образующая канала состоит из двух отрезков прямых (рис. 1)

$$y = Y, \quad 0,14 \leq x \leq B;$$

$$y = Y + \operatorname{tg} \alpha \cdot (x - B - 0,03), \quad B + 0,03 \cdot (1 + \cos \alpha) \leq x,$$

гладко сопряженных с дугой окружности. Нижняя образующая состоит из трех отрезков прямых

$$y = \operatorname{tg} \beta \cdot x, \quad x \leq 0,16; \quad y = y_0, \quad 0,19 \leq x \leq B;$$

$$y = \operatorname{tg} \beta \cdot (B + 0,19 - x), \quad B + 0,03 \leq x,$$

гладко сопряженных с двумя дугами окружности. Все линейные размеры уменьшены в l раз и приведены в метрах; B — варьируемый параметр; $Y = y_0 + 0,003$; $y_0 = \operatorname{tg} \beta \cdot 0,16 + 0,03 \cdot (1 - \cos \beta) / \sin \beta$; $\alpha = 10^\circ$; $\beta = 15^\circ$; ox — ось симметрии.

Для заданного числа Маха M_∞ течение на входе в канал формируется под действием равномерного набегающего потока, имеющего параметры на бесконечности: $T_\infty = 243$ К, $p_\infty = 41098$ Н/м², $c_2 = 0,233$, $c_9 = 0,7534$, $c_{15} = 0,0136$, остальные $c_i = 10^{-8}$. Здесь c_i — массовые концент-

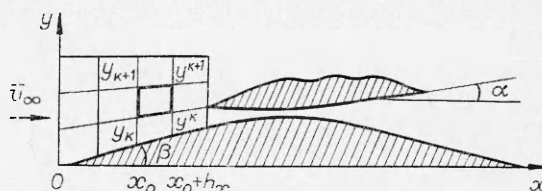


Рис. 1.

рации, взятые в порядке, указанном выше. Передняя кромка верхней стенки канала считается острой (не влияющей на течение внутри канала). Предполагается, что в некоторой части канала происходит впрыскивание топлива (водорода).

Система уравнений, моделирующая процесс горения, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div}(\rho \bar{v}) &= \kappa, \\ \rho \bar{v} \cdot \nabla c_i &= M_i \kappa_i - c_i \kappa, \quad i \neq 4, \\ \rho \bar{v} \cdot \nabla c_4 &= M_4 \kappa_4 + (1 - c_4) \kappa, \\ \rho(\bar{v} \cdot \nabla) \bar{v} + \nabla p &= \kappa(\bar{v}_0 - \bar{v}), \\ \rho c_p \bar{v} \cdot \nabla T + \frac{1}{2} \rho \bar{v} \cdot \nabla V^2 &= \kappa \left(e_0 - h_4 - \frac{1}{2} V^2 \right) - \sum_{i=1}^N h_i M_i \kappa_i, \\ p &= R \rho T, \quad R = R_0 \sum_{i=1}^N y_i, \quad V^2 = \bar{v} \cdot \bar{v}, \\ \kappa_i &= l \cdot \sum_{j=1}^L (\bar{v}_{ji}'' - \bar{v}_{ji}') \left[k_{jf} \prod_{\alpha=1}^N (\rho y_\alpha)^{\nu_{j\alpha}'} - k_{jb} \prod_{\alpha=1}^N (\rho y_\alpha)^{\nu_{j\alpha}''} \right], \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где ρ , T , p , \bar{v} соответственно плотность, температура, давление и скорость смеси; множитель l возникает вследствие растяжения координат; M_i — молекулярный вес; c_p — замороженная теплоемкость смеси при постоянном давлении; h_i — мольная энтальпия единицы массы; y_i — количество молей i -й компоненты в единице массы газа $y_i = \rho_i / \rho M_i$; R_0 — универсальная газовая постоянная; $k_{jf}(T)$, $k_{jb}(T)$ — константы скорости j -й реакции; ν_{ji}' , ν_{ji}'' — стехиометрические коэффициенты i -го компонента в j -й реакции; L — число реакций; N — число компонентов в смеси. Система (1) отличается от обычной наличием источников члена (κ — массовая плотность источника, $\kappa \bar{v}_0$ — импульс, κe_0 — полная энергия), моделирующего впрыск и смешение водорода. Смешение предполагается полным и мгновенным, что соответствует оценке «сверху» влияния кинетического фактора на процесс горения. Предположение приемлемо для процессов, протекающих в кинетической области.

Вид источников члена в расчете взят в форме

$$\kappa = \frac{\gamma Q \varepsilon}{1 - \exp(-\varepsilon)} \frac{1}{4(x_0 - x_1) [Y^2 - (\operatorname{tg} \beta_0, 16)^2]} \exp\left(\varepsilon \frac{x - x_1}{x_1 - x_0}\right),$$

$$x \in [x_1, x_0], \quad \kappa = 0, \quad x \notin [x_1, x_0],$$

позволяющей варьировать длину области смешения за счет распределенного впрыска топлива. Здесь Q — количество поступающего в канал кислорода, отнесенное к 2л. Впрыск производится на длине $x_0 \div x_1$ (о величине ε и γ см. ниже). Нормирующий множитель по порядку величины эквивалентен объему области смешения. Термодинамические величины экстраполируются полиномами из [3] до 243 K, что дает значение показателя адиабаты в невозмущенном потоке, равное 1,429. Кинетический механизм, включающий в себя в качестве реакций окисления водорода и синтеза окислов азота известные схемы Даффа и Зельдовича для $T \sim 1000 - 3000$ K, взят в виде, приведенном в таблице.

Недостающие константы скорости находились через константы равновесия соответствующих реакций. Последние в указанном интервале температур аппроксимировались с погрешностью, не превышающей 3%, функциями вида (2). Система (1) с соответствующими начальными и граничными условиями интегрировалась численно с помощью разностной схемы сквозного счета первого порядка точности, позволяющей рассчитывать двумерные сверхзвуковые течения реагирующего газа.

Реакция	Прямые реакции		Обратные реакции		Ссылка
	A	n	A	n	
$H+O_2=OH+O$	3	0	2,48	0	[4]
$O+H_2=OH+H$	3	0	4,3	0	[4]
$OH+H_2=H_2O+H$	3	0	1,33	0	[4]
$2OH=H_2O+O$	3	0	3,12	0	[4]
$H_2+M=2H+M$	1,85	-1	1	0	[4]
$H_2O+M=H+OH+M$	9,66	-1	1	0	[4]
$OH+M=O+H+M$	8	-1	1	0	[4]
$O_2+M=2O+M$	5,8	-1	6	0	[4]
$H_2+O_2=2OH$	2,72	0	8,34	0	[4]
$2OH+M=H_2O_2+M$	8,4	0	1,17	0	[4]
$H+O_2+M=HO_2+M$	3,71	0	2,4	0	[4]
$HO_2+H_2=H_2O_2+H$	2	0	1,47	0	[4]
$HO_2+H_2O=H_2O_2+OH$	1	0	1,28	0	[4]
$N_2+O_2=2NO$	9,1	-2,5	1	0	[5, 6]
$N+O_2=NO+O$	1	0	1	1	[6, 7]
$N+NO=N_2+O$	1	0	5	0	[6, 8]
$N+O+M=NO+M$	1,2	-1	3,9	-4,5	[9, 8]
$2N+M=N_2+M$	9	-1	1	-0,5	[9, 7]
$O+N_2O=2NO$	1	0	4,8	-2,5	[6, 8]
$N+OH=NO+H$	7	0	9,5	-1	[9, 10]
$H_2+NO=HNO+H$	1	0	3,9	0,5	[11, 10]
$NO+OH=H+NO_2$	1	0	5,37	0	[10]
$NO+O+M=NO_2+M$	1	0	1	0	[11]
$H+NO+M=HNO+M$	5,4	0	1	0	[11]
$HNO+OH=H_2O+NO$	3	0,5	1	-	[11]
$O_2+N_2=O+N_2O$	-	-	1	-	[11]
$N_2O+N_2=M+N_2+O$	5	0	1	0	[6]
$H+N_2O=OH+N_2$	4	0	1	0	[19, 11]
$NO_2+H_2=NO+H_2O$	2,4	0	18,38	-	[10]

Примечание. Константы скоростей реакций имеют вид $A T^n \exp(-E/R_0 T) \text{ л}^{v-1} / (\text{моль}^{v-1} \cdot \text{с})$ (2), размерность E — ккал/моль.

Область интегрирования бралась в виде

$$\begin{aligned} Y_1(x) \leq y \leq Y_0, \quad 0 \leq x < 0,14, \\ Y_1(x) \leq y \leq Y_2(x), \quad x \geq 0,14, \end{aligned} \quad (3)$$

где $y = Y_1(Y_2)$ — уравнение нижней (верхней) образующей канала. Постоянная Y_0 выбиралась так, чтобы для $x < 0,14$ возмущения, вносимые центральным телом, не попадали на верхнюю границу расчетной области. Расчетная ячейка строилась следующим образом: в двух близких сечениях $x = x_0$ и $x = x_0 + h_x$ отрезки прямых из (3) разбивались на k равных частей. Получающиеся точки и отрезки нумеровались снизу вверх. Точки рассматриваемых сечений с одинаковыми номерами соединялись отрезками прямых (см. рис. 1). Сетка строилась таким образом, чтобы при входе в канал ($x = 0,14$) область в поперечном направлении внутри канала была разбита на $k = 20$ слоев. Ниже по потоку интегрирование проводилось с полученными начальными данными, причем область интегрирования разбивалась в поперечном направлении на 40 слоев.

Для численного интегрирования система (1) представлялась в форме законов сохранения

$$\oint_{\gamma} \bar{U} dy - \bar{f} dx + \int_S \bar{H} dx dy = 0,$$

$$U^T = (u_1, \dots, u_4, u_1 y_1, \dots, u_1 y_N) = \rho u (1, u + p/\rho u, v, h, y_1, \dots, y_N), \quad (4)$$

$$f^T = \rho v (1, u, v + p/\rho v, h, y_1, \dots, y_N),$$

$$\bar{H}^T = v \frac{\partial v}{\partial y} (1, u, v, h, y_1, \dots, y_N) - \kappa \left(1, u_0, v_0, e_0, \frac{\kappa_1}{\kappa}, \dots, \frac{\kappa_4}{\kappa} + \frac{1}{M_4}, \dots, \frac{\kappa_N}{\kappa} \right).$$

Здесь $v = 0$; 1 соответственно для плоского и осесимметричного течения; γ — замкнутый контур, охватывающий поверхность S ; u, v — проекция вектора скорости на оси ox, oy ,

$$h = \sum_{i=1}^N h_i y_i + \frac{1}{2} (u^2 + v^2).$$

Применение (4) к расчетной ячейке с использованием теоремы о среднем дает

$$\begin{aligned} (\bar{U}\Delta)^{k+1/2} - (\bar{U}\Delta)_{k+1/2} + (\bar{F}h_x - \bar{U}\Delta)_{k+1} - (\bar{F}h_x - \bar{U}\Delta)_k + \\ + [s(\bar{H}\Delta)_{k+1/2} + (1-s)(\bar{H}\Delta)^{k+1/2}] h_x = 0, \quad 0 \leq s \leq 0,5. \end{aligned} \quad (5)$$

Искомые «средние по отрезку» величины нумеруются индексами $k + 1/2$. Нижний индекс относится к величинам на слое $x = x_0$ (см. рис. 1), верхний — к величинам на слое $x = x_0 + h_x$. Индекс k относится к нижнему основанию рассматриваемой ячейки, $k + 1$ — к верхнему, $\Delta_k = y^k - y_k$, $\Delta^{k+1/2} = y^{k+1} - y^k$, $\Delta_{k+1/2} = y_{k+1} - y_k$. Не приводя вследствие громоздкости значений больших величин \bar{U}, \bar{F} , заметим, что они выстраиваются по аналогии с [1] с учетом соотношений на скачке и в центрированной простой волне, являющейся частным решением (1) для случая плоских замороженных течений с $\kappa = 0$,

$$\left. \begin{aligned} \rho_j v_{jn} &= \rho v_n, \quad \rho_j v_{jn}^2 + p_j = \rho v_n^2 + p, \quad v_{j\tau} = v_\tau, \\ y_{ij} &= y_i, \quad i = 1, N, \quad \left[\sum_{i=1}^N h_i y_i + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right]_j = h, \\ p &= R_j \rho T, \quad y_i \equiv y_{ij}, \quad i = 1, N, \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_j} \exp \left(\int_{T_j}^T \frac{c_{pj} - c_p}{c_{pj} T} dT \right),$$

$$\left[\sum_{i=1}^N h_i y_i + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right]_j = h,$$

$$\frac{d\xi}{dp} \mp \frac{1}{\rho u^2} \sqrt{M^2 - 1} = 0, \quad y - y_* = \frac{\xi \sqrt{M^2 - 1} \pm 1}{\sqrt{M^2 - 1} + \xi} (x - x_*),$$

Здесь $\xi = v/u$; x_* , y_* — центр волны; $\eta = c_p/(c_p - R)$; число M определено по замороженной скорости звука. Индекс j относится к величинам перед волной и перед скачком; величины с индексом $n(\tau)$ — проекции вектора скорости на нормаль (касательную к скачку).

Решение системы (5) строится методом итераций. Полагая $H_{n+1/2} = \bar{H}^{n+1/2}$, находим $\bar{y}^{(0)}$ — нулевое приближение для \bar{y} . Далее по заданному k -му приближению ($\bar{y}^{(k)}$, $k = 0, \dots$) методом простых итераций определяются функции $u_i^{(k)}$. Для их получения в каждой простой итерации необходимо вычислить ρ как функцию от U . Последняя находится из системы

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^N h_i y_i + \frac{1}{2} u_1^2 \left(\frac{1}{\rho} \right)^2 &= u_4/u_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{u_3}{u_1} \right)^2, \\ T &= \frac{1}{\rho R} \left(u_2 - u_1^2 \frac{1}{\rho} \right). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Из всех возможных значений для $1/\rho$ берется $\frac{1}{\rho} \in \left[\frac{1}{2} u_2/u_1^2, u_2/u_1^2 \right]$, удовлетворяющее условию $T > 0$, $u > c$, где c — замороженная скорость звука. После определения $u_i^{(k)}$ из (6) находятся ρ , T и из (5) по методу Ньютона $\bar{y}^{(k+1)}$. Получающаяся в результате применения метода Ньютона линейная система решалась методом Гаусса с выделением максимального элемента по столбцу. Процесс заканчивается по достижении заданной точности $|U^{(k+1)} - U^{(k)}| < |\delta|$.

Условие устойчивости схемы совпадает с указанным в [1]. Дополнительные ограничений на шаг, связанных с устойчивым счетом системы (4) при наличии источников членов, не было наложено вследствие неявного определения вектора концентраций. Интегрирование для различных чисел M_∞ проводилось для $l = 5$, $\varepsilon = 20$, $x_1 = 19$, $x_0 = 0,22$, $\bar{v}_0 = 0$, $T_0 = 800$ К (начальная температура водорода) для нескольких значений параметров B и γ , регулирующих соответственно длину цилиндрической части канала и массу впрыскиваемого водорода. Течение до области, занятой источником, считалось замороженным, однако учитывалась всюду переменность теплофизических свойств смеси.

Проводилось варьирование параметров γ и B с целью получения условий для иницирования горения при $M_\infty \leq 8$. Для $\gamma \leq 2$, $B = 0,19$ воспламенения смеси не происходило вследствие понижения статической температуры в расширяющейся части канала (цилиндрическая часть отсутствует, источник массы расположен в расширяющейся части канала). Для $\gamma = 2$, $B = 0,2097$ в цилиндрической части канала появлялась дозвуковая зона, температура превышала 3000 К, поле течения не рассчитывалось. Для дальнейшего исследования выбраны значения $\gamma = 1$, $B = 0,2097$. На рис. 2 приведено распределение температуры и давления вдоль нижней образующей канала при $M_\infty = 8$ (для $M_\infty \leq 7$ воспламенение не происходит). Температуры менее 1200 К соответствуют замороженному течению, а точки — течению без источника. В результате обте-

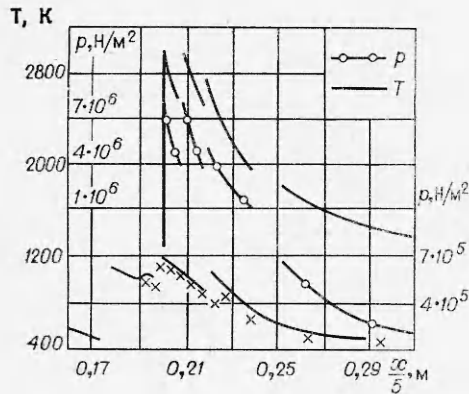


Рис. 2.

вания горения ($T \sim 1000-1100$ К, $p \sim (1 \div 2,5) \cdot 10^6$ Н/м²). Перепад давления по сечениям $x = \text{const}$ достигает $1 \div 1,6$ раза, перепад температуры — до 280 К, что существенно влияет на процесс воспламенения и горения смеси. Значения температуры, большие 1200 К, и давления приведены для реагирующей смеси. Воспламенение инициируется ударной волной у нижней образующей канала. Первый пик температуры (давления) соответствует волне горения, остальные образованы в результате отражения интенсивной ударной волны от нижней образующей канала.

На рис. 3 приведено распределение мольных концентраций в поперечном направлении в сечении $x = 0,20162$. Здесь концентрации, не превышающие значений 10^{-10} , не приведены, непрореагировавшей части потока соответствует число слоев $k \geq 22$, а переходная область «размазана» на три ячейки. Вследствие того, что структура скачка формируется схемной вязкостью, не совпадающей с физической, поведение искомых функций в нем не соответствует действительному. Поэтому значения искомых функций в переходной области не приводятся. Заме-

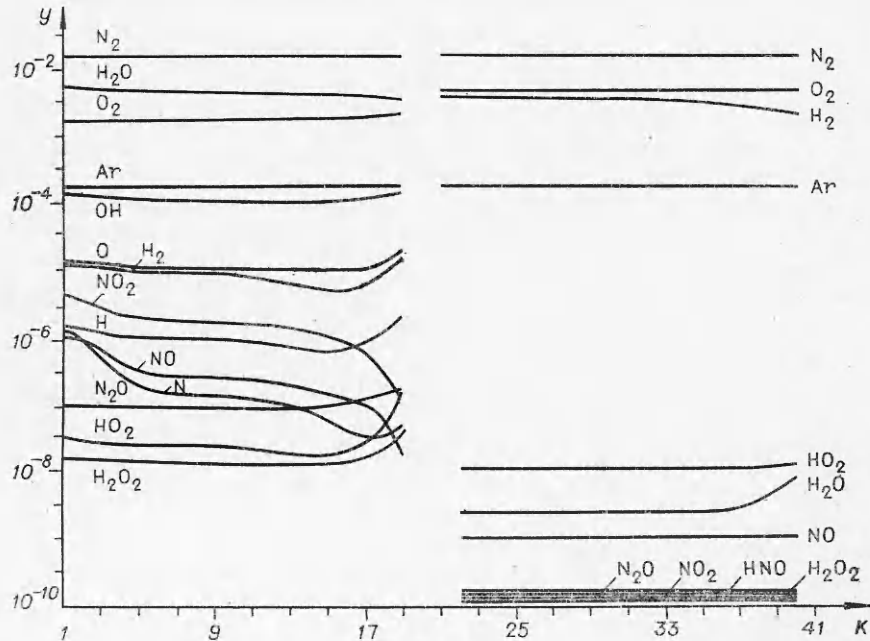


Рис. 3.

кания головной части на входе в канал устанавливается течение, близкое к коническому течению газа с постоянными теплоемкостями. Далее вдоль нижней образующей ($x \geq 0,16$) происходит падение температуры в волне разрежения. Отчетливо видно трехкратное отражение головного скачка уплотнения от нижней стенки канала. Наличие источника приводит, как это видно, к появлению более интенсивных ударных волн. В результате образования скачков уплотнения в цилиндрической части создаются условия для инициирования горения.

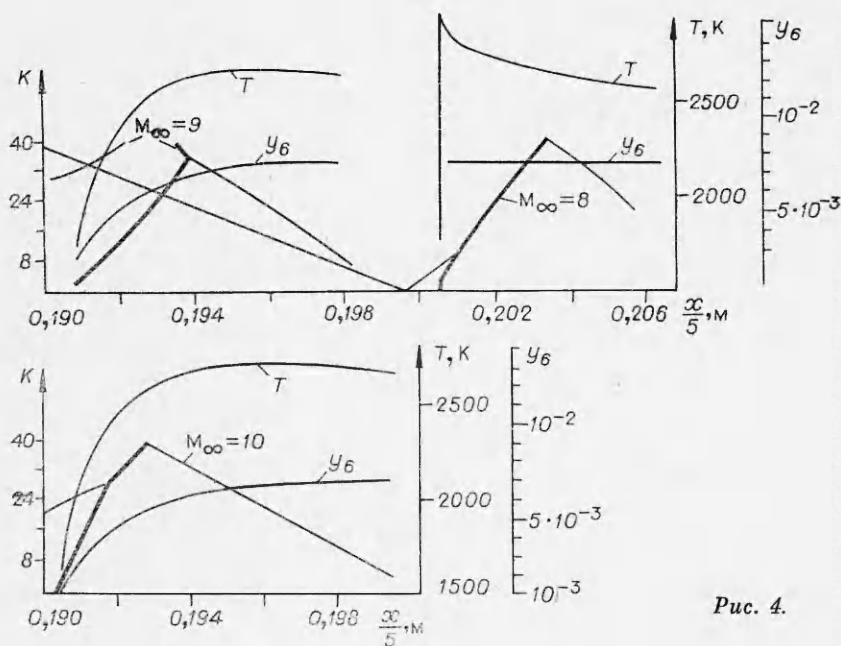


Рис. 4.

тим лишь, что газодинамические функции в ней монотонны, компоненты же с малыми значениями концентраций немонотонны. Как следует из рис. 3, в области, примыкающей к нижней образующей канала ($k \leq 19$), произошло почти полное выгорание водорода.

На рис. 4 приведена качественная перестройка потока в результате неравновесного протекания химических реакций. Здесь изображено формирование и взаимодействие фронтов волн горения с ударными в зависимости от M_∞ . Жирными линиями помечены фронты волн горения, тонкими — ударные волны. С увеличением числа M_∞ растет температура в цилиндрической части канала. Вследствие этого уменьшается период задержки воспламенения, волны горения смещаются вверх по потоку. При $M_\infty = 8$ воспламенение инициируется ударной волной. Характер протекания реакции близок к детонационному: волна горения локализована в узкой зоне фронта, не превышающей $5 \cdot 10^{-4}$ м, в реальной системе координат. При $M_\infty = 9$ зарождаются две волны горения, в результате взаимодействия которых вниз по потоку распространяются две ударные волны. Температура за скачком при отражении интенсивной ударной волны от нижней образующей канала ~ 3350 К (на графике не показано). Поэтому в этом случае необходимо уточнение кинетического механизма. Для $M_\infty = 10$ взаимодействие волн, отличное от $M_\infty = 9$, обусловлено как чисто газодинамическим эффектом (с ростом M_∞ и в результате взаимодействия ударной волны с интенсивной волной разрежения происходит поджатие ударной волны к центральному телу), так и кинетическим (смещение волны горения вверх по потоку в результате уменьшения периода воспламенения). Представление об области интенсивного протекания реакции дает изображенное на рис. 4 распределение вдоль нижней образующей канала температуры и основного продукта реакции — H_2O .

Для принятой геометрии и кинетического механизма в исследованном диапазоне начальных данных во всем поле течения, просчитанном до $x = 0,31$, значения концентраций компонентов, содержащих атомы азота (за исключением молекулярного азота), малы и по порядку величин не превышают указанных на рис. 3. Вследствие этого влияние реакций с участием азота с принятыми константами скоростей на газоди-

намическое поле слабое. Сравнение в сечении $x = 0,31$ значений T , p , c_{N_2} , c_{H_2O} , c_{O_2} , c_{Ag} , полученных при расчете с замороженными реакциями, с результатами данных расчетов дает различие, не превышающее одного процента. Однако указанные реакции существенны для компонентов с малыми концентрациями: меняют значения последних в несколько раз.

В результате проведенных расчетов для принятой геометрии выяснено:

- а) слабое влияние реакций с участием компонентов, содержащих атомы азота, на газодинамические параметры течения;
- б) сильное влияние газодинамического и кинетического факторов на процесс горения.

Результаты расчетов по предложенной методике при соответствующем выборе источников членов и кинетической схемы, по-видимому, могут быть использованы при проектировании внутренних каналов гиперзвуковых воздухозаборников со сверхзвуковыми камерами сгорания.

Поступила в редакцию
10/XI 1978
после доработки —
3/X 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Я. Иванов, А. И. Крайко, В. В. Михайлов. ЖВММФ, 1972, 12, 2.
2. М. Я. Иванов, И. И. Смагин. Численные методы механики сплошной среды, 1978, 9, 6.
3. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Т. 1. М., Изд-во АН СССР, 1971.
4. В. К. Баев, В. И. Головичев и др. ФГВ, 1973, 9, 6.
5. Е. В. Ступоченко, С. А. Лосев, А. И. Осипов. Релаксационные процессы в ударных волнах. М., Наука, 1965.
6. В. Н. Кондратьев. Определение констант скорости газофазных реакций. М., Наука, 1973.
7. В. Н. Кондратьев. Константы скорости газофазных реакций. М., Наука, 1970.
8. Д. Хиклен. РТК, 1967, 5, 1.
9. Р. Коллек, Л. Д. Ацето. РТК, 1973, 11, 5.
10. Р. С. Тюльпанов, С. А. Михальчук. Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение гетерогенных и газовых систем. Черноголовка, 1977.
11. D. L. Baulch, D. D. Drysdale et al. Evaluated Kinetic Data for High Temperature Reactions. V. 2, Butterworths, 1973.

О СТАЦИОНАРНОМ ГОРЕНИИ В ОДНОМЕРНОМ ПОТОКЕ ГАЗОВ

Н. Р. Боброва, Р. С. Буркина, В. Н. Вилюнов

(Томск)

1. Постановка задачи. Анализ процессов, сопровождающих стационарное горение в потоке газов, требует решения системы нелинейных дифференциальных уравнений теплового баланса и диффузии.

В одномерной постановке при $Le = 1$ задача отыскания физико-химических параметров полуограниченного потока сводится к решению только одного уравнения

$$d(\lambda dT/dx)/dx - u_m c dT/dx + \rho^n c^n (T_{max} - T)^n A \times \exp(-E/RT)/Q^{n-1} = 0 \quad (1.1)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} x = 0 \quad T = T_0, \quad (\lambda dT/dx)_{x=0} &= u_m c (T_r - T_{max}); \\ x \rightarrow \infty \quad T \rightarrow T_{max}, \quad dT/dx &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$