

Н. П. Авдеев, В. А. Борисов, Р. К. Романовский,
М. А. Чинак

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ИОННО-КОНВЕКЦИОННОГО НАСОСА С ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ФОРМОЙ КОЛЛЕКТОРА ПРИ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ НАПРЯЖЕНИИ

В [1] изучается ионно-конвекционный насос (ИКН) системы электродов игла — коаксиальный цилиндр с цилиндрическим каналом и строится математическая модель процесса преобразования энергии для вычисления давления, развиваемого насосом, в зависимости от геометрических параметров проточной части и электрических характеристик напряжения питания. Используемый там метод, основанный на вычислении усредненного потенциала $U(x, t)$, не работает в случае каналов с переменной площадью сечения проточной части $S(x)$.

В настоящей работе предлагается видоизмененный аналитический подход, основанный на вычислении усредненной напряженности электрического поля $E(x, t)$ и предназначенный для задач оптимизации формы коллекторного электрода ИКН. Результаты [1] вытекают из полученных ниже формул в частном случае (при $S(x) = \text{const}$).

1. Напряженность электрического поля в осесимметричном ИКН. Рассматривается осесимметричный канал K длины L с проводящей боковой поверхностью δK и размещенной на оси канала металлической иглой (рис. 1). Канал заполнен вязкой несжимаемой жидкостью; между иглой и поверхностью δK поддерживается пульсирующее с частотой ω напряжение $U(t)$, которое вызывает инжекцию зарядов в жидкость вблизи иглы и приводит к возникновению электрогидродинамического (ЭГД) течения. Найдем усредненную напряженность электрического поля в установившемся режиме работы ИКН, предполагая ламинарный характер движения жидкости.

Воспользуемся нестационарным гидравлическим приближением системы ЭГД-уравнений для ступени ИКН (см., например, [1—4]):

$$(1.1) \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{S(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left(F_i \frac{E^2}{2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \Lambda;$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial (F_i q)}{\partial t} + \frac{\partial (F_i j)}{\partial x} = 0;$$

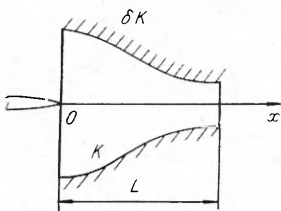
$$(1.3) \quad j = q(v + bE);$$

$$(1.4) \quad \frac{\partial (F_i E)}{\partial x} = \frac{F_i q}{\varepsilon \varepsilon_0};$$

$$(1.5) \quad F_i E = - \frac{\partial (F_i U)}{\partial x};$$

$$(1.6) \quad \frac{\partial (S(x) v)}{\partial t} + v \frac{\partial (S(x) v)}{\partial x} = 0$$

при краевом условии $\partial E / \partial t|_{x=0} = 0$. Здесь $S(x)$ — площадь поперечного сечения канала насоса; $v = v(x, t)$ — средняя по сечению $S(x)$ скорость жидкости; $F_i = F_i(x, t)$ — площадь поперечного сечения зоны объемного заряда; ρ, p — средние по сечению F_i плотность, давление нейтральной компоненты; E, U, q, j — средние по сечению F_i напряженность электрического поля, потенциал, плотность зарядов, плотность тока проводимости; $\varepsilon_0, \varepsilon$ — электрическая постоянная и диэлектрическая проницаемость жидкости; Λ — гидравлическое приближе-



Р и с. 1

ние вязкостного члена уравнения Навье — Стокса; b — коэффициент подвижности ионов.

Краевое условие $\partial E/\partial t|_{x=0} = 0$, являющееся основным при исследовании коронного разряда в газах [5] и аналогичного процесса в диэлектрических жидкостях [1, 3, 4], характеризует влияние собственного электрического поля объемного заряда на электрическое поле электродов.

Будем предполагать, что силы инерции жидкости сглаживают пульсации ее скорости, обусловленные периодическим характером напряжения питания, и поэтому величина $\partial(S(x)v)/\partial t$ пренебрежимо мала. Следовательно, из уравнения (1.6) вытекает равенство

$$(1.7) \quad v(x) = v(x, t) = v_0 S_0/S(x) \quad (v_0 = v(0), S_0 = S(0)).$$

Из-за пульсации питающего напряжения ионы движутся вдоль зоны переноса порциями [6], скорость которых имеет порядок $v(x)$ [4]. Формализуя этот факт в терминах плотности зарядов $q(x, t)$ или в терминах частоты электрической релаксации

$$(1.8) \quad \beta(x, t) = bq/\epsilon\epsilon_0,$$

получаем, что функция β периодична по обоим аргументам с периодами

$$(1.9) \quad T = 2\pi\omega^{-1}, X = \text{const } T.$$

Из уравнений (1.2), (1.4) находим

$$(1.10) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial(F_i E)}{\partial t} + F_i j \right) = 0.$$

Пусть $J(x, t)$ — среднее по сечению $F_i(x)$ значение плотности полного тока. Тогда выражение в скобках формулы (1.10) равно $F_i J$, и поэтому имеет место соотношение

$$(1.11) \quad \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial(F_i J)}{\partial t} + F_i j = F_i(0, t) J(0, t).$$

Вводя обозначения $\widehat{E} = F_i E$, $\widehat{q} = F_i q$, $\widehat{j} = F_i j$ и используя (1.3), (1.4), (1.8), (1.11), получаем

$$(1.12) \quad \frac{\partial \widehat{E}}{\partial t} + v \frac{\partial \widehat{E}}{\partial x} + \beta(x, t) \widehat{E} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} F_0 J_0(t) \\ (F_0 = F_i(0, t), J_0(t) = J(0, t)).$$

В силу периодичности β с периодами (1.9) и принципа усреднения для гиперболических уравнений (см., например, [7]) решения (1.12) сходятся к решениям усредненного уравнения при достаточно большой частоте $\omega \rightarrow \infty$:

$$(1.13) \quad \frac{\partial \widehat{E}}{\partial t} + v \frac{\partial \widehat{E}}{\partial x} + \bar{\beta} \widehat{E} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} F_0 J_0(t) \\ \left(\bar{\beta} = \frac{1}{XT} \int_0^X \int_0^T \beta(x, t) dx dt \right).$$

Найдем решение (1.13) с краевым условием $E(0, t) \equiv E_0$, применяя стандартный метод характеристик. Характеристическая система обыкновенных дифференциальных уравнений для (1.13) имеет вид

$$(1.14) \quad dt = \frac{dx}{v(x)} = \frac{du}{\frac{1}{\epsilon\epsilon_0} F_0 J_0 - \bar{\beta} u}.$$

Определим два независимых интеграла данной системы. Первый интеграл (1.14) можно записать следующим образом:

$$(1.15) \quad t - \int_0^x \frac{dy}{v(y)} = C_1.$$

Заметим, что $\tau(x_0) = \int_0^{x_0} \frac{dy}{v(y)}$ есть время, в течение которого жидкость проходит участок канала от $x = 0$ до $x = x_0$. С учетом (1.7) данная величина записывается в виде

$$(1.16) \quad \tau(x) = \frac{1}{v_0 S_0} \int_0^x S(y) dy.$$

Второй интеграл является общим решением линейного уравнения

$$u'(t) + \bar{\beta}u(t) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} F_0 J_0(t)$$

и находится с помощью метода вариаций:

$$u \exp(\bar{\beta}t) - \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \int_0^t F_0 J_0(p) \exp(\bar{\beta}p) dp = C_2.$$

Поскольку u не входит явно в первый интеграл, то общее решение (1.13) удовлетворяет функциональному уравнению

$$\widehat{E} \exp(\bar{\beta}t) - \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \int_0^t F_0 J_0(p) \exp(\bar{\beta}p) dp = f(t - \tau(x)),$$

которое содержит произвольную гладкую функцию f . С учетом краевого условия получаем

$$f(t) = \widehat{E}(0, t) \exp(\bar{\beta}t) - \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \int_0^t F_0 J_0(p) \exp(\bar{\beta}p) dp = F_0 E_0 \exp(\bar{\beta}t) - \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \int_0^t F_0 J_0(p) \exp(\bar{\beta}p) dp.$$

Поэтому справедливо равенство

$$(1.17) \quad F_i E = \widehat{E}(x, t) = F_0 E_0 \exp(-\bar{\beta}\tau(x)) + \frac{\exp(-\bar{\beta}t)}{\varepsilon\varepsilon_0} \int_{t-\tau(x)}^t F_0 J_0(p) \exp(\bar{\beta}p) dp,$$

которое является асимптотическим (относительно $\omega \rightarrow \infty$) решением уравнения (1.12) для усредненной напряженности в осесимметричном ИКН.

2. Вычисление $\Delta p_{\text{ср}}$. Сопоставление с экспериментом. Исходный момент данной работы (а также [1]) — задача объяснения экспериментального материала [6] о резком возрастании перепада давления Δp при определенных значениях геометрических параметров ступени насоса. Формула для усредненной напряженности позволяет решать данную задачу, подставляя выражение (1.17) в уравнение (1.1).

Вместе с тем отсутствие в настоящее время единой общепринятой теории зарядообразования в диэлектрической жидкости, а следовательно, и уравнения вольт-амперной характеристики для ИКН потребовали привлечения экспериментальных данных при расчете Δp . Одновременно с этим, учитывая сложность внутренних процессов в ступени ИКН и отсутствие дополнительной информации о структуре вязкостного члена уравнения (1.1), в данной работе используем его простейшую гидравлическую аппроксимацию.

Интегрируя уравнение (1.1) с учетом (1.7), (1.17), получаем

$$(2.1) \quad \Delta p(t) = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2} \int_0^L \frac{1}{S(x)} \frac{d}{dx} \left\{ \frac{1}{r_i} \left[F_0 E_0 \exp(-\bar{\beta} \tau(x)) - \frac{\exp(-\bar{\beta} t)}{\varepsilon \varepsilon_0} \int_0^{t-\tau(x)} F_0 J_0(p) \exp(\bar{\beta} p) dp + \frac{\exp(-\bar{\beta} t)}{\varepsilon \varepsilon_0} \int_0^t F_0 J_0(p) \exp(\bar{\beta} p) dp \right]^2 \right\} dx + \rho v_0^2 S_0^2 \int_0^L \frac{1}{S^3(x)} \frac{dS}{dx} dx - \xi \frac{\rho v_*^2}{2}$$

(ξ — коэффициент гидравлических потерь, v_* — характерная скорость рабочего тела).

При известном значении плотности тока $J_0(t)$ на конце иглы задача оптимизации формы проточной части канала насоса (формы коллекторного электрода) сводится к исследованию на максимум усредненного по t функционала (2.1). Пусть канал K имеет вид $K_1 + K_2$ (K_1 — конус с углом α и длиной L_K , а K_2 — цилиндр радиуса r_d и длиной L_0). При этом $L = L_K + L_0$ (рис. 2).

Введем упрощающие предположения:

1) ток $i_0(t)$ на игле хорошо приближается главной гармоникой

$$i_0(t) \approx I_0 \cos \omega t;$$

2) значения F_i определяются выражением

$$(2.2) \quad F_i = \begin{cases} \pi r_0^2, & x = 0; \\ S(x), & 0 < x \leq L. \end{cases}$$

С учетом принятых предположений и формул (1.7), (1.16) получим

$$(2.3) \quad \Delta p_{\text{ср}} = \Delta p = \frac{1}{T} \int_0^T \Delta p(t) dt = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2} (A - B) - D - \xi \frac{\rho v_d^2}{2},$$

$$\text{где } A = \left(\frac{r_0}{r_d} \right)^4 \left[E_0^2 \exp(-2\bar{\beta} \tau(L)) + \frac{M(L)}{2} \left(\frac{I_0}{\varepsilon \varepsilon_0 \pi r_0^2} \right)^2 \right] - E_0^2;$$

$$B = 2r_0^4 \operatorname{tg} \alpha \int_0^{L_K} \frac{E_0^2 \exp(-2\bar{\beta} \tau(x)) + \frac{M(x)}{2} \left(\frac{I_0}{\varepsilon \varepsilon_0 \pi r_0^2} \right)^2}{(r_d + (L_K - x) \operatorname{tg} \alpha)^5} dx;$$

$$D = \frac{\rho v_d^2}{2} \left[1 - 1 / \left(1 + \frac{L_K}{r_d} \operatorname{tg} \alpha \right)^4 \right];$$

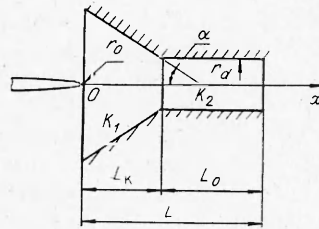
$$M(x) = \frac{[\exp(-\bar{\beta} \tau(x)) - \cos \omega \tau(x)]^2 + \sin^2 \omega \tau(x)}{\bar{\beta}^2 + \omega^2};$$

$$\tau(x) = \frac{r_d \operatorname{ctg} \alpha (1 + L_K \operatorname{tg} \alpha / r_d)^3 \left[1 - \left(1 - \frac{x}{r_d \operatorname{ctg} \alpha + L_K} \right)^3 \right]}{3v_d};$$

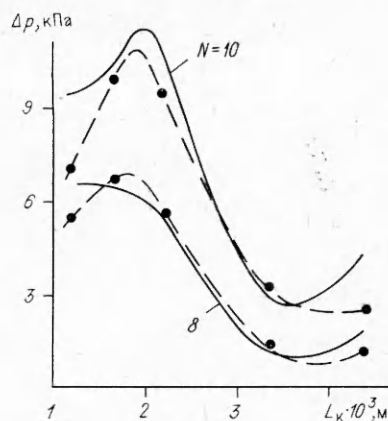
$$\tau(L) = \frac{r_d \operatorname{ctg} \alpha}{3v_d} \left[(1 + L_K \operatorname{tg} \alpha / r_d)^3 - 1 \right] + \frac{L - L_K}{v_d};$$

$v_d = v_*$ — скорость жидкости в цилиндрической части радиуса r_d коллекторного электрода.

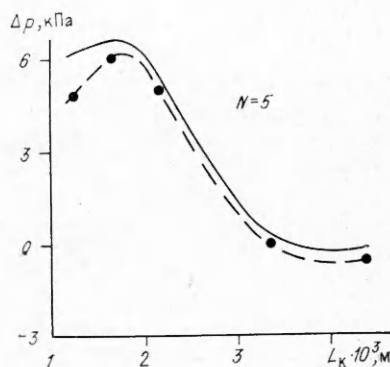
На рис. 3, 4 сопоставлены результаты вычисления Δp по формуле (2.3) (сплошные линии) с экспериментальными (штриховые с точками) при частоте пульсации напряжения питания $f = 100$ Гц для кремний-



Р и с. 2



Р и с . 3



Р и с . 4

органической жидкости с $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$, $\epsilon = 2,4$. При расчете принято $E_0 = 10^7 \text{ В/м}$ — начальная напряженность возникновения разряда в жидкости, оцененная по результатам экспериментального определения начального напряжения U_n для данной жидкости, результатам аналогового моделирования электростатического поля системы электродов игла — конус методом электролитической ванны, а также с учетом результатов моделирования электростатического поля системы электродов игла — плоскость, приведенных в [8]; $r_0 = 0,1 \text{ мм}$ — радиус эмиттерного электрода; $r_d = 0,75 \text{ мм}$ — радиус приемного отверстия коллектора; $\alpha = 45^\circ$ — угол между образующей конуса и его высотой, равной L_k .

Значение скорости v_d в приемном отверстии коллектора принималось равным соответственно расходу рабочего тела. Теоретические и экспериментальные кривые построены при постоянных значениях параметра взаимодействия N , определяемого согласно выражению $N = L_k \bar{\beta} / v_d$ и характеризующего число взаимодействий зарядов с нейтральными молекулами жидкости.

Значение частоты электрической релаксации $\bar{\beta}$ оценивалось по формуле

$$\bar{\beta} = \frac{I_0}{\epsilon \epsilon_0 U k} \int_0^{L_k} \frac{dx}{S(x)},$$

где $k = 0,68 + \sqrt{\text{ctg } \alpha}$ — эмпирический коэффициент усиления электрического поля, полученный по результатам аналогового моделирования системы электродов игла — конус методом электролитической ванны.

Сопоставление результатов расчета по формуле (2.3) с экспериментом показывает, что расхождение расчетных величин давления с экспериментальными в области оптимальной длины конуса коллектора не превышает 10 %.

В заключение авторы выражают благодарность В. И. Яковлеву за ценные замечания и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеев Н. П., Бумагин Г. И., Дудов А. Ф., Романовский Р. К. Математическая модель резонанса в попно-конвекционном насосе // ПМТФ.— 1990.— № 1.
2. Гордин М., Баретто Э., Хан М. Характеристики электрогазодинамических генераторов // Прикладная магнитная гидродинамика.— М.: Мир, 1965.
3. Бортников Ю. С., Рубашов И. Б. Некоторые вопросы исследования системы уравнений электрогазодинамики // Магнитн. гидродинамика.— 1968.— № 2.
4. Рубашов И. Б., Бортников Ю. С. Электрогазодинамика.— М.: Атомиздат, 1971.
5. Левитов В. И. Корона переменного тока.— М.: Энергия, 1975.

6. Бумагин Г. И., Авдеев Н. П., Дудов А. Ф., Борисов В. А. Исследование ступенчатого конвекционного насоса с питанием короны пульсирующим напряжением // Изв. вузов. Сер. Энергетика. — 1984. — № 11.
7. Митропольский Ю. А. Метод усреднения в нелинейной механике. — Киев: Наук. думка, 1971.
8. Нагорный В. С. Электрофлюидные преобразователи. — М.: Судостроение, 1987. г. Омск

Поступила 30/X 1990 г.,
в окончательном варианте — 11/II 1991 г.

УДК 539.893 : 620.181

Г. Е. Богданов, А. П. Рыбаков

АНОМАЛИИ УДАРНОЙ СЖИМАЕМОСТИ ВОДЫ

Произведена обработка известных экспериментальных данных по ударно-волновой сжимаемости воды. Результаты аппроксимированы тремя отрезками прямых в координатах волновая — массовая скорости. Вычисленные значения температуры ударно-сжатой воды сопоставлены с кривой плавления льда VII. Получено, что изломы на ударной адиабате в $(D - u)$ -соотношении соответствуют точкам пересечения ударной адиабаты воды с кривой фазового равновесия вода — лед VII. Сопоставление этих результатов с данными других авторов, исследовавших свойства ударно-сжатой воды, позволяет заключить, что ударная адиабата воды заходит в область твердой фазы льда VII.

Изучение ударно-волновой сжимаемости различных веществ выявило общую черту. Ударные адиабаты, т. е. кривые зависимости, например, давления — объем, не являются гладкими. Наличие точек излома либо сдвига сопоставляют с фазовыми переходами, т. е. со структурными изменениями кристаллической решетки либо с изменениями электронной структуры в атомах (см., например, [1, 2]). В большинстве случаев ударную адиабату строят, измеряя значения кинематических параметров ударной волны: скорости фронта волны (волновой скорости) и скорости частиц вещества за фронтом ударной волны (массовой скорости). Поэтому негладкость ударной адиабаты отражается на ходе зависимости между волновой и массовой скоростями.

Вода как наиболее распространенное вещество на Земле, естественно, привлекает интерес исследователей, который, с одной стороны, сугубо академический, относящийся к фундаментальной теории поведения веществ при высоких давлениях, с другой — обусловлен необходимостью решения целого ряда прикладных задач. Многие задавались вопросом о взаимном расположении кривых ударной сжимаемости воды и кривой равновесия жидкость — твердая фаза. До последнего времени нет однозначного ответа на вопрос, «заходит» ли ударная адиабата воды в область твердого состояния? Иллюстрацией этому служит рис. 1, где в координатах температура T — давление p изображены кривая плавления льда VII по результатам [3] (штриховая линия) и ударные адиабаты по данным разных авторов (сплошные линии): 1 из [4], 2 — [5], 3 — [6], 4 — [7], 5 — [8], 6 — [9], 7 — [10], 8 — [11]. Крестиком показана точка (из [10]) пересечения ударной адиабаты воды и кривой плавления льда VII, линией 8 — значение давления (из [11]), при котором зафиксирован фазовый переход ударно-сжатой воды. Эта неоднозначность обусловлена как некорректным экспериментальным соотношением волновая — массовая скорость, т. е. некорректной зависимостью давление — объем при ударно-волновом сжатии, так и различием представлений, положенных в основу уравнений состояния воды при вычислении температуры. Имеющиеся данные послужили толчком к выполнению настоящей работы, т. е. к получению ответа на вопрос: пересекает ли ударная адиабата воды область существования льда VII? В пользу положительного ответа на этот вопрос говорят имеющиеся результаты.