

УДК 621.891; 532.135

## ФОРМИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТРУКТУР В ГРАНИЧНОМ СМАЗОЧНОМ СЛОЕ В ПРОЦЕССЕ ТРЕНИЯ

Я. А. Ляшенко

Сумский государственный университет, 40007 Сумы, Украина  
Берлинский технический университет, 10623 Берлин, Германия  
E-mail: nabla04@ukr.net

Рассматривается синергетическая модель, позволяющая описать процессы граничного трения двух атомно-гладких твердых поверхностей, разделенных ультратонким слоем смазочного материала. При построении модели используется система уравнений Лоренца, которая параметризуется сдвиговыми напряжениями, сдвиговой деформацией и температурой смазочного материала. С учетом пространственной неоднородности указанных параметров показано, что в процессе трения по плоскости контакта образуется структура с доменами двух типов. Рассчитаны временные зависимости фрактальных размерностей распределений доменов по плоскости контакта и показано, что существует момент времени, когда фрактальные размерности принимают минимальные значения. Установлено, что в ходе эволюции система стремится к однородному состоянию, при котором во всей области контакта реализуются сдвиговые напряжения, имеющие постоянное значение, определяющее относительную скорость движения трущихся блоков.

**Ключевые слова:** система Лоренца, сдвиговые напряжения и деформации, граничное трение, кинетические режимы трения, моделирование, дифференциальные уравнения в частных производных, самоорганизация.

DOI: 10.15372/PMTF20160115

**Введение.** В настоящее время исследования нанотрибологических систем являются очень актуальными. В частности, активно исследуются процессы граничного трения, возникающие при толщине смазочного материала, равной нескольким атомным диаметрам. При таком режиме поведение материала отличается от поведения материала в объемных системах [1, 2]. Системы, в которых реализуется граничный режим, изучаются теоретически и экспериментально [1, 3]. Одним из направлений является исследование поведения атомно-гладких твердых поверхностей при наличии ультратонкого слоя смазочного материала между ними при их относительном перемещении и фиксированном расстоянии между поверхностями [4, 5]. В работе [6] проведено сравнение режима граничного трения

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины, в рамках гранта Президента Украины GP/F49/044 “Термодинамическая теория проскальзывания по границам зерен в проблеме сверхпластичности наноструктурированных металлов” (№ ГР 0113U007248), в рамках проекта “Моделирование трения металлических наночастиц и граничных пленок жидкостей, взаимодействующих с атомарно-гладкими поверхностями” (№ ГР 0112U001380) Министерства образования и науки Украины, а также при поддержке Кабинета министров Украины.

с режимами сухого и гидродинамического трения и показано, что в режимах сухого и граничного трения часто наблюдается прерывистое движение, о чем свидетельствуют также результаты многочисленных экспериментов [2, 4]. В настоящее время актуально исследование прерывистого режима, поскольку он является одной из основных причин разрушения трущихся деталей в наностройствах.

Существует большое количество теоретических моделей, описывающих процессы граничного трения (см., например, [5, 7]). В работах [8, 9] термодинамическая теория, предложенная в [5], обобщена на случай реализации фазового перехода первого рода, который приводит к прерывистому характеру движения. Результаты исследований граничного трения в рамках синергетической модели, основанной на представлении о том, что система является самоорганизованной, приведены в работе [10], в которой описано поведение граничного смазочного материала при взаимном перемещении трущихся поверхностей, в частности изучены гистерезисные явления и фрактальные характеристики временных рядов напряжений. Однако во всех указанных работах полагается, что свойства слоя смазки одинаковы как внутри слоя, так и вблизи поверхности контакта. Согласно результатам исследования пространственно-неоднородных систем поведение смазочного материала в процессе трения является нетривиальным. Например, в работах [11, 12] обнаружено “вихреподобное” течение материала в зоне контакта. Кроме того, в [11, 12] показано, что при сухом трении шероховатых поверхностей между ними в результате механического воздействия образуется квазижидкий слой, вследствие чего коэффициент трения при увеличении скорости сдвига уменьшается.

Целью настоящей работы является изучение пространственно-временной эволюции основных параметров с учетом неоднородного распределения напряжений, деформации и температуры в плоскости смазочного слоя в рамках синергетической модели процесса граничного трения [10].

**1. Синергетическая модель граничного трения.** В работе [10] на основе трех дифференциальных уравнений для сдвиговой компоненты напряжений  $\sigma$ , возникающих в смазочном слое, сдвиговой компоненты относительных деформаций  $\varepsilon$ , а также температуры смазки  $T$  построена модель граничного трения. Модель является синергетической, поскольку формально сводится к известной системе Лоренца [13], в которой упругие сдвиговые напряжения играют роль параметра порядка, сопряженное поле сводится к упругой сдвиговой деформации, а температура представляет собой управляющий параметр. Известно, что система Лоренца используется для качественного описания фазовых термодинамических, а также кинетических превращений. Однако в указанной работе изучается пространственно-однородная система, в которой значения всех параметров являются осредненными по объему смазочного слоя. В настоящей работе с использованием модифицированной системы уравнений [14]

$$\dot{\sigma} = D_{\sigma} \nabla^2 \sigma - \sigma + g\varepsilon; \quad (1)$$

$$\tau \dot{\varepsilon} = D_{\varepsilon} \nabla^2 \varepsilon - \varepsilon + (T - 1)\sigma; \quad (2)$$

$$\delta \dot{T} = D_T \nabla^2 T + (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2 \quad (3)$$

исследуется общий пространственно-неоднородный случай. В уравнениях (1)–(3), записанных в безразмерных переменных [10],  $T_e$  — температура поверхностей трения [10]; константа  $g < 1$  равна отношению модуля сдвига слоя смазки к его характерному значению;  $\tau$ ,  $\delta$  — параметры:

$$\tau = \tau_{\varepsilon}/\tau_{\sigma}, \quad \delta = \tau_T/\tau_{\sigma}, \quad (4)$$

$\tau_{\sigma}$ ,  $\tau_{\varepsilon}$  — времена релаксации напряжений  $\sigma$  и деформации  $\varepsilon$  соответственно;  $\tau_T$  — время релаксации температуры; коэффициенты  $D_{\sigma}$ ,  $D_{\varepsilon}$ ,  $D_T$  определяют вклад неоднородного

распределения полей соответствующих величин и имеют смысл коэффициентов диффузии: при увеличении коэффициента  $D$  увеличивается скорость эволюции пространственного распределения соответствующей величины.

В [10] показано, что стационарные напряжения  $\sigma_0 = 0$  соответствуют квазитвердой структуре смазочного материала, при  $\sigma_0 \neq 0$  смазка плавится и переходит в квазижидкое состояние. Это обусловлено, в частности, тем, что с увеличением вязких напряжений  $\sigma_v$  увеличивается относительная скорость сдвига трущихся поверхностей [10]:

$$v = \sigma_v h / \eta_{eff} \quad (5)$$

( $h$  — толщина смазочного слоя;  $\eta_{eff}$  — его эффективная вязкость). Поскольку в предлагаемой модели напряжения  $\sigma$  представляют собой сумму вязкой и упругой компонент [10], а в слое квазижидкой смазки преобладают вязкие напряжения, с увеличением параметра  $\sigma$  увеличивается скорость движения сдвигаемых поверхностей, что соответствует кинетическому режиму скольжения и квазижидкой структуре смазки. При  $\sigma = 0$  поверхности трения не движутся, что соответствует их “прилипанию” за счет затвердевания межповерхностного смазочного слоя. Данные выводы подтверждаются теоретически [5] и экспериментально [3]. Полагая далее, что во всех уравнениях  $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  ( $x, y$  — координаты в плоскости смазочного слоя), учитываем неоднородность в плоскости контакта.

Для численного решения системы уравнений (1)–(3) разобьем пространственные координатные оси  $x, y$ , а также ось времени  $t$  на определенное количество равных отрезков. При этом решение задачи во всей пространственно-временной области сводится к определению значений искомых функций в узлах трехмерной разностной сетки. Пусть  $n$  — порядковый номер точки деления оси  $t$ ,  $j$  — оси  $x$ ,  $k$  — оси  $y$ . Тогда эти порядковые номера принимают следующие значения:

$$n = 0, 1, 2, \dots, M, \quad j = 1, 2, 3, \dots, N_x, \quad k = 1, 2, 3, \dots, N_y. \quad (6)$$

Согласно (6) в произвольной точке пространственно-временной сетки значения переменных  $x, y, t$  определяются следующим образом:

$$t^n = n\Delta t, \quad x_j = (j-1)H_x, \quad y_k = (k-1)H_y.$$

Здесь  $\Delta t$  — интервал разбиения по времени;  $H_x, H_y$  — интервалы разбиения по координатам  $x, y$  соответственно. Для численного моделирования используем явную разностную схему. При этом производные, входящие в систему уравнений, аппроксимируются следующим образом:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\sigma_{j,k}^{n+1} - \sigma_{j,k}^n}{\Delta t}, \quad \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = \frac{\sigma_{j+1,k}^n - 2\sigma_{j,k}^n + \sigma_{j-1,k}^n}{H_x^2}, \quad \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} = \frac{\sigma_{j,k+1}^n - 2\sigma_{j,k}^n + \sigma_{j,k-1}^n}{H_y^2}.$$

Подставляя последние выражения в систему (1)–(3), получаем явную разностную схему, в которую при наличии начальных и граничных условий входят неизвестные величины  $\sigma_{j,k}^{n+1}$ . Выражая эти величины из уравнений (1)–(3) и полагая  $H_x = H_y = H$ , получаем

$$\sigma_{j,k}^{n+1} = \sigma_{j,k}^n + \frac{D\sigma\Delta t}{H^2} (\sigma_{j+1,k}^n + \sigma_{j,k+1}^n - 4\sigma_{j,k}^n + \sigma_{j,k-1}^n + \sigma_{j-1,k}^n) - \Delta t (\sigma_{j,k}^n - g\varepsilon_{j,k}^n); \quad (7)$$

$$\varepsilon_{j,k}^{n+1} = \varepsilon_{j,k}^n + \frac{D\varepsilon\Delta t}{\tau H^2} (\varepsilon_{j+1,k}^n + \varepsilon_{j,k+1}^n - 4\varepsilon_{j,k}^n + \varepsilon_{j,k-1}^n + \varepsilon_{j-1,k}^n) - \frac{\Delta t}{\tau} [\varepsilon_{j,k}^n - (T_{j,k}^n - 1)\sigma_{j,k}^n]; \quad (8)$$

$$T_{j,k}^{n+1} = T_{j,k}^n + \frac{D_T\Delta t}{\delta H^2} (T_{j+1,k}^n + T_{j,k+1}^n - 4T_{j,k}^n + T_{j,k-1}^n + T_{j-1,k}^n) + \frac{\Delta t}{\delta} [T_e - T_{j,k}^n - \sigma_{j,k}^n \varepsilon_{j,k}^n + (\sigma_{j,k}^n)^2]. \quad (9)$$

Для численной реализации процедуру (7)–(9) необходимо дополнить начальными и граничными условиями. Начальные условия запишем через функции Бокса — Мюллера

$$\sigma_{j,k}^0 = \sqrt{2I} \sqrt{-2 \ln r_1} \cos(2\pi r_2), \quad r_i \in (0, 1], \quad (10)$$

где  $r_1, r_2$  — псевдослучайные числа с равномерным распределением;  $I$  — интенсивность стохастического источника, задающая дисперсию  $\mu = \sqrt{2I}$ . Начальные распределения деформаций  $\varepsilon_{j,k}^0$  и температуры  $T_{j,k}^0$  выбираются аналогично (10), но для температуры используются абсолютные значения, поскольку она должна быть положительной. При этом для величин  $\sigma_{j,k}^0, \varepsilon_{j,k}^0$  начальное распределение по плоскости контакта является гауссовым:

$$P(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\mu} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\mu^2}\right) \quad (11)$$

( $\xi = \sigma, \varepsilon$ ). Поскольку используются абсолютные значения температуры  $T$ , правая часть выражения (11) умножается на два. В эксперименте сначала на одну из поверхностей наносится смазочный слой, а затем прикладывается нормальная сила, в результате действия которой поверхности сближаются на необходимое расстояние, а лишняя смазка выдавливается. При этом конфигурация смазочного слоя меняется и в плоскости контакта реализуется распределение начальных значений напряжений, деформации и температуры. Вследствие неоднородности толщины первоначального смазочного слоя начальное распределение параметров в плоскости является случайным, однако зависит от атомного рельефа трущихся поверхностей (кристаллической структуры атомно-гладких поверхностей трения). В настоящей работе рассматривается общий случай, выбраны гауссовы начальные распределения величин по плоскости контакта.

При решении уравнений (7)–(9) необходимо также исходя из физических представлений задачи выбрать граничные условия. Для упрощения будем рассматривать бесконечные поверхности, пренебрегая краевыми эффектами, поэтому используем периодические граничные условия [15]. При использовании периодических граничных условий в уравнениях (7)–(9) достаточно учесть четыре условия: если  $j = 1$ , то  $j - 1 \rightarrow N_x$ ; если  $k = 1$ , то  $k - 1 \rightarrow N_y$ ; если  $j = N_x$ , то  $j + 1 \rightarrow 1$ ; если  $k = N_y$ , то  $k + 1 \rightarrow 1$ .

**2. Результаты моделирования и их обсуждение.** Области отрицательных и положительных значений напряжения  $\sigma$  в плоскости контакта  $xy$ , полученные при различных значениях коэффициентов диффузии  $D_\sigma = D_\varepsilon = D_T = D$  для четырех последовательных моментов времени  $t$ , приведены на рис. 1. Видно, что при малых временах  $t$  с равной вероятностью реализуются как темные, так и светлые области, поскольку при  $t = 0,01$  распределение  $\sigma(x, y)$  близко к начальному, задаваемому формулой (11) (см. рис. 1, *a*). С течением времени в системе образуется упорядоченная структура, состоящая из доменов с положительными и отрицательными значениями напряжений  $\sigma$ , причем с увеличением времени  $t$  характерные размеры доменов обоих типов увеличиваются. Также на рис. 1 видно, что с увеличением коэффициента  $D$  система эволюционирует быстрее, и в конечном счете на всей плоскости контакта  $\sigma < 0$  ( $D = 1,0, t = 10$ ). Зависимости для различных значений  $D$  получены при одних и тех же начальных условиях  $\sigma_{j,k}^0, \varepsilon_{j,k}^0, T_{j,k}^0$ , что позволяет исследовать влияние коэффициента  $D$  на поведение системы. Анализ полученных распределений  $\sigma(x, y)$  показывает, что при всех выбранных значениях  $D$  система стремится к однородному состоянию. Такое распределение соответствует движению верхней трущейся поверхности с фиксированной скоростью, поскольку согласно (5) значения напряжений  $\sigma$  задают относительную скорость движения трущихся блоков.

Рассмотрим систему (1)–(3) в адиабатическом режиме

$$\tau_\sigma \gg \tau_\varepsilon, \quad \tau_\sigma \gg \tau_T$$

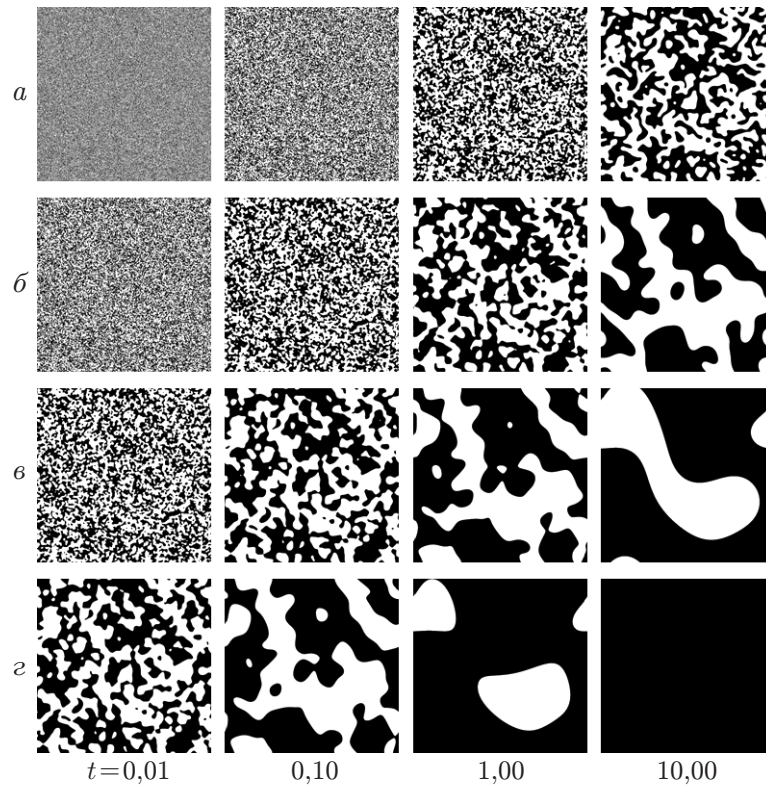


Рис. 1. Распределение напряжений  $\sigma$  по плоскости контакта  $\sigma(x, y)$ , полученные из решения уравнений (7)–(9) при  $g = 0,5$ ,  $T_e = 30$ ,  $\tau = \delta = 1$ ,  $H = 0,01$ ,  $dt = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $N_x = N_y = 1000$ ,  $I = 10$  в различные моменты времени и при различных значениях коэффициента диффузии  $D_\sigma = D_\varepsilon = D_T = D$ :  
 $a - D = 10^{-3}$ ,  $b - D = 10^{-2}$ ,  $v - D = 10^{-1}$ ,  $z - D = 1,0$ ; светлые области —  $\sigma > 0$ , темные —  $\sigma < 0$

при  $D_\sigma = D_\varepsilon = D_T = 0$ . В этом случае согласно (4) можно положить  $\delta = \tau = 0$ , что позволяет заменить исходную систему на уравнение для параметра порядка (уравнение Ландау — Халатникова) [10]

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\frac{\partial V}{\partial \sigma},$$

где синергетический потенциал  $V(\sigma)$ , являющийся в механике аналогом потенциальной энергии (либо свободной энергии в термодинамике), определяется выражением

$$V = \frac{1}{2} (1 - g)\sigma^2 + g \left(1 - \frac{T_e}{2}\right) \ln(1 + \sigma^2). \quad (12)$$

Потенциал (12) имеет два симметрично расположенных минимума (рис. 2), соответствующих стационарным значениям напряжений:

$$\sigma_0^\pm = \pm \sqrt{\frac{gT_e - (g + 1)}{1 - g}}, \quad (13)$$

которые увеличиваются по абсолютному значению при увеличении температуры  $T_e$  (согласно (5) при этом увеличивается скорость скольжения трущихся блоков). Согласно (13) при значениях параметров, указанных на рис. 1, 2,  $\sigma_0^\pm \approx \pm 5,1962$ , при  $D = 1,0$   $t > 30$

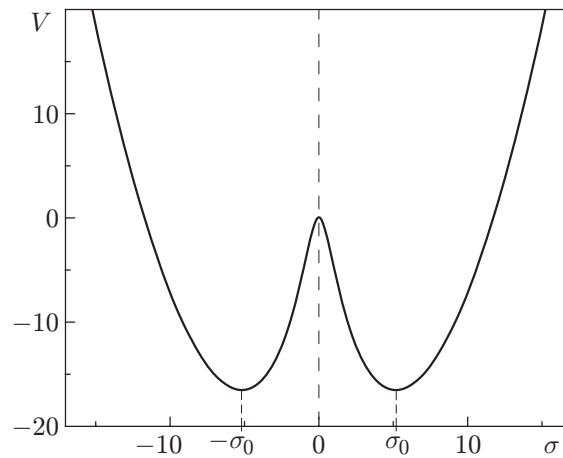


Рис. 2. Зависимость синергетического потенциала  $V$  от напряжения  $\sigma$  при  $g = 0,5$ ,  $T_e = 30$

во всей области контакта  $\sigma_0 \approx -5,1962$ . Заметим, что в соответствии с (7)–(9), в случае если смазка имеет однородную структуру и ее состояние во всей области контакта характеризуется одним значением  $\sigma_0$ , влияние пространственных производных несущественно и устанавливается стационарное состояние, описываемое формулой (13). Однако на рис. 1 видно, что релаксация системы к стационарному состоянию при малом значении коэффициента  $D$  может продолжаться в течение длительного времени, поэтому влиянием неоднородности нельзя пренебрегать.

Согласно (12) (см. рис. 2) поведение системы, показанное на рис. 1, можно объяснить следующим образом. Начальные условия в плоскости контакта выбираются случайным образом, причем с равной вероятностью имеются области как положительных, так и отрицательных значений напряжения  $\sigma$ . Из первых формируются домены со значением  $\sigma < 0$  (левая ветвь зависимости  $V(\sigma)$  на рис. 2), из вторых — домены со значением  $\sigma > 0$  (правая ветвь  $V(\sigma)$  на рис. 2). Следовательно, начальные условия оказывают существенное влияние на эволюцию системы.

На рис. 3 показаны зависимости фрактальных размерностей доменных структур, часть из которых приведена на рис. 1, от времени эволюции системы  $t \in [0,0001, 30,0000]$  при различных значениях коэффициента  $D$  и одинаковых начальных условиях. Каждое распределение  $\sigma(x, y)$  содержало  $1000 \times 1000$  точек, что обеспечивало достаточную точность при определении размерности. При этом с шагом по координате  $H = 0,01$  размер плоскостей контакта составлял  $10 \times 10$ . Расчет размерностей проведен с использованием метода покрытий, размер окна при покрытии объекта равномерной сеткой выбирался равным 4, 5, 8, 10, 20 и 25 точкам. На начальном этапе размерности областей обоих типов равны двум (кривые 1–3 на рис. 3), поскольку темные и светлые области расположены хаотично. Однако с течением времени в результате самоорганизации формируются упорядоченные структуры, которые не являются стационарными, а эволюционируют. При этом размерность объектов уменьшается, поскольку они приобретают самоподобные свойства. Заметим, что с уменьшением шага интегрирования по времени  $dt$  результаты вычислений не меняются. При наибольшем значении коэффициента  $D = 1,0$  (кривая 4 на рис. 3) релаксация к стационарному состоянию происходит значительно быстрее, и уже при  $t = 10^{-4}$  обе размерности  $\text{Dim } \sigma_{\pm} < 2$ . На рис. 3 видно, что при всех выбранных значениях  $D$  система эволюционирует одинаково, поэтому анализ поведения кривой 4 позволяет прогнозировать поведение системы при других значениях  $D$ . Таким образом, существует

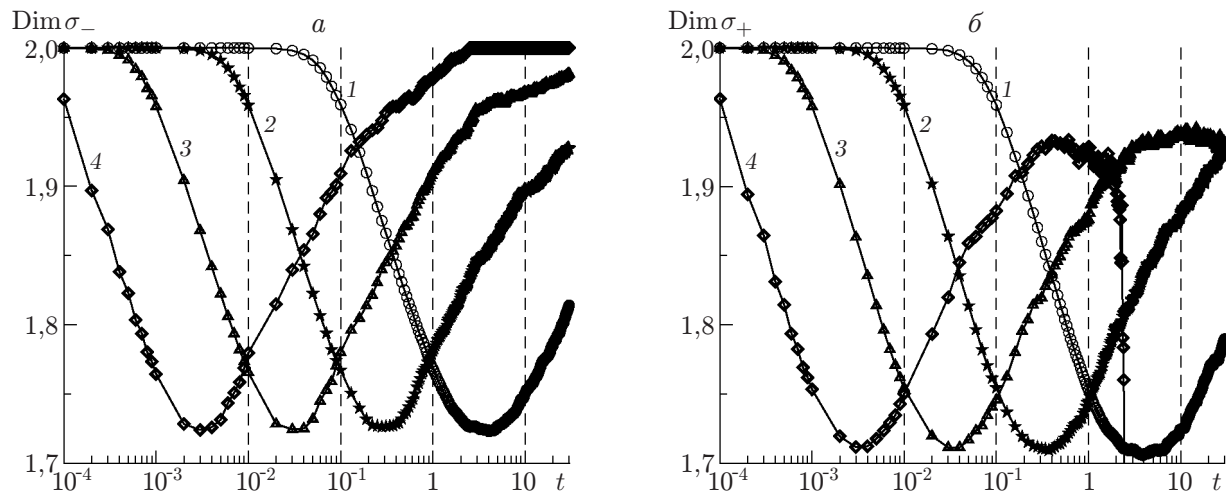


Рис. 3. Зависимости фрактальных размерностей поверхностей от времени  $t$  при различных значениях коэффициента диффузии:  
 а — темные области на рис. 1 ( $\sigma < 0$ ), б — светлые области ( $\sigma > 0$ ); 1 —  $D = 10^{-3}$ ,  
 2 —  $D = 10^{-2}$ , 3 —  $D = 10^{-1}$ , 4 —  $D = 1,0$

критическое, зависящее от коэффициента  $D$ , значение времени  $t_c$ , до достижения которого обе размерности уменьшаются, а при  $t > t_c$  — увеличиваются: размерность темных областей увеличивается до двух, поскольку в стационарном пределе  $t \rightarrow \infty$  во всей плоскости реализуется одно и то же отрицательное значение напряжений (13); размерность светлых областей сначала увеличивается, а затем уменьшается до нуля (светлые области на рис. 1 при этом исчезают). Зависимости, приведенные на рис. 3, подобны и смещены относительно друг друга по оси абсцисс. Это свидетельствует о том, что при уменьшении коэффициента  $D$  в 10 раз для установления аналогичного состояния системе потребуется в 10 раз больше времени. При  $D = 1,0$  (кривая 4 на рис. 3) состояние, когда во всей плоскости  $\sigma < 0$ , устанавливается приблизительно за время  $t = 3$ . Следовательно, для значений параметров, при которых получена кривая 1, потребуется более значительный временной интервал  $t \approx 3000$ .

Проведено исследование эволюции статистических характеристик системы. На рис. 4 приведены плотности вероятностей  $P(\sigma)$  для различных моментов времени при  $D = 10^{-3}$ . В начальный момент времени  $t = 0$  распределение  $P(\sigma)$  является гауссовым (11), где  $\xi = \sigma$ ,  $\mu = \sqrt{2I} = \sqrt{20}$ . На рис. 4,а видно, что при  $\sigma = 0$  с увеличением времени увеличивается вероятность  $P(\sigma)$ . Кривая 5 ( $t = 10,0$ ) имеет два максимума, которые соответствуют сформировавшимся доменам с положительными и отрицательными значениями напряжений  $\sigma$ . При этом и при положительном, и при отрицательном значениях  $\sigma$  наблюдается одинаковое увеличение  $P(\sigma)$  от нулевого значения, а при  $\sigma = 0$  вероятность  $P(\sigma) \neq 0$ . Это можно объяснить наличием приблизительно одинакового количества доменов двух типов (см. рис. 1,а при  $t = 10$ ). Поскольку при переходе от одного домена к другому напряжения меняют знак,  $P(0) \neq 0$ . На рис. 4,б приведены плотности вероятностей для промежуточных моментов времени, показывающие переход от функции  $P(\sigma)$  с нулевым максимумом к функции  $P(\sigma)$  с двумя симметричными ненулевыми максимумами. Исчезновение нулевого максимума и появление симметричных ненулевых максимумов на зависимости  $P(\sigma)$  происходит, когда мелкие домены сливаются в более крупные и количество точек на плоскости  $(x, y)$  внутри доменов превышает количество точек в области границ доменов ( $\sigma \approx 0$ ).

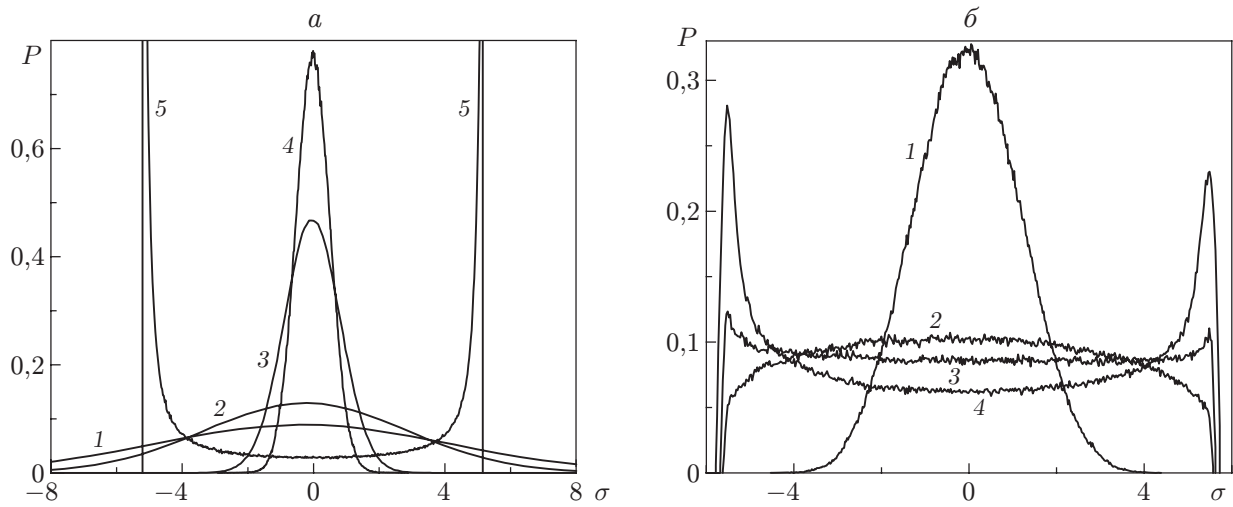


Рис. 4. Плотности вероятностей  $P(\sigma)$  при  $D_\sigma = D_\varepsilon = D_T = 10^{-3}$  (см. рис. 1, *a*) в различные моменты времени:  
*a* —  $0 \leq t \leq 10$  (1 —  $t = 0$ , 2 —  $t = 0,01$ , 3 —  $t = 0,1$ , 4 —  $t = 1,0$ , 5 —  $t = 10,0$ ), *б* —  $1,51 \leq t \leq 2,35$  (1 —  $t = 1,51$ , 2 —  $t = 2,08$ , 3 —  $t = 2,17$ , 4 —  $t = 2,35$ )

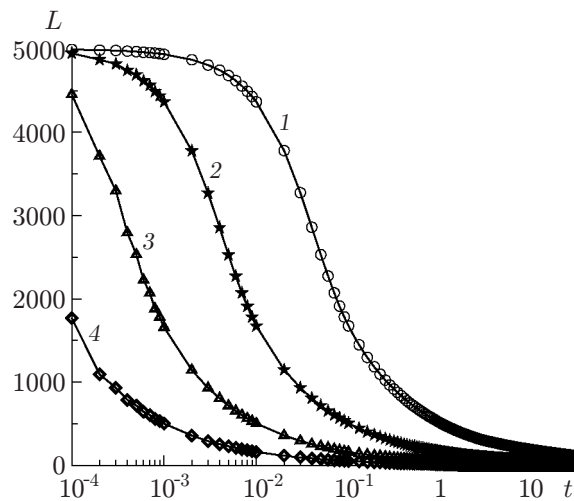


Рис. 5. Зависимость периметра границ доменов  $L$  от времени  $t$  при различных значениях коэффициента диффузии:  
 1 —  $D = 10^{-3}$ , 2 —  $D = 10^{-2}$ , 3 —  $D = 10^{-1}$ , 4 —  $D = 1,0$  (остальные параметры приведены на рис. 3)

На рис. 5 приведены зависимости периметра  $L$  границ доменов от времени  $t$ . Расчет проводился следующим образом. Рассматривался двумерный массив размером  $1000 \times 1000$ , содержащий значения напряжений  $\sigma$  в плоскости контакта. Поскольку реальный размер системы равен  $10 \times 10$ , каждая точка описывает состояние квадратной области площадью  $A_0 = 10^{-4}$ . Сначала в массиве построчно считалось количество точек  $N_1$ , в которых напряжения меняют знак, затем по столбцам считалось аналогичное количество точек  $N_2$ . Далее вычислялся периметр как среднее этих двух величин:  $L = 10^{-2}(N_1 + N_2)/2$ , где величина  $10^{-2}$  соответствует линейному размеру элементарной квадратной области, состояние которой задается одной точкой. Описанный алгоритм не включает в параметр  $L$  периметр границ доменов на границах системы (в предположении, что система является



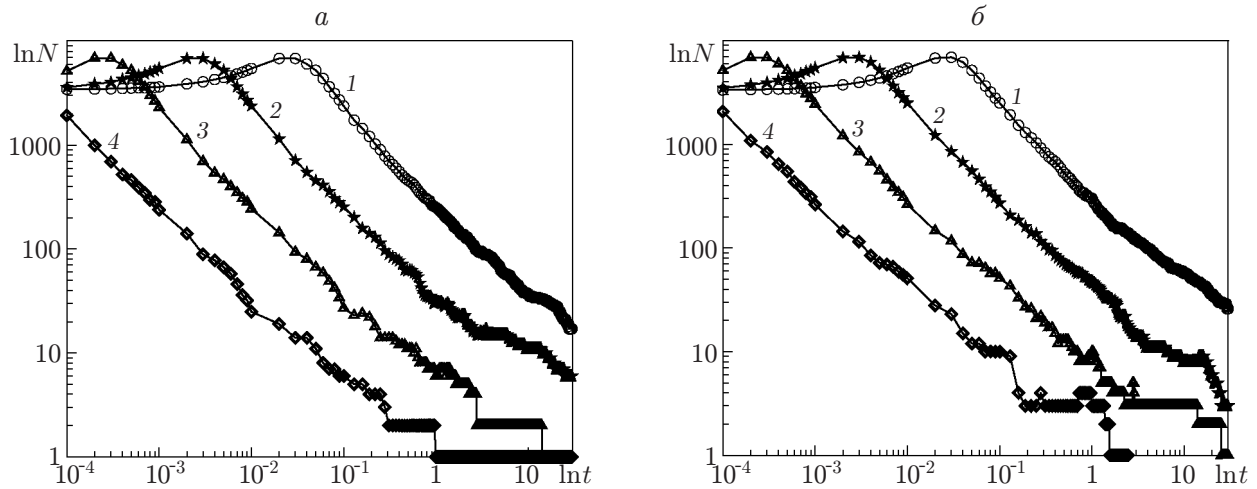


Рис. 6. Зависимости количества  $N$  доменов  $\sigma_-$  ( $\sigma < 0$ ) (а) и  $\sigma_+$  ( $\sigma > 0$ ) (б) от времени  $t$ , полученные при различных значениях коэффициента диффузии (см. рис. 1):

1 —  $D = 10^{-3}$ , 2 —  $D = 10^{-2}$ , 3 —  $D = 10^{-1}$ , 4 —  $D = 1,0$

ограниченной, он равен длине четырех сторон системы, т. е. в рассматриваемом случае 40). Несмотря на то что применяемый алгоритм является довольно грубым и позволяет дать лишь приблизительную оценку реального периметра границ, из рис. 5 следует, что при рассматриваемых значениях времени общий периметр границ доменов уменьшается для всех выбранных значений коэффициентов  $D$ . Это означает, что с течением времени мелкие домены сливаются в более крупные (см. рис. 1).

Согласно рис. 1 во всех рассматриваемых случаях с течением времени меняется количество доменов обоих типов за счет их слияния. На рис. 6 показана зависимость количества доменов обоих типов (с положительными и отрицательными значениями напряжений) от времени. Видно, что сначала число доменов обоих типов увеличивается (кривые 1–3) и зависит от выбранных начальных условий. Когда количество доменов обоих типов достигает максимального значения, они объединяются в более крупные домены и их количество уменьшается. Следует отметить, что с момента времени, когда количество доменов начинает уменьшаться, зависимость  $\ln N$  ( $\ln t$ ) в течение некоторого времени представляет собой прямую линию. Это свидетельствует о степенном характере процесса:

$$N \sim t^z \quad (14)$$

( $z \approx -0,85$  для всех рассматриваемых случаев). На рис. 6 видно, что, когда количество доменов становится равным порядку 10, степенная зависимость нарушается, поскольку система теряет статистические свойства. Из рис. 6, а следует, что в конечном счете система является однородной, поскольку представляет собой единственный домен с фиксированным значением напряжений в плоскости контакта, соответствующий сдвигу с постоянной скоростью. В этом случае на кривой  $N(\sigma_+)$  существуют точки, в которых  $N = 0$ . Зависимости, показанные на рис. 6, имеют аналогичный характер, различаются только конечные результаты процесса, поскольку в этом случае система представляет собой единственный домен со значением  $\sigma_0 \approx -5,1962$ .

На рис. 7 приведены зависимости средних площадей доменов обоих типов от времени. В начале процесса домены ввиду их большого количества имеют малую среднюю площадь, которая уменьшается с увеличением количества доменов (см. рис. 6). Затем домены объединяются в более крупные, соответственно уменьшается их общее количество

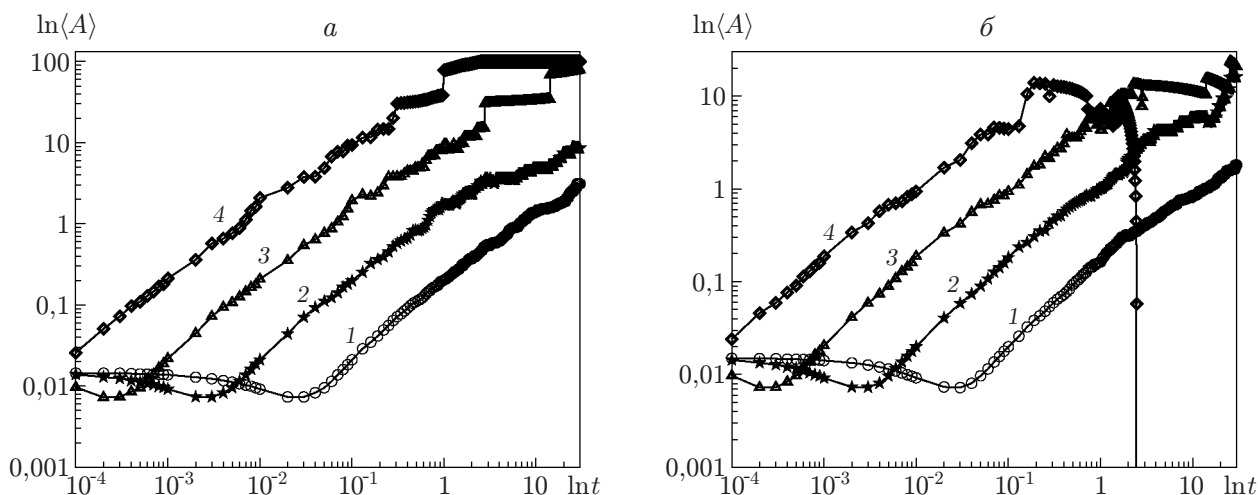


Рис. 7. Зависимость средней площади  $\langle A \rangle$  доменов  $\sigma_-$  ( $\sigma < 0$ ) (а) и  $\sigma_+$  ( $\sigma > 0$ ) (б) от времени  $t$  при различных значениях коэффициента диффузии (см. рис. 1):  
 1 —  $D = 10^{-3}$ , 2 —  $D = 10^{-2}$ , 3 —  $D = 10^{-1}$ , 4 —  $D = 1,0$

и увеличивается средняя площадь  $\langle A \rangle$ . Как и на рис. 6, когда средняя площадь начинает увеличиваться, зависимость становится степенной. Конечная средняя площадь доменов со значением  $\sigma < 0$  равна  $\langle A \rangle = 100$  (см. рис. 7,а), что соответствует образованию единственного домена, поскольку рассматривается система размером  $10 \times 10$ . Конечная средняя площадь доменов  $\sigma > 0$  равна  $\langle A \rangle = 0$ , поскольку в конце процесса домены с положительным значением  $\sigma$  отсутствуют (см. рис. 7,б). Об этом свидетельствует поведение зависимости (кривая 4 на рис. 7,б), которая до момента резкого уменьшения значения  $\langle A \rangle$  является скачкообразной и немонотонной. Появление скачков на зависимостях  $\langle A \rangle(t)$  при  $t > 1$ ,  $t > 0,1$  (кривые 3, 4 соответственно) может быть обусловлено двумя причинами: 1) система состоит из небольшого количества доменов, которые объединяются; 2) домен малого размера поглощается доменом другого типа. В обоих случаях изменяется общее количество доменов в системе, что при небольшом их количестве оказывает существенное влияние на среднюю площадь  $\langle A \rangle$ .

**Заключение.** Развивается синергетическая модель граничного трения. Проведен учет пространственной неоднородности напряжений, деформации и температуры смазочного слоя. Рассмотрен случай, когда в смазочном слое в плоскости контакта формируются два типа доменов: с положительными и отрицательными значениями напряжений. Исследована эволюция доменной структуры и показано, что с течением времени смазка становится однородной и во всей плоскости контакта реализуется одно и то же значение сдвиговых напряжений, которое задает относительную скорость движения трущихся блоков. Проанализированы зависимости фрактальных размерностей, периметра границ доменов, а также средней площади доменов и их количества от времени процесса. Показано, что можно подобрать параметры, при которых система быстро эволюционирует к стационарному состоянию или, наоборот, наблюдается медленная релаксация. Установлено, что характер эволюции существенно зависит от начальных значений параметров в плоскости контакта.

Автор выражает благодарность Б. Н. Й. Перссону за приглашение посетить Исследовательский центр Юлиха, где частично была выполнена работа, а также организаторам конференции “Friction and energy dissipation in man-made and biological systems” (5–8 ноября 2013 г., Триест, Италия) за приглашение и финансовую поддержку участия.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Persson B. N. J.** Sliding friction. Physical principles and applications. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
2. **Israelachvili J. N.** Adhesion forces between surfaces in liquids and condensable vapours // Surf. Sci. Rep. 1992. V. 14, N 3. P. 109–159.
3. **Yamada S.** Nanotribology of ethers: effects of molecular asymmetry and fluoroalkyl chains // Langmuir. 2005. V. 21, N 19. P. 8724–8732.
4. **Yang C.-R., Chiou Y.-C., Lee R.-T.** Tribological behavior of reciprocating friction drive system under lubricated contact // Tribol. Intern. 1999. V. 32, N 8. P. 443–453.
5. **Попов В. Л.** Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами // Журн. техн. физики. 2001. Т. 71, вып. 5. С. 100–110.
6. **Ляшенко Я. А.** Трибологические свойства режимов сухого, жидкостного и граничного трения // Журн. техн. физики. 2011. Т. 81, вып. 5. С. 115–121.
7. **Volokitin A. I., Persson B. N. J.** Quantum friction // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106, N 9. 094502.
8. **Ляшенко Я. А.** Фазовый переход первого рода между жидкоподобной и твердоподобной структурами граничной смазки // Журн. техн. физики. 2012. Т. 82, вып. 1. С. 19–28.
9. **Ляшенко Я. А.** Влияние температурной зависимости вязкости псевдопластических смазок на режим граничного трения // Журн. техн. физики. 2013. Т. 83, вып. 7. С. 87–95.
10. **Хоменко А. В., Ляшенко Я. А.** Статистическая теория граничного трения атомарно-гладких твердых поверхностей при наличии смазочного слоя // Успехи физ. наук. 2012. Т. 182, № 10. С. 1082–1110.
11. **Psakhie S. G., Zolnikov K. P., Dmitriev A. I., et al.** Dynamic vortex defects in deformed material // Phys. Mesomech. 2004. V. 17, N 1. P. 15–22.
12. **Popov V. L., Psakhie S. G., Dmitriev A., Shilko E.** Quasi-fluid nano-layers at the interface between rubbing bodies: simulations by movable cellular automata // Wear. 2003. V. 254, N 9. P. 901–906.
13. **Lorenz E. N.** Deterministic nonperiodic flow // J. Atmospheric. Sci. 1963. V. 20, N 2. P. 130–141.
14. **Zuev L. B., Danilov V. I.** A self-excited wave model of plastic deformation in solids // Philos. Mag. A. 1999. V. 79, N 1. P. 43–57.
15. **Kharchenko D. O., Olemskoi A. I., Knyaz' I. A.** Nonequilibrium phase transitions in stochastic systems with coloured fluctuations // Condensed Matter Phys. 2006. V. 9, N 1. P. 15–22.

*Поступила в редакцию 23/І 2014 г.,  
в окончательном варианте — 31/VII 2014 г.*

---