

УДК 670.191.33

АНАЛИЗ МНОЖЕСТВЕННОГО РАСТРЕСКИВАНИЯ НАНОПОКРЫТИЯ КАК ЦИКЛИЧЕСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Я. В. Литвиненко, С. А. Лупенко, П. О. Марущак

*Тернопольский национальный технический университет им. И. Пулюя,
46001, Украина, г. Тернополь, ул. Русская, 56
E-mail: Maruschak.tu.edu@gmail.com*

Предложена математическая модель множественного растрескивания циркониевого нанопокрывтия, позволяющая получить информативные характеристики для количественного анализа состояния растресканной поверхности с учётом стохастической и циклической природы данного процесса.

Ключевые слова: модель, циклический случайный процесс, множественное растрескивание, нанопокрывтие.

Введение. Одним из основополагающих принципов физической мезомеханики материалов является рассмотрение твёрдого тела в качестве многоуровневой самоорганизующейся системы [1]. Этот подход позволяет математически описать возникающие множественные дефекты как элементы иерархически организованной системы с определённым уровнем структурной упорядоченности.

При одном виде нагружения (например, при одноосном растяжении) множественное растрескивание двухслойного материала нанопокрывтие — подложка с самого начала имеет регулярную структуру. Для хрупкого покрытия — это периодические поперечные трещины или сетка трещин вдоль сопряжённых направлений τ_{\max} [1–5]. Для пластического покрытия — это регулярная складчатая структура, которая в последующем перерастает в множественное растрескивание [6, 7].

Наложение двух видов нагружения (например, циклического растяжения и последующего квазистатического растяжения) приводит к неоднородному распределению напряжений и деформаций, что обуславливает стохастичность множественного растрескивания на первой его стадии. Однако при больших степенях деформации также проявляется регулярность в распределении множественного растрескивания [1–5].

Необходимо отметить, что в работах [1–5] показана возможность полного воссоздания процесса регулярного множественного растрескивания для определённых условий нагружения, что даёт возможность рассматривать развитие множественного растрескивания как нелинейный волновой процесс. В настоящее время исследована природа нелинейных волновых процессов в деформируемом твёрдом теле, предложено их математическое описание на основе калибровочной теории дефектов и неравновесной термодинамики [8, 9]. Аналитическое описание величин потока и плотности деформационных дефектов позволяет связать плотность потока дефектов в слоистой структуре материала с локальной кривизной и градиентами внутренних напряжений.

Целью данной работы является создание математической модели и на её основе методов анализа процессов множественного растрескивания с учётом их стохастической и циклической природы.

Физико-математические закономерности множественного растрескивания. Для исследования микролокализации пластического течения использовали данные фрактографического анализа пластически деформированной поверхности с нанопокрывтием, по-

лученные на сканирующем микроскопе РЭМ-106И. Это дало возможность получить фотоизображение высокого разрешения и обеспечило наличие количественных данных о параметрах сетки трещин [10]. Объектом исследования были образцы стали 25Х1М1Ф с циркониевым нанопокрытием толщиной 100 мкм, которые нагружали циклическим растяжением в течение 200 циклов с последующим квазистатическим растяжением и разрушением [10]. Известно, что увеличение пластической деформации приводит к её локализации на активных участках, которые чередуются с фрагментами недеформированного материала. Именно в этих местах в нанопокрытии развиваются трещиноподобные дефекты. Полученные ранее [1–5] на других материалах закономерности дали возможность предположить упорядоченный характер множественного растрескивания нанопокрытия [10]. В ряде работ используется понятие волнового характера деформирования, которое обозначает временную и пространственную упорядоченность деформационных процессов в материале [8–11]. Таким образом, анализ процесса множественного растрескивания нанопокрытия основан на учёте следующих физико-механических закономерностей [10, 12]: формирование совокупности трещиноподобных дефектов имеет циклический характер; процесс растрескивания является стохастическим и развивается по механизму нелинейных волновых процессов.

Математическая модель процесса множественного растрескивания нанопокрытия как циклического случайного процесса. Учитывая вышеизложенное, в качестве математической модели процесса множественного растрескивания нанопокрытия предлагается использовать циклический случайный процесс, рассмотренный в [13, 14]. Циклический случайный процесс и методы его статистического анализа эффективно применяются в задачах компьютерной кардиодиагностики на основе исследования сигналов сердца, сигналов электрической, магнитной и механической природы; биометрической динамической аутентификации личности по серии её динамических подписей; компьютерного анализа и прогноза циклических экономических процессов; разработки программных и программно-аппаратных генераторов цифровых циклических сигналов [15, 16].

С учётом подходов, предложенных в работе [14], дадим определение циклического случайного процесса.

Функция $L(l, n)$ называется функцией ритма циклического случайного процесса [15]. Она определяет закон изменения расстояний между однофазными значениями циклического процесса (зонами растрескивания) и должна удовлетворять ряду условий:

$$\begin{aligned} \text{а) } & L(l, n) > 0, \quad \text{если } n > 0; \\ \text{б) } & L(l, n) = 0, \quad \text{если } n = 0; \\ \text{в) } & L(l, n) < 0, \quad \text{если } n < 0, \end{aligned} \quad (1)$$

для любых $l_1 \in \mathbf{R}$ и $l_2 \in \mathbf{R}$ при $l_2 > l_1$; для функции $L(l, n)$ выполняется строгое неравенство

$$l_1 + L(l_1, n) < l_2 + L(l_2, n), \quad \forall n \in \mathbf{Z}; \quad (2)$$

она является минимальной по модулю ($|L(l, n)| \leq |L_\gamma(l, n)|$) среди функций $\{L_\gamma(l, n), \gamma \in \mathbf{\Gamma}\}$, удовлетворяющих (1) и (2).

Функции распределения циклического случайного процесса инвариантны относительно циклической разрывной группы преобразований их аргументов:

$$\begin{aligned} F_1(x, l) &= F_1(x, l + L(l, n)), \quad x, l \in \mathbf{R}, \quad n \in \mathbf{Z}, \dots; \\ F_k(x_1, \dots, x_k, l_1, \dots, l_k) &= F_k(x_1, \dots, x_k, l_1 + L(l_1, n), \dots, l_k + L(l_k, n)), \\ x_1, \dots, x_k, l_1, \dots, l_k &\in \mathbf{R}, \quad n \in \mathbf{Z}, \quad k \in \mathbf{N}. \end{aligned} \quad (3)$$

Если $L(l, n) = nL$, $L = \text{const}$, $L > 0$, то будем иметь случайный циклический процесс со стабильным ритмом, или стохастический L -периодический процесс. Если $L(l, n) \neq nL$, то будет иметь место случайный циклический процесс с переменным ритмом.

Определение 1. Сепарабельный случайный процесс $\{h(\omega, t), \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}\}$ называется циклическим случайным процессом при наличии функции $L(l, n)$, которая удовлетворяет условиям (1), (2), и при этом конечномерные векторы $h(\omega, l_1), h(\omega, l_2), \dots, h(\omega, l_k)$ и $h(\omega, l_1 + L(l_1, n)), h(\omega, l_2 + L(l_2, n)), \dots, h(\omega, l_k + L(l_k, n))$, $n \in \mathbf{Z}$ (здесь $\{l_1, l_2, \dots, l_k\}$ — множество сепарабельности процесса $\{h(\omega, t), \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}\}$), при всех целых $k \geq 1$ являются стохастически эквивалентными.

В контексте предложенной математической модели процесса множественного растрескивания нанопокрывтия дадим интерпретацию ряда его базовых элементов, таких как цикл, фаза и ритм процесса растрескивания. Под циклом растрескивания понимали наименьший сегмент экспериментальной зависимости «ширина трещины—длина рассматриваемой области», полученный при реализации процесса множественного растрескивания и содержащий всю последовательность его фаз (стадий). Таким образом, весь процесс растрескивания нанопокрывтия состоит из упорядоченной совокупности циклов растрескивания. Между циклами растрескивания существует некоторый тип подобия, интерпретируемый в рамках циклического случайного процесса как наличие изоморфизма по упорядоченности и соответствию вероятностных характеристик однотипных фаз исследуемого процесса. Под однотипными фазами процесса множественного растрескивания нанопокрывтия понимается совокупность тех значений процесса, которые находятся обязательно в разных его циклах, но имеют одинаковое (относительно упорядочения) расположение среди фаз своего цикла и вероятностные характеристики. Ритм (темп) колебания процесса множественного растрескивания нанопокрывтия рассматривали как свойство его пространственной структуры, позволяющее определять размеры пространственных промежутков между однофазными значениями циклического процесса растрескивания для всех его циклов и фаз.

Учитывая то, что циклический процесс растрескивания нанопокрывтия «сшит» из последовательности циклов разной длины, а циклы могут иметь характерные участки-сегменты, полезно использовать понятие циклического случайного процесса с зонной структурой.

Определение 2. Циклическим случайным процессом с зонной структурой называется процесс, который можно представить в виде

$$h(\omega, l) = \sum_{m \in \mathbf{Z}} h_m(\omega, l) = \sum_{m \in \mathbf{Z}} \sum_{k=1}^K h_{mk}(\omega, l), \quad \omega \in \Omega, \quad l \in \mathbf{R}. \quad (4)$$

Здесь $h_m(\omega, l)$ соответствует m -му циклу рассматриваемого случайного процесса, определяемого как

$$l_m(\omega, l) = \sum_{k=1}^K h_{mk}(\omega, l), \quad l \in \mathbf{W}_m, \quad \forall m \in \mathbf{Z}, \quad (5)$$

$$h_m(\omega, l) = h(\omega, l) I_{\mathbf{W}_m}(l), \quad l \in \mathbf{R}, \quad (6)$$

где $I_{\mathbf{W}_m}(l)$ — индикаторная функция m -го цикла:

$$I_{\mathbf{W}_m}(l) = \begin{cases} 1, & l \in \mathbf{W}_m, \\ 0, & l \notin \mathbf{W}_m; \end{cases} \quad (7)$$

$h_{mk}(l)$, $l \in \mathbf{W}_{mk}$, — k -я зона в m -м цикле анализируемого случайного процесса, которая записывается как

$$h_{mk}(\omega, l) = h(\omega, l)I_{\mathbf{W}_{mk}}(l) = h_m(\omega, l)I_{\mathbf{W}_{mk}}(l), \quad l \in \mathbf{R}, \quad (8)$$

где $I_{\mathbf{W}_{mk}}(l)$ — индикаторная функция k -й зоны в m -м цикле:

$$I_{\mathbf{W}_{mk}}(l) = \begin{cases} 1, & l \in \mathbf{W}_{mk}, \\ 0, & l \notin \mathbf{W}_{mk}. \end{cases} \quad (9)$$

Зонная структура циклического случайного процесса задаётся множеством пространственных значений, соответствующих началам зон циклического процесса:

$$\mathbf{D} = \{l_{m,k}, m \in \mathbf{Z}, k = \overline{1, K}\}, \quad l_m = l_{m,1}, \quad \forall m \in \mathbf{Z}. \quad (10)$$

Области определения зон и циклов процесса с зонной циклической структурой запишем в виде

$$\mathbf{W}_m = [l_m, l_{m+1}); \quad \mathbf{W}_{mk} = [l_{m,k}, l_{m,k+1}); \quad \mathbf{W}_m = \bigcup_{k=1}^K \mathbf{W}_{mk}, \quad (11)$$

$$\bigcup_{m \in \mathbf{Z}} \bigcup_{k=1}^K \mathbf{W}_{mk} = \mathbf{R}; \quad \mathbf{W}_{mk_1} \cap \mathbf{W}_{mk_2} = \emptyset, \quad k_1 \neq k_2. \quad (12)$$

Метод и результаты статистической обработки данных растрескивания поверхности. Множественное растрескивание является неоднородным динамическим и сложно организованным процессом, которому присуща определённая цикличность со значительными индивидуальными вариациями, обусловленными неоднородным напряжённо-деформированным состоянием системы. Предложенная математическая модель позволяет адекватно описать исследованный процесс, а именно учесть сочетание свойств цикличности и стохастичности как в структуре стадии, так и в структуре всего процесса и разработать достоверные методы определения инвариантных информационных признаков (статистических оценок) [16].

Методы статистического анализа циклических случайных процессов [17] адаптируем к задачам анализа процесса множественного растрескивания нанопокрывтия для оценивания таких его вероятностных характеристик, как начальная моментная функция первого порядка (математическое ожидание), центральная моментная функция второго порядка (дисперсия) и автокорреляционная функция.

Оценка математического ожидания имеет вид

$$\hat{m}_h(l) = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M h_\omega(l + L(l, n)), \quad l \in \mathbf{W}_1 = [L_1, L_2), \quad (13)$$

где L_1, L_2 — данные начала и конца первого цикла; $L_1 \neq 0$ в общем случае; M — количество циклов процесса; $h_\omega(l)$ — последовательность значений ширины трещин (реализация процесса); $L(l, n)$ — функция ритма процесса множественного растрескивания; \mathbf{W}_1 — область определения первого цикла процесса.

Оценка дисперсии определяется как

$$\hat{d}_h(l) = \frac{1}{M-1} \sum_{n=1}^{M-1} [h_\omega(l + L(l, n)) - \hat{m}_h(l + L(l, n))]^2, \quad l \in \mathbf{W}_1 = [L_1, L_2]. \quad (14)$$

Оценка автокорреляционной функции находится по формуле

$$\hat{R}_h(l_1, l_2) = \frac{1}{M-1} \sum_{n=1}^{M-1} (h_\omega(l_1 + L(l_1, n)) - \hat{m}_h(l_1 + L(l_1, n))) \times \\ \times (h_\omega(l_2 + L(l_2, n)) - \hat{m}_h(l_2 + L(l_2, n))), \quad l_1, l_2 \in \mathbf{W}_1 = [L_1, L_2]. \quad (15)$$

С использованием формул (13)–(15) проведена статистическая обработка процессов растрескивания (рис. 1, *a, c*) для разных относительных деформаций, полученных в работе [12]. На рис. 1, *b, d* приведены функции ритма, которые соответствуют исследуемым процессам растрескивания.

Результаты статистического оценивания вероятностных характеристик процесса растрескивания представлены на рис. 2–4.

Анализируя рис. 2, 3, следует отметить, что оценки математического ожидания являются чувствительными к изменению состояния поверхности покрытия, что свидетельствует о возможности использования численных признаков в автоматизированных системах технической диагностики. Полученные результаты имеют чёткий физико-механический смысл, поскольку рост неоднородности геометрических параметров растрескивания соот-

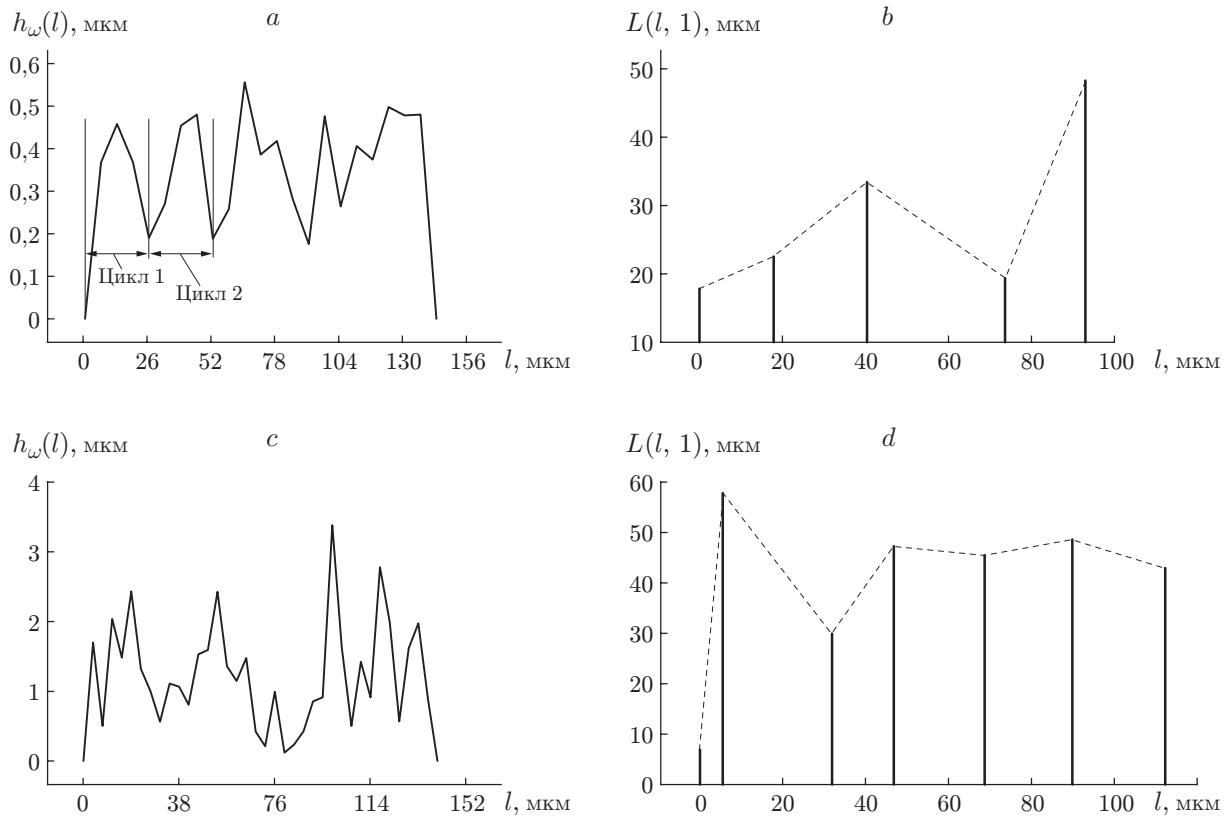


Рис. 1. Процесс множественного растрескивания циркониевого нанопокрyтия: *a, c* — в виде графика «ширина трещины—длина рассматриваемой области» для относительных деформаций $\varepsilon = 5,9, 45,4$ %; *b, d* — функции ритма данного процесса для указанных деформаций

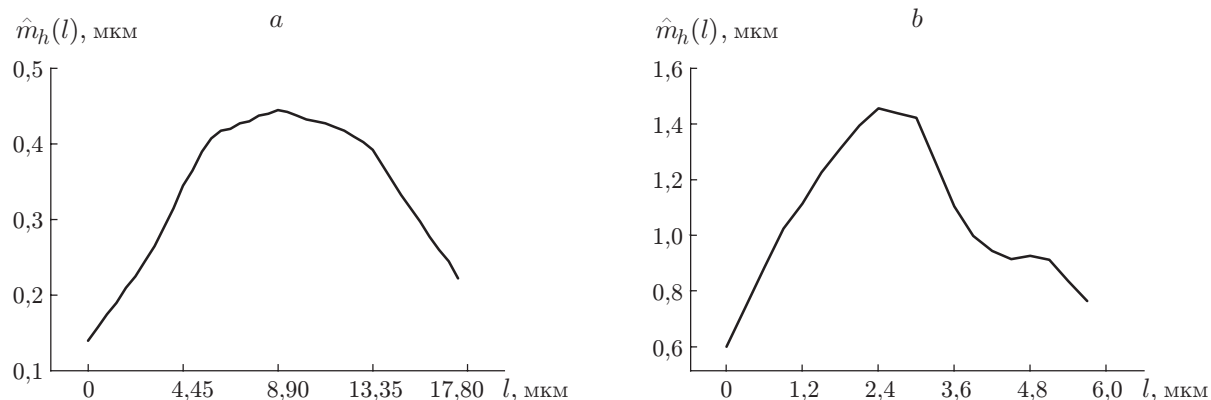


Рис. 2. Оценки математического ожидания ширины фрагментов покрытия: $a — \varepsilon = 5,9 \%$, $b — \varepsilon = 45,4 \%$

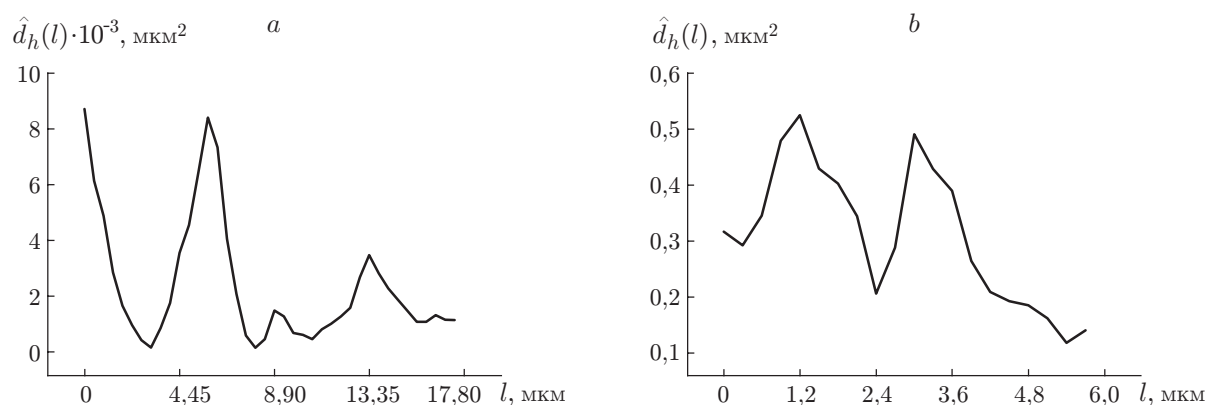


Рис. 3. Оценки дисперсии ширины фрагментов покрытия: $a — \varepsilon = 5,9 \%$, $b — \varepsilon = 45,4 \%$

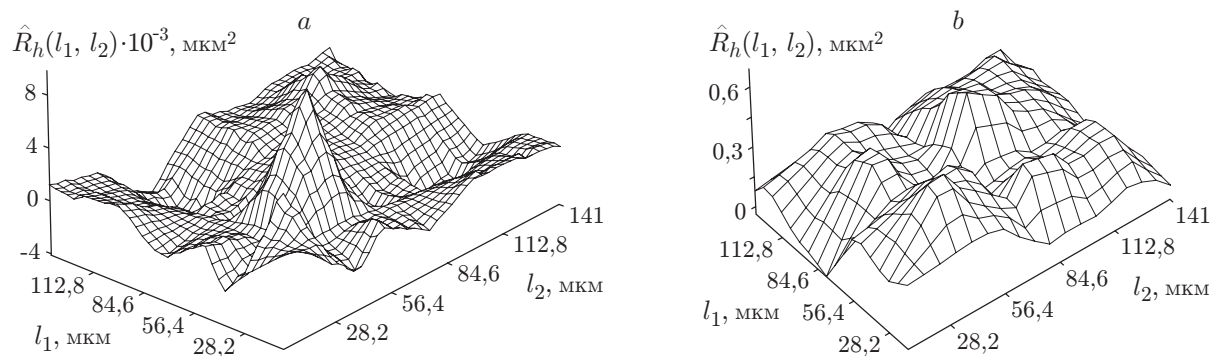


Рис. 4. Оценки автокорреляционной функции ширины фрагментов покрытия: $a — \varepsilon = 5,9 \%$, $b — \varepsilon = 45,4 \%$

ветствует локализации деформации на определённых участках материала [18]. Ослабление деформационных процессов локальных участков влечёт замедление растяжения покрытия, что обуславливает изменение параметров, представленных на рис. 2, 3.

Таким образом, оценки математического ожидания и дисперсии являются информативными параметрами разработанной математической модели процесса множественного растрескивания с учётом циклической природы деформирования материала.

Оценки автокорреляционной функции позволяют определить степень линейной статистической зависимости между значениями циклического случайного процесса растрескивания в рамках рассматриваемой длительности цикла. Следует отметить, что рост деформации увеличивает взаимовлияние показателей множественного растрескивания (см. рис. 4). Кроме того, изменение формы автокорреляционной функции свидетельствует о локализации деформаций. При этом в материале возникали микрофлуктуационные процессы и на завершающем этапе разрушения покрытия наблюдалось квазиравномерное распределение разрывов покрытия (рис. 4, *b*).

Полученные в данной работе результаты позволяют оценивать кинетику множественного растрескивания и соответственно подтверждают цикличность разрушения нанопокрыва, что даёт возможность выявить масштабный уровень развития концентраторов напряжений в процессе растрескивания хрупкого покрытия [19].

Заключение. Рассмотренный в предлагаемой работе процесс множественного растрескивания в виде циклического случайного процесса позволил обосновать комплексный подход к диагностированию повреждённости нанопокрыва с учётом положений статистической обработки экспериментально установленных закономерностей множественного растрескивания.

Выявлены основные закономерности фрагментации нанопокрыва на базе модели циклического случайного процесса, что даёт возможность оценить такие информативные признаки процесса растрескивания нанопокрыва, как математическое ожидание, дисперсия и автокорреляционная функция (с учётом изменения ритма колебаний процесса множественного растрескивания). Полученные оценки предельных значений параметров растрескивания подтверждаются экспериментальными данными трансмиссионной микроскопии. Оценки вероятностных характеристик растрескивания нанопокрыва могут быть использованы как информативные диагностические признаки параметров повреждённости системы «сталь — покрытие».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Панин В. Е., Сергеев В. П., Панин А. В.** Наноструктурирование поверхностных слоев конструкционных материалов и нанесение наноструктурных покрытий. Томск: Изд-во ТПУ, 2008. 286 с.
2. **Панин В. Е., Слосман А. И., Колесова Н. А.** Закономерности пластической деформации и разрушения на мезоуровне поверхностей упрочненных образцов при статическом растяжении // ФММ. 1996. **82**, № 2. С. 129–136.
3. **Панин В. Е., Слосман А. И., Колесова Н. А.** О механизмах фрагментации на мезоуровне при пластической деформации поверхностно упрочненной хромистой стали // ФММ. 1997. **84**, № 2. С. 130–135.
4. **Антипина Н. А., Панин В. Е., Слосман А. И., Овечкин Б. Б.** Волны переключения макрополос локализованной деформации при растяжении поверхностно упрочненных образцов // Физ. мезомех. 2000. **3**, № 3. С. 37–41.
5. **Панин С. В., Коваль А. В., Трусова Г. В. и др.** Влияние геометрии и структуры границы раздела на характер развития пластической деформации на мезомасштабном уровне борированных образцов конструкционных сталей // Физ. мезомех. 2000. **3**, № 2. С. 99–115.

6. Кузнецов П. В., Петракова И. В., Гордиенко Ю. Г. и др. Образование самоподобных структур на фольгах монокристалла алюминия $\{100\}\langle 001\rangle$ при циклическом растяжении // Физ. мезомех. 2007. 10, № 6. С. 33–42.
7. Кузнецов П. В., Панин В. Е., Петракова И. В. Структурно-механические особенности пластической деформации фольг монокристалла $\langle 001\rangle\{100\}$ алюминия, наклеенных на плоские образцы алюминиевого сплава при несвободном циклическом растяжении // Физ. мезомех. 2008. 11, № 6. С. 103–114.
8. Панин В. Е., Егорушкин В. Е. Неравновесная термодинамика деформируемого твердого тела как многоуровневой системы. Корпускулярно-волновой дуализм пластического сдвига // Физ. мезомех. 2008. 11, № 2. С. 9–30.
9. Панин В. Е., Егорушкин В. Е., Панин А. В. Эффект каналирования пластических сдвигов и нелинейные волны локализованной пластической деформации и разрушения // Физ. мезомех. 2010. 13, № 5. С. 7–26.
10. Maruschak P. O., Panin S. V., Ignatovich S. R. et al. Influence of deformation process in material at multiple cracking and fragmentation of nanocoating // Theor. and Appl. Fracture Mechan. 2012. 57, Is. 1. P. 43–48.
11. Панин В. Е., Егорушкин В. Е., Панин А. В. Нелинейные волновые процессы в деформируемом твердом теле как многоуровневой иерархически организованной системе // УФН. 2012. 182, № 12. С. 351–357.
12. Ясний П. В., Марущак П. О., Панин С. В. и др. Деформация и разрушение образцов сталей 12Х1МФ и 25Х1М1Ф с наноструктурным покрытием при циклическом растяжении и знакопеременном изгибе // Тез. докл. IV Всерос. конф. по наноматериалам «НАНО–2011». М.: Ин-т металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН, 2011. С. 452.
13. Панин С. В., Марущак П. О., Любутин П. С. и др. Иерархические уровни деформирования теплостойкой стали с множественными дефектами // Тез. докл. междунар. конф. по физической мезомеханике, компьютерному конструированию и разработке новых материалов. Томск: ИФПМ СО РАН, 2011. С. 73–75.
14. Лупенко С. А. Детерминированные и случайные циклические функции как модели колебательных явлений и сигналов: определение и классификация // Электронное моделирование. 2006. 28, № 4. С. 29–45.
15. Лупенко С. А. Розвиток теорії моделювання та обробки циклічних сигналів в інформаційних системах: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Львів: Національний ун-т «Львівська політехніка», 2010. 40 с.
16. Горкуненко А. Б., Лупенко С. А., Луцків А. М. Математичне моделювання економічних циклічних процесів для їх автоматизованого аналізу та прогнозу // Вісник Хмельницького національного університету. 2010. № 3. С. 269–275.
17. Литвиненко Я. В., Лупенко С. А., Студена Ю. В. Методи статистичної обробки сигналів серця на базі їх моделі у вигляді випадкового процесу із зонною часовою структурою // Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2006. № 4. С. 189–200.
18. Yasnii P., Marushchak P., Konovalenko I., Bishchak R. Computer analysis of surface cracks in structural elements // Mater. Sci. 2008. 44, N 6. P. 833–839.
19. Maruschak P., Gliha V., Konovalenko I. et al. Physical regularities in the cracking of nanocoatings and a method for an automated determination of the crack-network parameters // Materiali in Tehnologije. 2012. 46, N 5. P. 525–529.