

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА НЕОГРАНИЧЕННОЕ БЕЗУДАРНОЕ СЖАТИЕ ПЛОСКОГО ГАЗОВОГО СЛОЯ

М. Г. Анучин

РФЯЦ, ВНИИ технической физики, 456770 Снежинск

Проведено численное исследование влияния процесса теплопроводности на сжатие плоского газового слоя, при котором в случае идеального адиабатического газа реализуется безударное сжатие с неограниченной кумуляцией плотности и энергии. Получены приближенные формулы, характеризующие асимптотику кумуляции энергии, плотности и энергетических затрат на сжатие. Показано, что с учетом теплопроводности явление кумуляции плотности и энергии сохраняется.

Введение. Исследование газодинамических процессов, сопровождающихся неограниченным ростом (кумуляцией) плотности и температуры вещества [1], имеет важное значение для изучения, например, термоядерного синтеза [2], свойств вещества в экстремальных условиях [3] и пр. С точки зрения минимизации энергетических затрат для достижения требуемых значений параметров наибольший интерес представляют режимы, при которых осуществляется безударное сжатие вещества. Для плоского и сферически-симметричного случаев решения уравнений газодинамики, описывающие адиабатическое сжатие идеального газа с неограниченной кумуляцией, приведены в работах [4, 5]. Оживление интереса к обсуждаемой проблеме связано с полученными в последнее время результатами [6–9]. Оказалось, что свойством неограниченной кумуляции обладают не только одномерные течения. Из построенных аналитических решений [7], описывающих двумерное и трехмерное безударное сжатие идеального газа, следует, что использование сжимающего поршня специальной формы или организация специальных трехмерных граничных условий позволяют получать кумуляцию выше, чем в сферически-симметричном случае. Отметим, что полученные аналитические решения могут служить хорошим тестом при разработке и отладке математических методик и программ для расчета двумерных и трехмерных газодинамических течений [10–13]. В то же время вопрос о влиянии реальных свойств физических сред на процесс безударного сжатия с кумуляцией остается малоизученным.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния теплопроводности газа. Известно, что при температурах, превышающих 1 кэВ и типичных для экспериментов по лазерному обжатию микромишеней [14], становится существенным лучистый и электронный механизмы переноса тепла [15]. Рассмотрено простейшее плоское течение, в котором в случае идеального адиабатического газа реализуется неограниченное безударное сжатие (задача о сжатии плоского газового слоя [4]). Эффект теплопроводности исследовался численно с помощью комплекса математических программ «Тигр» [16, 10, 11]. Рассмотренная задача, наряду с относительной простотой, отражает основные черты явления кумуляции и удобна тем, что в адиабатическом случае имеет точное аналитическое решение, что обеспечивает дополнительный контроль достоверности расчетов, а также облегчает сравнительный анализ результатов с учетом и без учета теплопроводности. Численные исследования показали, что при учете теплопроводности, несмотря на существенное уменьшение среднего сжатия газа, неограниченный рост плотности вещества сохраняется.

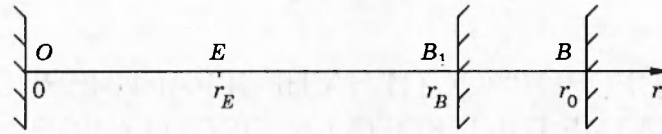


Рис. 1. Область газа:

OB — область газа в начальный момент времени, OB_1 — область газа в промежуточный момент времени, состоящая из области невозмущенного газа OE и области центрированной волны сжатия EB_1

1. Постановка задачи. Для исследования влияния теплопроводности на режим безударного сжатия газа рассмотрена следующая задача.

В начальный момент времени $t = 0$ идеальный нетеплопроводный газ с показателем адиабаты γ , скоростью звука покоя c_0 и начальной плотностью ρ_0 находится между двумя параллельными непроницаемыми плоскостями, проходящими через точки O и B перпендикулярно оси r (рис. 1). Толщина газового слоя $r_0 = |OB|$ при $t = 0$.

Точка O неподвижна. Если движение точки B подчинить закону

$$r_B = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} c_0 t^{(\gamma-1)/(\gamma+1)} (-\tau)^{2/(\gamma+1)} + \frac{2}{\gamma - 1} c_0 \tau, \quad \tau = t - t_c$$

или

$$u_B = \frac{dr_B}{dt} = \frac{2c_0}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{-\tau}{t_c} \right)^{(1-\gamma)/(\gamma+1)} \right), \quad (1.1)$$

то газ сжимается безударным образом и в момент времени $t_c = r_0/c_0$ (момент коллапса) «схлопывается». Эта задача (без учета теплопроводности) имеет аналитическое решение [4]. В промежуточный момент времени $0 < t < t_c$ решение состоит из области невозмущенного газа OE ($r_E = -\tau c_0$) и области центрированной волны сжатия EB_1 . Точка B_1 соответствует положению поршня в момент времени t . В области B_1E

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{c}{c_0} \right)^{2/(\gamma-1)}, \quad \bar{r} = \frac{c^2}{C_V(\gamma-1)\gamma}, \quad u = \frac{2}{\gamma-1} (c - c_0),$$

$$P = P_0 \left(\frac{c}{c_0} \right)^{2\gamma/(\gamma-1)}, \quad c = \left(c_0 + \frac{(1-\gamma)r}{2\tau} \right) \frac{2}{\gamma+1}, \quad c_B = c_0 \left(\frac{-\tau}{t_c} \right)^{(1-\gamma)/(\gamma+1)}, \quad (1.2)$$

где ρ — плотность; T — температура; u — скорость; P — давление; c — текущее значение скорости звука в газе; c_B — скорость звука около подвижной границы газа; C_V — удельная теплоемкость при постоянном объеме; индексом 0 обозначены величины в начальный момент времени. Данное аналитическое решение одномерного течения газа с кумуляцией сравнивалось с численным решением, в котором учитывалась теплопроводность.

Одномерное течение газа с учетом теплопроводности моделируется уравнениями:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial q} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) - \frac{\partial u}{\partial q} = 0, \quad \frac{\partial r}{\partial t} = u, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + P \frac{\partial u}{\partial q} = \frac{\partial}{\partial q} \left(\varkappa \rho \frac{\partial T}{\partial q} \right), \quad (1.3)$$

$$P = P(\rho, T), \quad \varepsilon = \varepsilon(\rho, T), \quad \varkappa = \varkappa(\rho, T),$$

где $dq = \rho dr$ — масса элемента объема; \varkappa — коэффициент теплопроводности; ε — удельная внутренняя энергия. В этом случае газ считается идеальным, но учитывается вклад равновесного излучения, т. е. используются следующие уравнения состояния:

$$P = (\gamma - 1)C_V \rho T + \frac{\sigma}{3} T^4, \quad \varepsilon = C_V T + \frac{\sigma}{\rho} T^4$$

(σ — постоянная Стефана — Больцмана, равная нулю в расчетах без учета теплопроводности).

Коэффициент теплопроводности \varkappa принимается в соответствии с комптоновским механизмом рассеяния фотонов, который является ведущим для легких газов при температурах больше 1 кэВ [15]:

$$\varkappa = \frac{2}{\gamma - 1} \sigma c_{св} a \frac{T^3}{\rho},$$

$c_{св}$ — скорость света; a — константа, зависящая от выбора системы единиц (в расчетах без учета теплопроводности $\varkappa = 0$).

В задаче приняты единицы измерения: r [см], t [10^{-7} с], q [г], T [кэВ]. Расчеты проводились при $\sigma = 1,37$, $c_{св} = 3000$, $a = 5$, $\gamma = 5/3$, $C_V = 11,58$ и начальных условиях $r_0 = 1$, $\rho_0 = 0,2$, $c_0 = 1$. Такие значения отвечают DT-смеси, имеющей в начальный момент плотность DT-льда и радиус 1 см, что представляет практический интерес для инерциального термоядерного синтеза [1].

2. Методика расчета. Расчеты проводились по методике «Тигр» [16], предназначенной для решения двумерных задач газовой динамики с учетом теплопроводности. В ней используется эйлерово-лагранжево описание движения. Одно семейство координатных линий представляет собой фиксированный набор прямых, вдоль которых движутся узлы разностной сетки, образующие лагранжево семейство координатных линий. Такая система координат позволяет с хорошей точностью моделировать сложные движения многослойных систем с большими деформациями и отслеживать контактные разрывы. Методика «Тигр» обладает также высокой экономической эффективностью благодаря тому, что разностные уравнения решаются с помощью неявных схем расщепления как по координатным направлениям, так и по физическим процессам.

Комплекс программ «Тигр» хорошо себя зарекомендовал на протяжении трех десятков лет при решении широкого класса прикладных задач. В настоящее время существует несколько методик, объединенных в единый вычислительный комплекс «Тигр-ВК» [10, 11]. В данной работе использовался одномерный аналог этого комплекса, настроенный на решение уравнений (1.3) в лагранжевой системе координат.

Расчеты проводились на разностной сетке с числом точек по пространственной переменной 250 до момента времени $t = 0,999\,999$, когда в аналитическом решении среднее сжатие составляет ≈ 8000 , а величина максимального сжатия (около поршня) ≈ 30000 (время коллапса в нашей постановке $t_c = 1$). Граничное условие в точке B (рис. 1), управляющее сжатием газа, задавалось по формуле (1.1) в виде скорости («жесткий поршень») или по формуле (1.2), где полагалось $c = c_B$, в виде давления («мягкий поршень»).

В расчетах с учетом теплопроводности мы не в праве ожидать неограниченное безударное сжатие, поскольку это требует иного закона движения сжимающего поршня. Тем не менее можно исследовать влияние теплопроводности на сжатие газа.

Были проведены расчеты без учета теплопроводности с граничными условиями на скорость (bc) и давление (bd) и с учетом теплопроводности — соответственно (mc) и (md).

Результаты расчетов в сравнении с аналитическим решением (1.1), (1.2) представлены на графиках и в таблицах.

3. Обсуждение результатов. Расчеты bc и bd проводились с целью оценки погрешности численного решения. На лагранжевой сетке область невозмущенного газа OE (рис. 1) исчезает, как только ее размеры становятся соизмеримыми с шагом сетки h , т. е. при $t > 1 - h = 0,996$. Это приводит к росту газодинамических величин и температуры около неподвижной стенки и нарушению изэнтропичности, в отличие от аналитического решения. На рис. 2 показаны профили основных газодинамических величин для двух моментов времени, их числовые значения в сравнении с аналитическим решением приведены

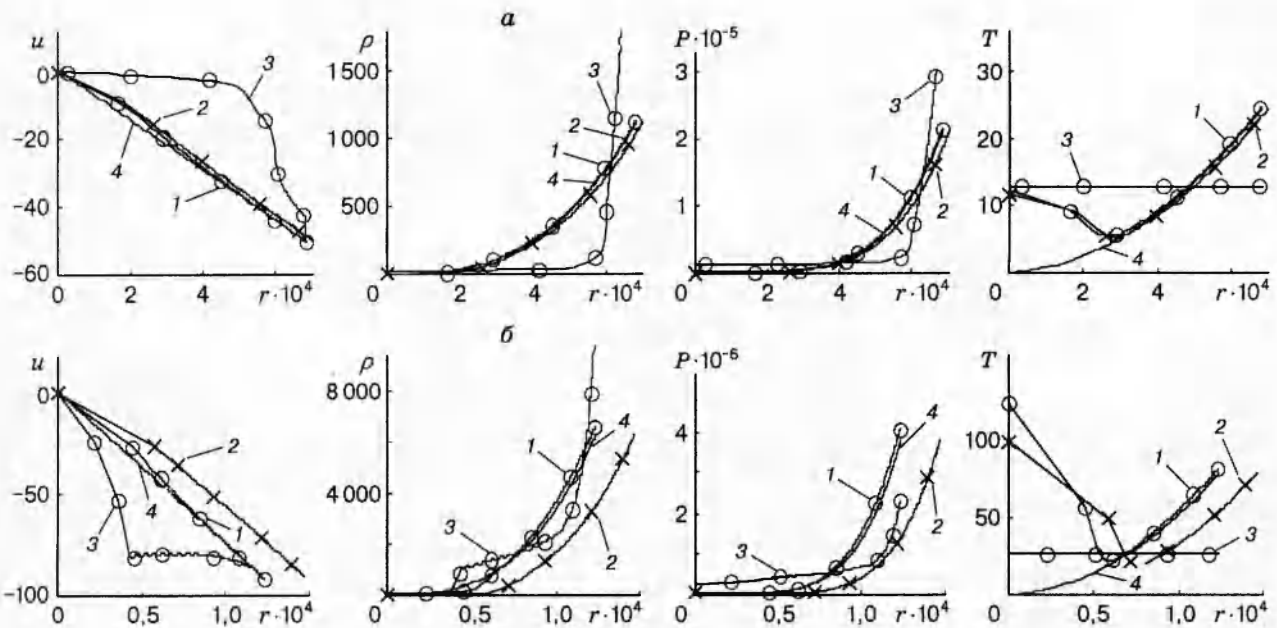


Рис. 2. Профили скорости, плотности, давления и температуры для моментов времени: $a - t = 0,999\ 99$, $b - t = 0,999\ 999$; линии 1 — расчет bc , 2 — bd , 3 — tc , 4 — аналитическое решение (без учета теплопроводности)

в табл. 1, 2, в которых r_B — положение поршня, ρ^* — максимальная плотность, ρ — средняя плотность, E и K — внутренняя и кинетическая энергия газа, A — работа поршня по сжатию. В последний расчетный момент времени (рис. 2, б) область сильного отклонения значений температуры от точного решения (около левой границы) составляет 2–3 точки лагранжевой сетки. По мере приближения к правой границе области газа концентрация точек возрастает. Для воспроизведения аналитического решения во всей области газа необходимо применение динамически адаптивной разностной сетки, сгущающейся по мере необходимости у обеих границ. Из-за потери области невозмущенного газа в расчете bd с «мягким поршнем» наблюдается отставание подвижной границы, вызванное противодействием внутренних сил давления. В момент времени $t = 0,999\ 99$ (рис. 2, а; табл. 1) отставание составляет 3 %, а при $t = 0,999\ 999$ (рис. 2, б; табл. 2) — 25 %. На фоне высоких градиентов газодинамических величин около поршня эти отклонения не оказывают существенного влияния на процесс неограниченного безударного сжатия газа. Относительная погрешность максимальной плотности около поршня в момент времени $t = 0,999\ 99$ составляла 0,44 % (расчет bc) и 0,26 % (расчет bd), а при $t = 0,999\ 999$ — 4,34 % (расчет bc) и 0,28 % (расчет bd). Несмотря на глубокую стадию сжатия, точность расчетов в области кумуляции остается удовлетворительной, что вселяет уверенность, что и в расчетах с учетом теплопроводности будет такая же точность.

Для оценки погрешности, связанной с шагом пространственной сетки, расчет td был повторен на сетке с удвоенным числом точек (см. табл. 2). Погрешность составляет десятые доли процента, что свидетельствует о том, что разностная сетка выбрана достаточно подробной.

В расчетах с учетом теплопроводности температура газа выравнивается по пространству. Область «невозмущенного» газа прогревается, что приводит к увеличению давления у неподвижной стенки. К моменту времени $t \approx 0,9$ образуется ударная волна, а область «невозмущенного» газа примерно в 2 раза больше, чем в задаче без учета теплопроводности.

Таблица 1

Результаты расчетов для $t = 0,99999$

Параметры процесса	<i>бс</i>	<i>бд</i>	<i>тс</i>	<i>тд</i>	Аналитическое решение
r_B	$6,8089 \cdot 10^{-4}$	$7,0084 \cdot 10^{-4}$	$6,8099 \cdot 10^{-4}$	$3,7803 \cdot 10^{-2}$	$6,8131 \cdot 10^{-4}$
ρ^*	1129,6	1121,8	8493,4	6891,3	1124,7
ρ	293,72	285,37	293,69	5,2906	293,55
E	38,955	38,855	55,264	22,123	37,947
K	164,24	164,09	150,38	172,50	165,03
A	203,08	202,82	205,49	194,47	202,80

Таблица 2

Результаты расчетов для $t = 0,999999$

Параметры процесса	<i>бс</i>	<i>бд</i>	<i>тс</i>	<i>тд</i>	Аналитическое решение
r_B	$1,2335 \cdot 10^{-4}$	$1,4696 \cdot 10^{-4}$	$1,2317 \cdot 10^{-4}$	$3,7288 \cdot 10^{-2}$ $3,7312 \cdot 10^{-2}^*$	$1,2349 \cdot 10^{-4}$
ρ^*	6599,2	6307,0	10661,0	96733,0 96165,0*	6324,6
ρ	1624,8	1360,9	1623,8	5,3637 5,3602*	1619,3
E	130,60	124,37	131,52	40,876 40,633*	120,00
K	569,62	546,26	697,14	589,90 590,05*	555,36
A	700,22	670,63	828,57	630,66 630,53*	675,18

Примечание. * Расчет с удвоенным числом точек разностной сетки.

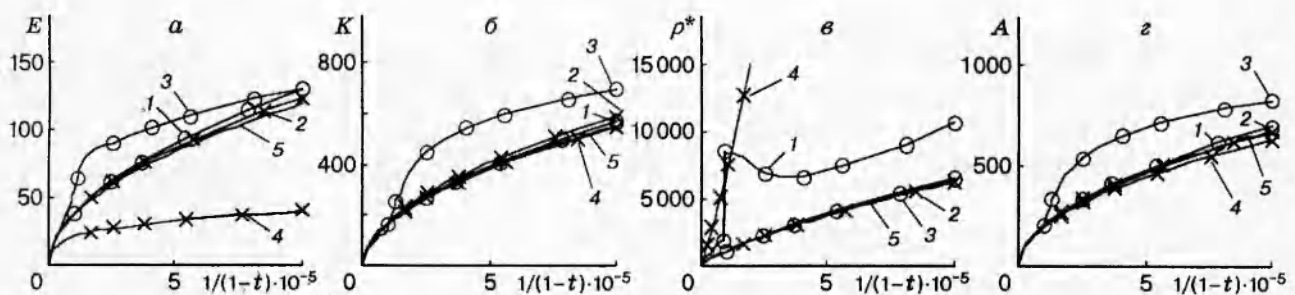


Рис. 3. Зависимость от времени внутренней (а) и кинетической (б) энергии газа, максимальной плотности газа (около поршня) (в), работы поршня по сжатию (г): линии 1 — расчет *бс*, 2 — *бд*, 3 — *тс*, 4 — *тд*, 5 — аналитическое решение (без учета теплопроводности)

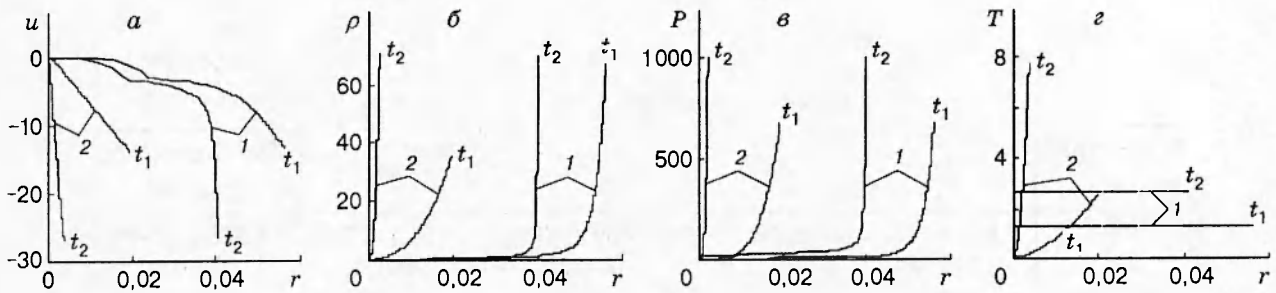


Рис. 4. Профили скорости (а), плотности (б), давления (в), температуры (г) на моменты времени $t_1 = 0,999$ и $t_2 = 0,9999$: линии 1 — расчет $m\delta$, 2 — аналитическое решение (без учета теплопроводности)

В расчете mc с «жестким поршнем» ударная волна движется к неподвижной стенке, отражается от нее (при $t \approx 0,999$) и в момент времени $t \approx 0,9999905$ сталкивается теперь уже с поршнем. При этом образуется локальный максимум в плотности около поршня ρ^* . На рис. 3 приведены интегральные характеристики процесса, а также максимальная плотность в зависимости от времени. Энергетические затраты на сжатие на последний момент времени в расчете mc выше на 23% по сравнению с аналитическим решением, в котором не учитывается процесс теплопроводности. Значение максимальной плотности (около поршня) больше на 69% (см. табл. 2).

В расчете mc с «жестким поршнем» не возникает причин, препятствующих продвижению поршня. Таким образом можно сжать газ до любой плотности. Поэтому наибольший практический интерес представляет расчет $m\delta$ с учетом теплопроводности и с граничным условием для давления.

В расчете $m\delta$ с «мягким поршнем» на начальной стадии, как и в расчете mc , образуется ударная волна. Затем противодействие внутренних сил давления замедляет движение правой границы газа, а ударная волна ослабевает. На рис. 4 приведены профили газодинамических величин в расчете $m\delta$ (с теплопроводностью) в сравнении с аналитическим решением (без теплопроводности) на моменты времени t_1 и t_2 . В момент времени $t = 0,999999$ координата поршня в 300 раз больше, чем в аналитическом решении (см. табл. 2). Однако значение плотности около поршня в 15 раз выше из-за снижения температуры в области кумуляции. При этом почти весь газ сосредоточивается у подвижной границы. Так, на последний момент времени в объеме, занимающем 0,02% области газа (около поршня), находится 87,6% массы газа.

Практический интерес представляют также оценки степеней кумуляции плотности, давления, энергии газа и энергетических затрат на сжатие. Оценки степеней кумуляции энергии и давления в случае идеального адиабатического газа даны в [5]. В плоском случае работа сил давления по сжатию газа, внутренняя и кинетическая энергии вычисляются по формулам:

$$A = \int_0^t P u dt = \rho_0 \frac{2(\gamma + 1)}{\gamma(\gamma - 1)^2} [(0,5\tau^2 - 1)(-\tau)^{(1-\gamma)/(\gamma+1)} + 0,5],$$

$$E = \int_0^r \frac{P}{(\gamma - 1)} dr = \frac{\rho_0(\gamma + 1)}{\gamma(3\gamma - 1)(\gamma - 1)} [(-\tau)^{-2(\gamma-1)/(\gamma+1)} + \tau] - \tau \frac{\rho_0}{(\gamma - 1)\gamma}, \quad K = A - E + E_0,$$

где $E_0 = \rho_0/(\gamma - 1)\gamma$ — начальная внутренняя энергия. В табл. 3 в виде экспоненциальных функций даны приближенные формулы для этих величин в расчете $m\delta$ (с учетом

Т а б л и ц а 3

Параметры процесса	$m\delta$	Аналитическое решение
ρ^*	$0,0126 \cdot (-\tau)^{-1,1473}$	$0,2000 \cdot (-\tau)^{-0,7500}$
ρ	$4,9398 \cdot (-\tau)^{-0,0060}$	$0,0574 \cdot (-\tau)^{-0,7417}$
E	$1,0273 \cdot (-\tau)^{-0,2666}$	$0,1200 \cdot (-\tau)^{-0,5000}$
K	$0,3688 \cdot (-\tau)^{-0,5340}$	$0,3824 \cdot (-\tau)^{-0,5270}$
A	$0,5421 \cdot (-\tau)^{-0,5109}$	$0,4957 \cdot (-\tau)^{-0,5224}$

теплопроводности) и в аналитическом решении (без учета теплопроводности), а также максимальной ρ^* и средней ρ плотности, определяющие асимптотику решения и степень кумуляции вблизи момента времени $t = 0,999999$, полученные подбором коэффициентов по результатам расчета $m\delta$. Видно, что степень кумуляции плотности в расчете с учетом теплопроводности при меньших энергетических затратах на сжатие в 1,5 раза выше, чем в аналитическом решении (без учета теплопроводности).

Заключение. Учет теплопроводности в адиабатическом течении с кумуляцией приводит к выравниванию температуры так, что газ становится близким к изотермическому по пространственной переменной. Несмотря на то, что среднее сжатие газа существенно ухудшается, максимальное сжатие около поршня намного выше, чем в аналитическом решении (без учета теплопроводности), и основная масса газа имеет высокую плотность. Таким образом, явление кумуляции плотности сохраняется.

Автор выражает глубокую благодарность А. Ф. Сидорову за постановку задачи, полезные рекомендации и оказанную поддержку.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-00721).

ЛИТЕРАТУРА

1. Забабахин Е. И., Забабахин И. Е. Явления неограниченной кумуляции. М.: Наука, 1988. С. 95–101.
2. Nucholls J. H., Wood L., Thiessen A., Zimmerman G. Laser compression of matter to super-high densities: thermonuclear (CTR) applications // Nature. 1972. V. 239. P. 139.
3. Альтшулер Л. В., Трунин Р. Ф., Крупников К. К., Панов Н. В. Взрывные лабораторные устройства для исследования сжатия веществ в ударных волнах // Успехи физич. наук. 1996. Т. 166, № 5. С. 575–581.
4. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Гостехиздат, 1955. С. 229–230.
5. Забабахин И. Е., Симоненко В. А. Сферическая центрированная волна сжатия // Прикл. математика и механика. 1978. Т. 42, вып. 3. С. 573–576.
6. Сидоров А. Ф. Об оптимальном безударном сжатии газовых слоев // Докл. АН СССР. 1990. Т. 313, № 2. С. 283–287.
7. Сидоров А. Ф. Некоторые оценки степени кумуляции энергии при плоском и пространственном безударном сжатии газа // Докл. АН СССР. 1991. Т. 318, № 3. С. 548–552.
8. Сидоров А. Ф. Оценки предельных степеней кумуляции энергии при безударном сжатии газа // Докл. РАН. 1993. Т. 329, № 4. С. 444–448.
9. Сидоров А. Ф., Хайруллина О. Б. Процессы безударного конического сжатия и разлета газа // Прикл. математика и механика. 1994. Т. 58, вып. 4. С. 81–92.

10. **Бисярин А. Ю., Грибов В. М., Зубов А. Д. и др.** Комплекс «Тигр» для расчета двумерных задач математической физики // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. 1984. Вып. 3(17). С. 34–41.
11. **Бисярин А. Ю., Грибов В. М., Ким А. В.** Структура и функционирование комплекса программ «Тигр-ВК» для решения задач математической физики // Тр. школы-семинара по комплексам программ мат. физики, Ростов-на-Дону, 1990 / Под ред. Ю. И. Шокина. Вычислительные технологии: Сб. науч. тр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т вычисл. технологий. 1992. Т. 1, № 2. С. 45–53.
12. **Адагуров А. Ю., Брагин А. А., Губина Н. Л., Сучков В. А.** Тестирование разностной методики на точных решениях задач о безударном неограниченном сжатии газа // Аналитические методы и оптимизация процессов жидкости и газа САМГОП-94: Тез. докл. Междунар. школы-семинара. Арзамас-16. ВНИИЭФ, 1994. С. 8–9.
13. **Артемьев А. Ю., Делов В. И., Дмитриева Л. В. и др.** Численное моделирование безударного неограниченного сжатия газа // Забобахинские науч. чтения: Тез. докл. Междунар. конф. Снежинск. ВНИИТФ, 1995. С. 84.
14. **Takabe H., Yamanaka M., Mima K., et al.** Scalings of implosion experiments for high neutron yield // Phys. Fluids. 1988. V. 31, N 10. P. 2884–2893.
15. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
16. **Яненко Н. Н., Фролов В. Д., Неуважаев В. Е.** О применении метода расщепления для численного расчета движения теплопроводного газа в криволинейных координатах // Изв. СО АН СССР. Серия техн. наук. 1967. № 8. С. 74–82.

*Поступила в редакцию 26/II 1996 г.,
в окончательном варианте — 27/XII 1996 г.*
