

УДК 532:550.3

ОСОБЕННОСТИ НУКЛЕАЦИИ И РОСТА ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В МАГМЕ

М. Н. Давыдов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: davydov@hydro.nsc.ru

На основе полной математической модели взрывного вулканического извержения численно исследованы особенности динамики “коллективного” газового пузырька в расплаве магмы при его декомпрессии. Показано, что полученное в процессе нуклеации распределение пузырьков по размерам имеет одновершинный характер, что позволяет перейти к рассмотрению “коллективного” пузырька. Определены основные стадии роста пузырька, обусловленные диффузией газа и изменением вязкости среды. Показано, что вследствие большой вязкости расплава можно перейти от уравнения Рэлея к более простому соотношению для радиальной скорости пузырька.

Ключевые слова: взрывное вулканическое извержение, декомпрессия, динамика пузырька, вязкость.

Введение. Изучение вулканического извержения и различных процессов, происходящих внутри вулкана, сопряжено с большими трудностями. Однако натурные наблюдения и известные результаты моделирования позволяют сделать предположение, что процесс вулканического извержения в значительной степени определяется динамическим изменением состояния расплава магмы [1].

Одним из основных факторов, определяющих вулканическое извержение [2], является изменение вязкости расплава магмы, существенно зависящее от концентрации растворенной в ней воды. Известно, что в начальном состоянии магма содержит такие компоненты расплава, как двуокись углерода, сера и вода. Массовая концентрация воды может составлять 5–7 % массы магмы. При декомпрессии в процессе извержения магма существенно дегазируется, в ней образуются газовые пузырьки и ее вязкость может увеличиваться на порядки (в диапазоне от 10^2 до 10^{12} Па·с).

В работах [3–6] экспериментально исследована кинетика зарождения и роста газовых пузырьков в газонасыщенных расплавах магмы при их декомпрессии. В частности, показано, что скорость нуклеации и конечное число образующихся пузырьков существенно зависят от скорости декомпрессии и состава магмы. Установлено, что в процессе роста пузырьков можно выделить две стадии: экспоненциальный рост, обусловленный декомпрессией магмы, и дальнейший медленный диффузионный рост. Следует отметить, что высокая вязкость фактически приводит к прекращению процессов, происходящих в магме. Так, при вязкости более 10^8 Па·с магма дегазируется не полностью, несмотря на декомпрессию вплоть до значения давления, равного 50 МПа [6].

Большое количество работ посвящено созданию различных моделей роста пузырьков, основанных на различных подходах. В частности, в работах [3, 7] предполагалось,

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 09-01-00500-а).

что каждый пузырек окружен сферической ячейкой, на границах которой ставятся условия декомпрессии. Подобный подход для учета вязких эффектов на границе пузырька использовался в [8], где рассматривался пузырек, окруженный тонким слоем высоковязкой жидкости. В [9] предложена модель, учитывающая тепловые эффекты. В [10] показано, что результаты расчетов по данной модели лучше, чем результаты расчетов по другим моделям, согласуются с экспериментальными данными, полученными в широком диапазоне значений начальной массовой концентрации газа. Влияние диффузии на динамику пузырька исследовано в [11]. В соответствии с указанными выше подходами (несмотря на их различие) среди параметров магмы определяющую роль в процессе извержения играет вязкость среды [12].

Следует отметить, что во многих работах декомпрессия магмы полагалась мгновенной или происходящей по некоторому простому закону (см. [7, 9, 10]). Естественно, в реальных условиях, когда по жерлу вулкана распространяется волна декомпрессии, это предположение не выполняется.

Однако, несмотря на большое количество исследований процессов, происходящих при извержении вулканов, остается ряд нерешенных вопросов. В частности, оценки показывают, что при полной дегазации магмы, в которой начальная массовая доля воды составляла 5–7 %, среда практически полностью должна состоять из пузырьков, тем не менее пористость лавовых пород составляет 10–30 %. Имеются гипотезы, связывающие различные вулканические явления с динамикой пузырьков в расплаве магмы. Например, в [13] исследуется влияние скорости роста пузырьков на периодичность вулканической деятельности. В основе механизма образования вулканического пепла может лежать коалесценция газовых пузырьков, что обуславливает необходимость определения их количества и характерных размеров.

Целью данной работы является детальное численное исследование процессов нуклеации и роста пузырьков при прохождении волны декомпрессии по столбу расплава магмы.

Постановка задачи. Вертикальный столб газонасыщенного расплава магмы высотой H , находящийся в поле силы тяжести, снизу граничит с магматической камерой, давление в которой равно p_{ch} , выше столба находится внешняя среда с давлением p_0 . Ось z направлена вертикально вверх, начало координат расположено на границе столба с камерой [14]. Начальное давление в системе камера — столб магмы соответствует давлению магмы в камере с учетом гидростатики: $p_i(z) = p_{ch} - \rho_0 g z$ (ρ_0 — плотность магмы; p_{ch} — давление при $z = 0$).

Считается, что газ, растворенный в магме, изначально имеет равновесную концентрацию C^{eq} , зависимость которой от давления p определяется законом Генри. Для воды, растворенной в расплаве магмы, эта зависимость имеет вид [15]

$$C^{eq}(p) = K_H \sqrt{p}, \quad (1)$$

где K_H — постоянная Генри. Соответственно зависимость начальной концентрации C_i растворенного в магме газа от z определяется соотношением $C_i(z) = C^{eq}(p_i(z))$.

В начальный момент времени ($t = 0$) поверхность $z = H$ становится свободной, и по магме вертикально вниз распространяется волна разрежения. В течение всего процесса давление в магматической камере (на границе $z = 0$) поддерживается постоянным.

Рассматриваемый процесс извержения вулкана описывается уравнениями динамики вязкой жидкости, содержащей пузырьки газа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь v , ρ , p — средняя скорость, плотность, давление среды соответственно; μ — вязкость расплава магмы.

Уравнения (2) необходимо дополнить уравнением состояния

$$p = p_0 + \frac{\rho_0 c^2}{n} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0(1-k)} \right)^n - 1 \right] \quad (3)$$

(c — скорость звука в жидкости; n — константа в уравнении Тэта). При выводе (3) использовано уравнение Тэта [16], в котором плотность жидкого компонента выражена через ее среднюю плотность и объемную концентрацию газовой фазы k с помощью уравнения состояния двухфазной смеси.

Зависимость вязкости расплава магмы от температуры T и массовой концентрации C растворенного газа определяется соотношением [2]

$$\mu = \mu^* \exp [E_\mu(C)/(k_B T)], \quad (4)$$

где $E_\mu(C) = E_\mu^*(1 - k_\mu C)$ — энергия активации; E_μ^* — энергия активации для “сухого” расплава; k_μ — эмпирический коэффициент; μ^* — предэкспоненциальный множитель; k_B — постоянная Больцмана. Из соотношения (4) следует, что в процессе дегазации расплава его вязкость экспоненциально увеличивается.

Декомпрессия магмы приводит к тому, что растворенный в ней газ оказывается в пересыщенном состоянии, в результате чего в объеме расплава спонтанно зарождаются и растут газовые пузырьки [17]. Частота их зарождения определяется выражением

$$J = J^* \exp [-W_*/(k_B T)], \quad (5)$$

где J — частота гомогенной нуклеации; $W_* = 16\pi\sigma^3/(3\Delta p^2)$ — работа, затраченная на образование критического зародыша в результате гомогенного процесса нуклеации; $J^* = (2n_g^2 v_g D/d_g)[\sigma/(k_B T)]^{1/2}$ — предэкспоненциальный множитель [3]; σ — поверхностное натяжение на границе системы расплав — газ; n_g — число потенциальных центров зарождения в единице объема расплава, которое полагается равным числу молекул растворенного в расплаве газа; D — коэффициент диффузии газа в расплаве; v_g — объем молекулы газа; d_g — среднее расстояние между соседними молекулами газа в расплаве; $\Delta p = p_s - p$ — разность давления насыщения $p_s(C)$ растворенного газа и текущего давления p . Величина Δp может быть выражена через пересыщение расплава $\Delta C = C - C^{eq}(p)$ с помощью закона Генри (1). Радиус образовавшегося пузырька равен $R = 2\sigma/\Delta p$.

Полагается, что вокруг появившегося пузырька образуется диффузионный слой, в котором не возникают новые пузырьки, а происходит диффузия газа из расплава [14]. Нуклеация может происходить только в свободной области, причем в тот момент, когда диффузионные слои занимают весь объем, нуклеация заканчивается. Радиус диффузионной зоны вокруг пузырька вычисляется из условия, согласно которому частота нуклеации в этой зоне на порядок меньше, чем в свободной области: $r_D = \varkappa R$, где $\varkappa = 64\pi\sigma^3/[3k_B T(p_s - p)^2(1 + \sqrt{p/p_s}) \ln 10]$.

Динамика одиночного пузырька описывается уравнением Рэлея для вязкой жидкости [16]

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{p_g - p}{\rho} - \frac{4\nu\dot{R}}{R}, \quad (6)$$

где R — радиус пузырька; p_g — давление газа в пузырьке; p — давление окружающей среды; $\nu = \mu/\rho$ — кинематическая вязкость.

Газ в пузырьке полагается идеальным, уравнение состояния для него имеет вид

$$p_g = \frac{3m_g k_B T}{4\pi R^3} + \frac{2\sigma}{R}, \quad (7)$$

где M — молекулярная масса газа.

Динамика диффузии газа из расплава в пузырек описывается уравнением [14]

$$\frac{dm_g}{dt} = 4\pi R\rho D(C - C^{eq}(p)),$$

где m_g — масса газа в пузырьке; C — текущая концентрация газа в расплаве; $C^{eq}(p)$ — равновесная концентрация газа в расплаве, соответствующая текущему давлению в среде.

Данная система полностью описывает прохождение волны декомпрессии по столбу и позволяет вычислить основные характеристики расплава магмы [14].

Результаты расчетов. Ниже анализируются результаты расчетов, выполненных при следующих значениях параметров задачи, характерных для взрывных вулканических извержений (высота столба $H = 1$ км): давление в очаге вулкана $p_{ch} = 170$ МПа, что соответствует глубине его залегания, приблизительно равной $5 \div 7$ км, температура $T = 1150$ К, что соответствует температуре плавления магмы при давлении $p = p_{ch}$ [18]. В расчетах используются следующие значения параметров магмы: $\rho_0 = 2300$ кг/м³, $K_H = 4,33 \cdot 10^{-6}$ Па^{-1/2}, $D = 2 \cdot 10^{-11}$ м²/с, $\sigma = 0,076$ Дж/м², $E_\mu^* = 5,1 \cdot 10^{-19}$ Дж, $k_\mu = 11$, $\mu^* = 10^{-2,5}$ Па·с.

Полагалось, что в начальный момент времени давление на верхней границе столба уменьшается до значения, равного внешнему давлению p_0 , и по столбу расплава магмы начинает распространяться волна разрежения. За фронтом волны магма оказывается в пересыщенном состоянии, что приводит к нуклеации газовых пузырьков. Приведенные ниже результаты получены для характерной области внутри столба, в качестве которой был выбран горизонтальный слой магмы, первоначально находившийся на высоте $z = 900$ м.

На рис. 1 показана динамика давления в указанном слое магмы. Начальное давление составляет приблизительно 145 МПа, после прохождения волны разрежения давление падает и в дальнейшем остается постоянным на уровне 50 МПа. В результате падения давления газ в магме оказывается в пересыщенном состоянии и в слое начинается процесс зарождения и роста газовых пузырьков.

Поскольку частота нуклеации (5) экспоненциально растет с увеличением Δp , в расчете полагалось, что процесс зарождения пузырьков начинается в тот момент, когда пересыщение достигает значения 60 МПа. Это ограничение не является существенным, так как при дальнейшей декомпрессии частота нуклеации возрастает на несколько порядков по сравнению с начальной (рис. 2). При использовании такого подхода процесс возникновения

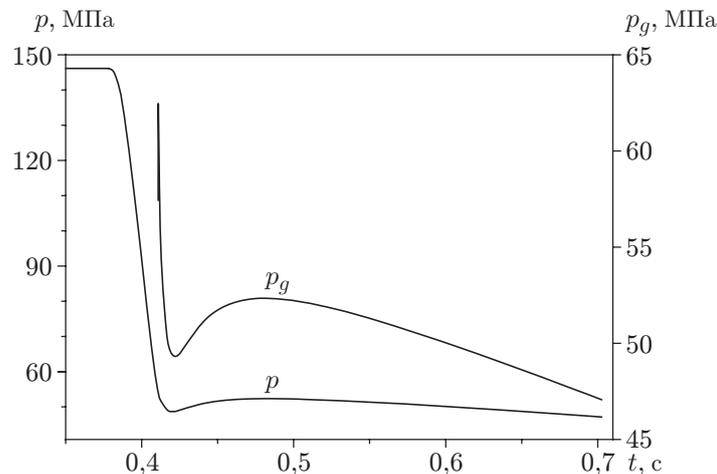


Рис. 1. Зависимости давления в расплаве магмы p и пузырьке p_g от времени

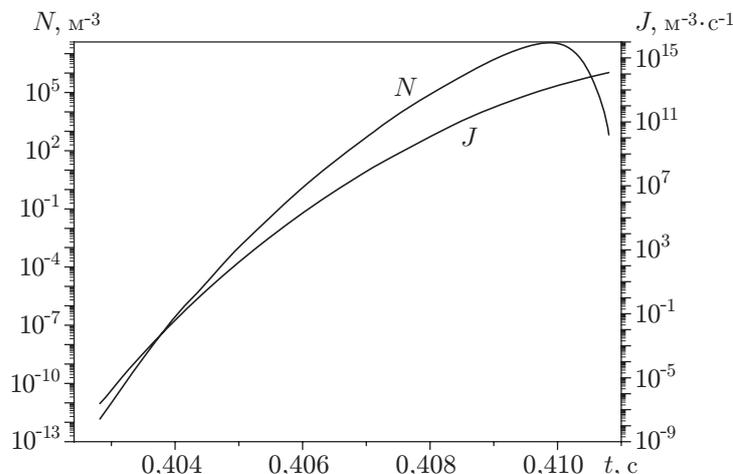


Рис. 2. Зависимости числа пузырьков в единице объема N и частоты зародышеобразования J от времени

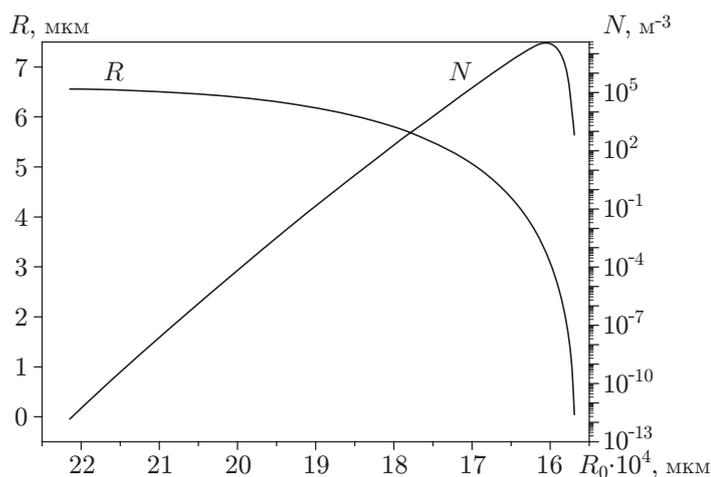


Рис. 3. Зависимости размеров пузырьков R и их числа N к моменту окончания нуклеации от начального радиуса R_0

пузырьков в выбранном слое начинается в момент времени $t \approx 0,403$ с. На рис. 2 показана динамика нуклеации в выбранном сечении. Видно, что в начале процесса частота и как следствие число возникших пузырьков очень малы. Возникновение пузырьков и диффузия газа в них приводят к дегазации магмы. При этом, с одной стороны, уменьшается пересыщение Δp , с другой — продолжается декомпрессия магмы, что приводит к увеличению пересыщения. В результате этих разнонаправленных процессов увеличиваются Δp и частота зародышеобразования. Число возникающих пузырьков также растёт, но затем этот процесс замедляется вследствие уменьшения размеров области, в которой происходит нуклеация [14], и к моменту времени $t \approx 0,411$ с нуклеация заканчивается.

Как показывают расчеты, возникающие в процессе нуклеации пузырьки имеют разные размеры и массу газа внутри. Поскольку радиус пузырька обратно пропорционален пересыщению, в процессе нуклеации образуется большое количество все более мелких пузырьков. На рис. 3 показаны зависимости числа образующихся пузырьков и их критических размеров от критического радиуса R_0 . Критические значения радиуса R_0 соответствуют

времени возникновения пузырьков, показанному на рис. 2. Образовавшиеся в процессе нуклеации пузырьки растут, поскольку продолжаются декомпрессия слоя магмы и диффузия растворенного газа в пузырьки. К моменту окончания нуклеации радиус пузырьков увеличивается до значений, приведенных на рис. 3. Естественно, времена роста пузырьков, образовавшихся раньше, больше, но их число пренебрежимо мало. На рис. 3 видно, что число пузырьков разного размера различается на порядки, и распределение пузырьков по размерам имеет односторонний характер. Такой характер распределения позволяет перейти к рассмотрению динамики “коллективного” (среднего по размерам) пузырька. После окончания нуклеации было вычислено общее количество пузырьков в единице объема, составившее $7,3 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3}$, определен средний радиус, выделившийся за время нуклеации газ был равномерно распределен по пузырькам, давление в которых вычислялось по уравнению состояния газа (7). В результате в момент времени $t \approx 0,411 \text{ с}$ проводится осреднение, и в слое появляются газовые пузырьки размером приблизительно 6 мкм.

В данной работе для определения размеров пузырька использовалось уравнение Рэлея (6), которое оказалось избыточным. Во многих работах отмечено, что инерционные члены (левая часть уравнения (6)) на несколько порядков меньше остальных членов и динамика пузырька полностью определяется правой частью уравнения [10, 13, 19]. На рис. 4, 5 показаны значения всех четырех членов уравнения (6) (значения приведены в безразмерном виде, при этом соотношение между ними сохраняется). Видно, что инерционные члены на много порядков меньше членов в правой части уравнения (6). В результате для радиальной скорости получено следующее соотношение:

$$\dot{R} = \frac{R(p_g - p)}{4\nu\rho}.$$

На рис. 6 показана временная зависимость радиальной скорости пузырька \dot{R} , вычисленной по уравнению Рэлея и по упрощенной модели. Как и следовало ожидать, в начальный период времени имеется некоторое минимальное различие значений \dot{R} , вычисленных по этим моделям, которое не оказывает влияния на динамику пузырька. В результате на начальном интервале времени видны колебания радиальной скорости и ускорения (см. рис. 5), которые обусловлены небольшими пульсациями давления на фронте нуклеации [11]. Далее скорость остается постоянной, после чего резко уменьшается практически до нуля. Несмотря на колебания радиальной скорости, ее значения остаются положительными, размер пузырька увеличивается практически по линейному закону (см. рис. 6). На рис. 6, а видно, что процесс роста пузырька можно разделить на две стадии. Интенсивная стадия расширения пузырька, обусловленная продолжающейся декомпрессией магмы (после окончания нуклеации давление в среде продолжает уменьшаться, суммарное уменьшение составляет около 100 МПа) и быстрой диффузией газа из расплава, заканчивается к моменту $t = 0,48 \text{ с}$. За это время размеры пузырька увеличиваются на порядок, его радиус составляет более 40 мкм.

Также на рис. 6 приведено асимптотическое решение [20], соответствующее диффузионному росту пузырька. Различие между полученным и асимптотическим решениями объясняется тем, что в данном случае давление в среде и пузырьке менялось в процессе роста пузырька, вязкость также динамически менялась, в частности, на рассматриваемом интервале она увеличилась на порядок. Поэтому в полученном решении окончательный радиус пузырька меньше, чем в случае диффузионного роста.

В дальнейшем давление в среде за фронтом волны разгрузки остается практически постоянным, давление газа в пузырьке становится равным внешнему давлению. Диффузия газа из расплава магмы продолжается, что приводит к увеличению как давления в пузырьке, так и вязкости среды. Увеличение вязкости оказывает существенное влияние

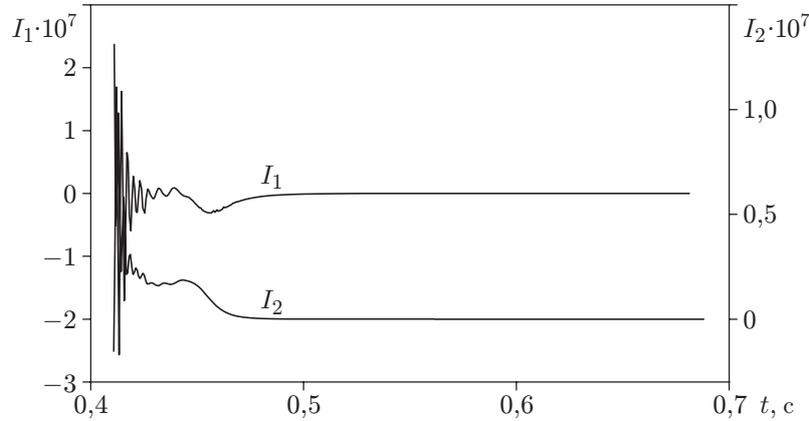


Рис. 4. Зависимости членов $I_1 = R\ddot{R}$, $I_2 = (3/2)\dot{R}^2$ в левой части уравнения Рэлея от времени

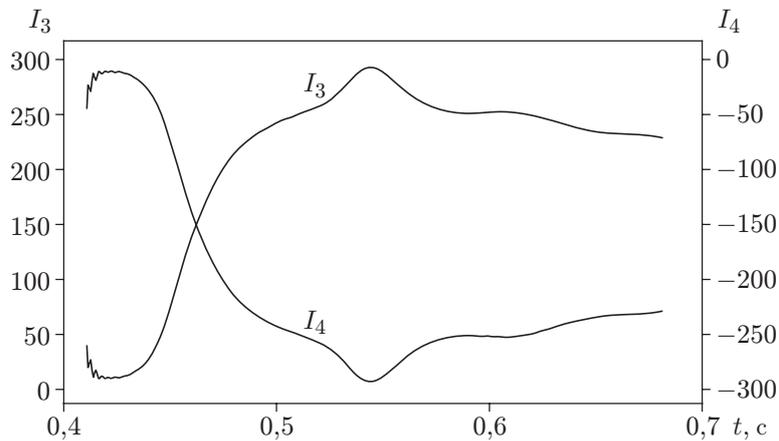


Рис. 5. Зависимости членов $I_3 = (p_g - p)/\rho$, $I_4 = -4\nu\dot{R}/R$ в правой части уравнения Рэлея от времени

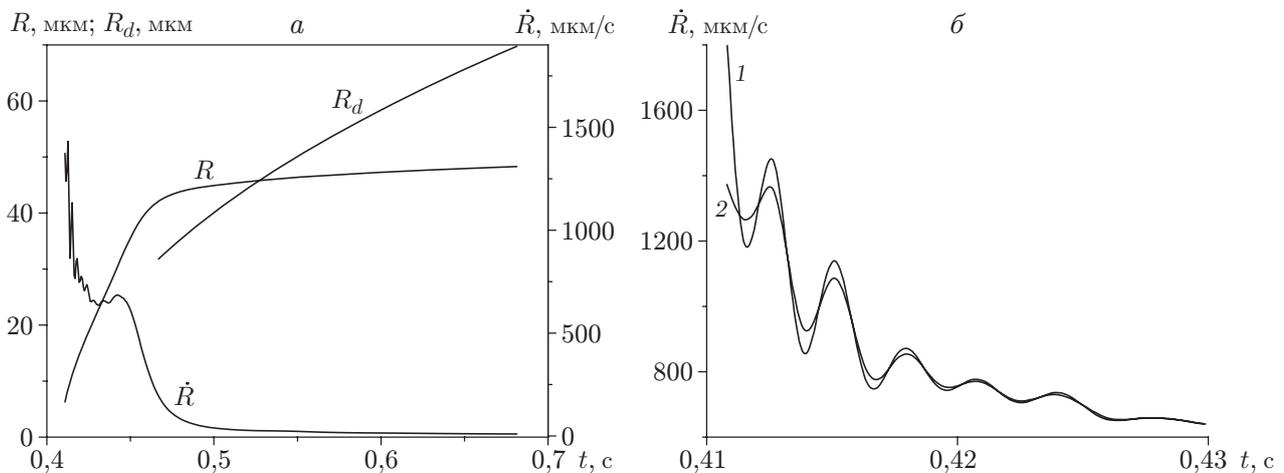


Рис. 6. Зависимости радиуса и радиальной скорости пузырька от времени: *а* — радиус и радиальная скорость пузырька, вычисленные по уравнению Рэлея, *б* — радиальная скорость пузырька (1 — расчет по уравнению Рэлея, 2 — расчет по упрощенной модели); R_d — асимптотическое решение [20], соответствующее стадии диффузионного роста пузырька

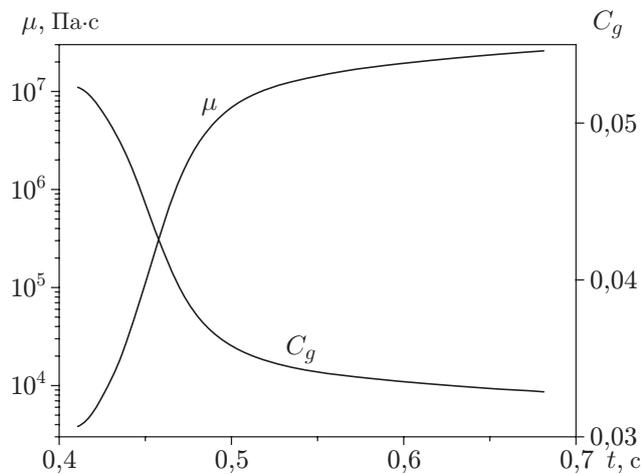


Рис. 7

Рис. 7. Зависимости вязкости μ расплава магмы и массовой концентрации C_g растворенного газа от времени

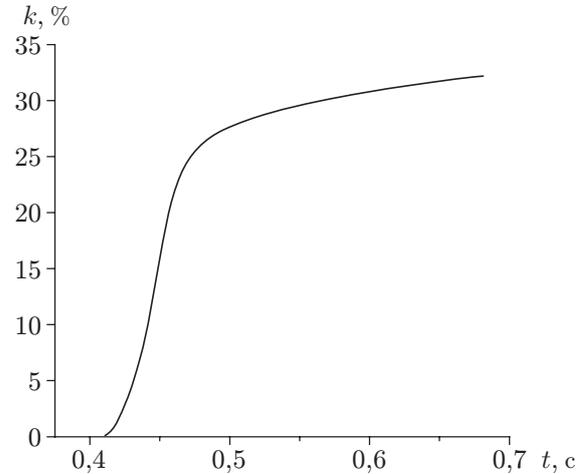


Рис. 8

Рис. 8. Зависимость объемной концентрации газовой фазы k от времени

на динамику пузырька, скорость его роста соответственно уменьшается, и в результате стадия быстрого роста пузырька сменяется стадией медленного роста за счет диффузии.

К моменту времени $t = 0,5$ с заканчивается быстрая дегазация слоя магмы, массовая доля растворенного газа уменьшается с 0,052 до 0,035, что приводит к увеличению вязкости в этом слое на четыре порядка (рис. 7). Сопоставив результаты, приведенные на рис. 6, 7, можно заметить, что именно резкое увеличение вязкости среды приводит к смене стадии роста пузырька, поскольку декомпрессия этого слоя заканчивается раньше (см. рис. 1).

В свою очередь рост пузырьков приводит к тому, что объемная концентрация газовой фазы увеличивается и составляет около 30 % (рис. 8), что хорошо согласуется с экспериментальными данными о пористости лавовых пород. В то же время давление в газовых пузырьках остается достаточно большим. Если нуклеация происходит при давлениях $80 \div 60$ МПа (см. рис. 1), то в процессе роста давление в пузырьках не опускается ниже 45 МПа. Немонотонный характер зависимости $p_g(t)$ обусловлен немонотонным изменением профиля волны декомпрессии. При этом продолжающийся процесс дегазации и медленное увеличение радиуса пузырьков приводят к тому, что давление в пузырьках, достигнув достаточно большого значения, стабилизируется.

Заключение. Проведено численное исследование процессов нуклеации и роста пузырьков за фронтом волны разгрузки, проходящей по столбу расплава магмы. С использованием модели нуклеации с учетом диффузионных зон определены число пузырьков, возникающих в слое магмы, и их размеры. Показано, что полученное распределение пузырьков по размерам имеет одновершинный характер, что позволяет провести осреднение их размеров и рассматривать в дальнейшем динамику “коллективного” пузырька.

Установлено, что процесс роста пузырька можно разделить на две стадии. Первая стадия длительностью около 0,05 с обусловлена декомпрессией магмы; за это время радиус пузырька увеличивается на порядок при практически постоянной радиальной скорости. В дальнейшем вследствие увеличения на несколько порядков вязкости среды радиальная скорость пузырька уменьшается практически до нуля и наступает стадия медленного диффузионного роста, в течение которой радиус пузырька увеличивается на несколько мик-

рометров. Характерные размеры пузырьков и их концентрация оказываются близкими к размерам и концентрации пор реальной вулканической пемзы.

Как показали расчеты, давление газа в пузырьке сохраняется на уровне десятков мегапаскалей, что позволяет объяснить различие между теоретической и реальной пористостями лавовых пород, а также возникновение избыточного давления в пузырьках, приводящего к вулканическим взрывам.

Автор выражает благодарность В. К. Кедринскому за плодотворное обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Gonnermann H. M., Manga M.** The fluid mechanics inside a volcano // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2007. V. 39. P. 321–356.
2. **Кедринский В. К., Давыдов М. Н., Чернов А. А., Такаяма К.** Начальная стадия взрывного извержения вулканов: Динамика состояния магмы в волнах разгрузки // *Докл. АН.* 2006. Т. 407, № 2. С. 1–4.
3. **Navon O., Chekhmir A., Lyakhovsky V.** Bubble growth in highly viscous melts: theory, experiments, and autoexplosivity of dome lavas // *Earth Planet. Sci. Lett.* 1998. V. 160. P. 763–776.
4. **Mangan M., Sisson T.** Delayed, disequilibrium, degassing in rhyolite magma: decompression experiments and implications for explosive volcanism // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2000. V. 183. P. 441–455.
5. **Gardner J. E., Hilton M., Carroll M. R.** Experimental constraints on degassing of magma: isothermal bubble growth during continuous decompression from high pressure // *Earth Planet. Sci. Lett.* 1999. V. 168. P. 201–218.
6. **Gardner J. E., Hilton M., Carroll M. R.** Bubble growth in highly viscous silicate melts during continuous decompression from high pressure // *Cosmochimica Acta.* 2000. V. 64, iss. 8. P. 1473–1483.
7. **Lensky N. G., Lyakhovsky V., Navon O.** Expansion dynamics of volatile-supersaturated fluid and bulk viscosity of bubbly magmas // *J. Fluid Mech.* 2002. V. 460. P. 39–56.
8. **Barclay J., Riley D. S., Sparks R. S. J.** Analytical models for bubble growth during decompression of high viscosity magmas // *Bull. Volcanol.* 1995. V. 57, N 6. P. 422–431.
9. **Proussevitch A. A., Sahagian D. L.** Dynamics and energetics of bubble growth in magmas: analytical formulation and numerical modeling // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103, N B8. P. 18223–18251.
10. **Liu Y., Zhang Y.** Bubble growth in rhyolitic melt // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2000. V. 181. P. 251–264.
11. **Кедринский В. К.** Динамика “коллективного” пузырька в потоке расплава магмы за фронтом волны декомпрессии // *ПМТФ.* 2011. Т. 52, № 3. С. 41–50.
12. **Лежнин С. И., Прибатурин Н. А., Сорокин А. Л.** Влияние вязкости на образование пузырьков при декомпрессии водонасыщенной магмы // *ПМТФ.* 2005. Т. 46, № 1. С. 21–28.
13. **L’Heureux I.** The effect of volatile bubble growth rate on the periodic dynamics of shallow volcanic systems // *Nonlinear Process. Geophys.* 2010. V. 17. P. 221–235.
14. **Давыдов М. Н., Кедринский В. К., Чернов А. А., Такаяма К.** Зарождение и развитие кавитации в магме при динамической разгрузке // *ПМТФ.* 2005. Т. 46, № 2. С. 71–80.
15. **Stolper E.** Water in silicate glasses: an infrared spectroscopic study // *Contrib. Mineral. Petrol.* 1982. V. 81. P. 1–17.

16. **Кедринский В. К.** Гидродинамика взрыва: Эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
17. **Чернов А. А., Кедринский В. К., Давыдов М. Н.** Спонтанное зарождение пузырьков в газонасыщенном расплаве при его мгновенной декомпрессии // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 2. С. 162–168.
18. **Чернов А. А.** Об одной модели затвердевания магмы в процессе эксплозивного вулканического извержения // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 5. С. 80–90.
19. **Toramaru A.** Numerical study of nucleation and growth of bubbles in viscous magmas // J. Geophys. Res. 1995. V. 100. P. 1913–1931.
20. **Navon O., Lyakhovsky V.** Vesiculation processes in silicic magmas // The physics of volcanic eruptions / Ed. by J. S. Gilbert, R. S. J. Sparks. L.: Geol. Soc., 1998. P. 27–50.

*Поступила в редакцию 2/VIII 2011 г.,
в окончательном варианте — 26/VIII 2011 г.*
