

УДК 532.526

## **Численное моделирование взаимодействия ударной волны с пограничным слоем в плоском сверхзвуковом потоке со вдувом струи**

**А.О. Бекетаева, Е.С. Моисеева, А.Ж. Найманова**

*Институт математики и математического моделирования МОиНПК,  
Алматы, Казахстан*

E-mail: azimaras@mail.ru

В работе численно моделируется сверхзвуковое течение воздуха в плоском канале с поперечным вдувом турбулентной струи водорода через щель на нижней стенке. Предложен алгоритм решения осредненных по Фавру уравнений Навье–Стокса для течения совершенного многокомпонентного газа на основе WENO-схемы. Основное внимание уделяется взаимодействию ударно-волновой структуры с пограничными слоями на нижней и верхней стенках канала в условиях внутреннего турбулентного течения, а именно, проведено детальное изучение структур потоков, исследованы отрыв и смещение в зависимости от ширины щели струи. Установлено, что помимо известных ударно-волновых структур, возникающих при взаимодействии набегающего потока с поперечной струей и при взаимодействии головного скачка уплотнения с пограничными слоями вблизи стенок, образуется дополнительная система скачков уплотнения и отрыв потока на нижней стенке на некотором расстоянии от струи вниз по потоку. Проведено сравнение с опытными данными.

**Ключевые слова:** сверхзвуковое течение, совершенный газ, пограничный слой, уравнения Навье–Стокса, ударная волна.

### **Введение**

В большинстве существующих работ по теоретическому изучению взаимодействия струи и набегающего потока в канале рассматривается область вдува струи, при этом, как правило, на верхней границе реализуются граничные условия симметрии или свободного потока [1–3], что значительно облегчает решение такого рода задач. Так, в работе [1] были рассчитаны процессы смещения и протекания химических реакций при поперечном вдуве звуковой струи водорода в сверхзвуковой воздушный поток с параметрами  $M_\infty = 4$ ,  $T = 1000$  К,  $p = 4$  атм. Были выявлены некоторые особенности течения, в частности, установлено существование зон обратных токов перед инжектором и за ним. Исследования работы [2] касались поперечного вдува газообразного топлива под углом в низкий удлиненный канал сверхзвукового сгорания. Численно было показано, что впрыск топлива под углом приводит к повышению эффективности смешивания топлива с воздухом. Авторами [3] изучалось влияние угла наклона вдува струи на сверхзвуковое смещение газов. Было установлено, что чем больше угол, тем больше общий коэффициент потери давления в струе.

Механизм образования ударно-волновой структуры вышеуказанного течения хорошо описан в литературе [1–7]. Схематическая картина потока в области вдува представлена на рис. 1. Головной, косой и замыкающий скачки уплотнения, пересекаясь в одной точке, образуют  $\lambda$ -образную структуру. На схеме перед струей изображены вихри, образующиеся в результате первичного и вторичного отрывов потока от стенки.

В ряде работ рассматривается взаимодействие вдуваемой струи с ударной волной, генерируемой с верхней стенки канала, что также несколько упрощает постановку задачи, но позволяет детально изучать их взаимодействие. Так, в работе [8] численно изучалось влияние размеров и расположения генератора скачка уплотнения, падающего с верхней стенки, на профили давления на нижней стенке в области вдува струи. Угол наклона генератора варьировался в пределах от  $15,784^\circ$  до  $35,974^\circ$ . Авторы показали, что область взаимодействия как перед струей, так и за ней существенно зависит как от угла наклона генератора, так и от его размера. В работе [9] приведены результаты исследования влияния ударных волн на область сверхзвукового горения водородной струи. Влияние падающей ударной волны на турбулентный пограничный слой также численно исследовалось в работе [10].

Следует отметить работы, посвященные изучению взаимодействия падающей ударной волны с пограничным слоем [11–12]. При этом отметим, что исследования взаимодействия ударной волны с пограничным слоем в условиях внутреннего турбулентного течения практически отсутствуют. Схематическая картина взаимодействия ударной волны с пограничным слоем на верхней стенке канала также приведена на рис. 1. Видно, что головной скачок 1, достигая верхней границы, создает положительный градиент давления, который оказывается достаточным для отрыва пограничного слоя на верхней стенке. При этом сверхзвуковая область пограничного слоя отклоняется и порождает волну сжатия 4, распространяющуюся в виде отраженного скачка 5. В работе [11] основное внимание уделялось изучению структуры взаимодействия ударной волны с пограничным слоем, размеров отрывной зоны, а также динамических и тепловых нагрузок, реализующихся при уменьшении или увеличении интенсивности взаимодействия.

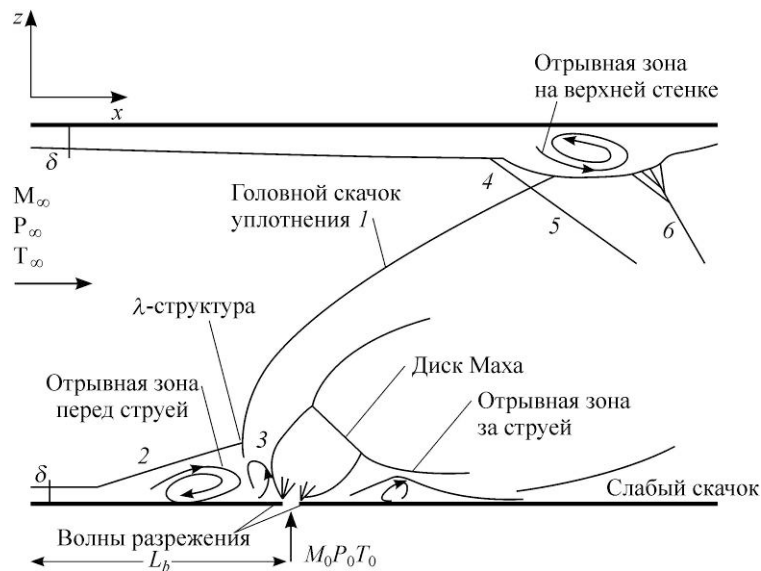


Рис. 1. Схема течения.

1 — головной скачок уплотнения, возникающий вследствие торможения набегающего потока перед струей, 2 и 3 — косой и замыкающий скачки уплотнения соответственно, 4 — волна сжатия, 5 — отраженный скачок, 6 — волна сжатия, возникающая в месте присоединения оторвавшегося потока.

В работе [12] исследовались условия, при которых угол наклона и интенсивность ударной волны приводят к отрыву пограничного слоя.

Практический интерес к сверхзвуковому течению со вдувом струй в канале связан с возникающими нагрузками как на верхнюю, так и на нижнюю стенки канала. При этом очевидно, что структура взаимодействия будет существенно зависеть от параметров вдуваемой струи, а также от высоты самого канала. На сегодняшний день, как было указано выше, проблемы взаимодействия ударной волны с вдуваемой струей и с пограничными слоями в основном рассматриваются по отдельности. Это связано не только с трудностью численной реализации сложного характера течения и многокомпонентностью рассматриваемого газа, но и с наличием верхней стенки, что требует надежных численных методов расчета.

Цель настоящей работы — численное моделирование сверхзвукового течения в плоском канале с поперечным вдувом многокомпонентной струи и изучение взаимодействия ударной волны, возникающей перед вдуваемой струей, с пограничным слоем как на нижней, так и на верхней стенках, а также численное изучение условий отрыва пограничного слоя на стенках и влияния ширины струи на возникновение отрыва.

### 1. Постановка задачи

Рассматривается сверхзвуковое течение воздуха с поперечным вдувом струи с нижней стенки прямоугольного канала (рис. 1). Система двумерных осредненных по Фавру уравнений Навье–Стокса для многокомпонентной газовой смеси относительно декартовых координат в консервативной форме представляется в виде:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{E} \cdot \bar{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{F} \cdot \bar{F}_v)}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\bar{U} = (\rho, \rho u, \rho w, E_t, \rho Y_k)^T,$$

$$\bar{E} = (\rho u, \rho u^2 + P, \rho u w, (E_t + P)u, \rho Y_k)^T, \quad \bar{F} = (\rho w, \rho u w, \rho w^2 + P, (E_t + P)w, \rho w Y_k)^T,$$

$$\bar{E}_v = (0, \tau_{xx}, \tau_{xz}, u\tau_{xx} + w\tau_{xz} - q_x, J_{kx})^T, \quad \bar{F}_v = (0, \tau_{xz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + w\tau_{zz} - q_z, J_{kz})^T,$$

$$P = \frac{\rho T}{\gamma_\infty M_\infty^2 W}, \quad W = \left( \sum_{k=1}^{N_p} \frac{Y_k}{W_k} \right)^{-1}, \quad \sum_{k=1}^{N_p} Y_k = 1. \quad (2)$$

$$E_t = \frac{\rho}{\gamma_\infty M_\infty^2} h - P + \frac{1}{2} \rho (u^2 + w^2), \quad h = \sum_{k=1}^{N_p} Y_k h_k, \quad h_k = h_k^0 + \int_{T_0}^T c_{pk} dT, \quad c_{pk} = C_{pk} / W_k. \quad (3)$$

$$\tau_{xx} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left( 2u_x - \frac{2}{3}(u_x + w_z) \right), \quad \tau_{xz} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left( 2w_z - \frac{2}{3}(u_x + w_z) \right), \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{\mu}{\text{Re}} (u_z + w_x),$$

$$q_x = \left( \frac{\mu}{\text{PrRe}} \right) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{\gamma_\infty M_\infty^2} \sum_{k=1}^{N_p} h_k J_{xk}, \quad q_z = \left( \frac{\mu}{\text{PrRe}} \right) \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{\gamma_\infty M_\infty^2} \sum_{k=1}^{N_p} h_k J_{zk},$$

$$J_{kx} = \frac{\mu}{\text{ScRe}} \cdot \frac{\partial Y_k}{\partial x}, \quad J_{kz} = -\frac{\mu}{\text{ScRe}} \cdot \frac{\partial Y_k}{\partial z}.$$

Система уравнений (1) записана в безразмерном виде в общепринятых обозначениях, в качестве определяющих приняты параметры потока  $u_\infty, \rho_\infty, T_\infty$ , давление  $P$  и полная энергия  $E_t$  отнесены к значению  $\rho_\infty u_\infty^2$ , удельная энтальпия  $h_k$  — к  $R^0 T_\infty / W_\infty$ , молярные

удельные теплоемкости  $C_{pk}$  — к  $R^0$ , характерным параметром длины является высота канала, индекс “ $\infty$ ” относится к параметрам потока;  $Y_k$  — массовая концентрация  $k$ -ой компоненты, индекс массовой концентрации  $k = 1$  соответствует  $O_2$ ,  $k = 2$  —  $H_2$  (или He),  $k = 3$  —  $N_2$ ;  $N_p = 3$  — число компонент смеси газов,  $W_k$  — молекулярный вес  $k$ -ой компоненты, Re, Pr, M, Sc — числа Рейнольдса, Прандтля, Маха и Шмидта соответственно,  $\tau_{xx}, \tau_{zz}, \tau_{xz}, \tau_{zx}$  — тензоры вязких напряжений,  $q_x, q_z, J_{xk}, J_{zk}$  — тепловые и диффузионные потоки (диффузионные потоки вычисляются по закону Фика),  $\mu = \mu_l + \mu_t$  — коэффициенты ламинарной и турбулентной вязкости. Для определения  $\mu_t$  используется  $k$ - $\omega$  модель турбулентности.

## 2. Граничные условия

Граничные условия на входе имеют вид:  $W_k = W_{k\infty}$ ,  $P = P_\infty$ ,  $T = T_\infty$ ,  $u = M_\infty \sqrt{\frac{\gamma_\infty R_0 T_\infty}{W_\infty}}$ ,  
 $w = 0$ ,  $Y_k = Y_{k\infty}$ ,  $x = 0$ ,  $0 \leq z \leq H$ .

Во входном сечении вблизи стенок канала задается пограничный слой, где продольную составляющую скорости можно записать следующим образом:  $u = 0,1(z/\delta_2) + 0,9(z/\delta_2)^2$  для  $x = 0$ ,  $0 \leq z \leq \delta_2$  и  $u = (z/\delta_1)^{1/7}$  для  $x = 0$ ,  $\delta_2 \leq z \leq \delta_1$ , здесь  $\delta_1 = 0,37x(\text{Re})^{0,2}$  — толщина пограничного слоя,  $\delta_2 = 0,1\delta_1$  — пристенный слой (10 % от пограничного слоя). Значения температуры и плотности примут вид:  $T = T_w + u(1 - T_w)$ ,  $\rho = 1/T$ , где  $T_w = \left(1 + (r(\gamma - 1)/2)M_\infty^2\right)$  — температура на стенке,  $r = 0,88$ .

Граничные условия на щели имеют вид:  $W_k = W_{k0}$ ,  $P = n P_\infty$ ,  $T = T_0$ ,  $w = M_0 \sqrt{\frac{\gamma_0 R_0 T_0}{W_0}}$ ,  
 $u = 0$ ,  $Y_k = Y_{k0}$ ,  $z = 0$ ,  $L_b \leq x \leq L_b + h$ , где  $n = P_0/P_\infty$  — степень нерасчетности, индекс 0 относится к параметрам струи. На нижней и верхней стенках задается условие прилипания и теплоизоляции, на выходной границе задаются условия неотражения [13].

## 3. Метод решения

На нижней и верхней стенках в пограничном слое, а также на уровне щели вводится сгущение сетки для более точного численного решения. Тогда система уравнений (1) в преобразованной системе координат запишется в виде:

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} = \frac{\partial \tilde{E}_{v2}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{E}_{vm}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_{v2}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{F}_{vm}}{\partial \eta}, \quad (4)$$

где  $\tilde{U} = \bar{U}/J$ ,  $\tilde{E} = \xi_x \bar{E}/J$ ,  $\tilde{F} = \eta_z \bar{F}/J$ ,  $\tilde{E}_{v2} = \xi_x \bar{E}_{v2}/J$ ,  $\tilde{E}_{vm} = \xi_x \bar{E}_{vm}/J$ ,  $\tilde{F}_{v2} = \eta_z \bar{F}_{v2}/J$ ,  $\tilde{F}_{vm} = \eta_z \bar{F}_{vm}/J$ ,  $J = \partial(\xi, \eta)/\partial(x, z)$  — якобиан преобразования. Параметры преобразования координат подробно описаны в работах [17, 18].

В настоящее время для решения такого рода сложных задач широко применяются квазимонотонные консервативные схемы повышенного порядка аппроксимации, такие как TVD (Total Variation Diminishing Schemes), ENO (Essentially Nonoscillatory Schemes), WENO (Weighted ENO) схемы [14–19].

В настоящей работе конвективные члены аппроксимируются с использованием WENO-схемы, идея построения которой основана на ENO-схеме, изложенной в работах [17, 18].

По известным значениям исходных переменных вычисляется поле температуры с помощью уравнения

$$f(T) = E_t - \frac{\rho}{\gamma_\infty M_\infty^2 W} (\tilde{H}(T) - RT) - \frac{1}{2} \rho (u^2 + w^2) = 0, \quad (5)$$

где  $\tilde{H}$  — молярная энтальпия смеси газов. Решение алгебраического уравнения (5) относительно температуры осуществляется итерационным методом Ньютона–Рафсона, обладающим квадратичной скоростью сходимости [17, 18].

#### 4. Результаты расчетов и их анализ

##### Тестовая задача 1

Для проведения сравнения с опытными данными выполняется расчет плоского сверхзвукового течения воздуха ( $M_\infty = 2,9$ ,  $P_\infty = 0,0663$  МПа,  $T_\infty = 108$  К) с перпендикулярным вдувом звуковой струи гелия ( $T_0 = 217$  К,  $P_0 = 1,24$  МПа) через щель на нижней стенке шириной 0,0559 см. Высота  $H$  и ширина  $L$  канала составляют 7,62 и 25 см соответственно. Удельные теплоемкости при постоянном давлении  $k$ -ой компоненты  $C_{pk}$  вычисляются при помощи полиномиальной интерполяции четвертого порядка по температуре:

$$C_{pk} = \sum_{i=1}^5 a_{ki} T^{i-1}, \quad (6)$$

где  $\{a_{ki}\}$  — эмпирические константы. Здесь для определения  $\{a_{ki}\}$  при температуре ниже 300 К (см. табл.) используются экспериментальные данные работы [20]. Для температуры в пределах  $300 < T < 5000$  К значения эмпирических констант взяты из работы [21].

Для оценки точности разностной схемы и ее эффективности были проведены расчеты распределения давления на стенке перед щелью и за ней на последовательности сеток с числом узлов от  $301 \times 221$  до  $421 \times 281$ . На рис. 2 показаны распределения давления на стенке, рассчитанные на различных сетках. Увеличение числа узлов расчетной сетки приводит к тому, что экспериментальные результаты и расчетные кривые, начиная с числа узлов  $381 \times 281$  и выше, практически совпадают, причем из рисунка видно хорошее согласование численных и экспериментальных данных. Таким образом, можно говорить о достаточной точности схемы для сеток с числом узлов  $381 \times 281$  и выше, что позволяет проводить расчет задачи на сетках этих размеров.

Таблица

Значения эмпирических констант  $\{a_{ki}\}$

$T < 300$	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	He
$a_{k1}$	$0,34843577 \cdot 10^2$	$0,39755287 \cdot 10^2$	$0,209336046 \cdot 10^2$
$a_{k2}$	$-0,90674514 \cdot 10^{-1}$	$-0,20027529 \cdot 10$	$0,000000000 \cdot 10$
$a_{k3}$	$0,56072001 \cdot 10^{-3}$	$0,14293081 \cdot 10^{-2}$	$0,000000000 \cdot 10$
$a_{k4}$	$-0,15761941 \cdot 10^{-5}$	$-0,45017727 \cdot 10^{-5}$	$0,000000000 \cdot 10$
$a_{k5}$	$0,17168133 \cdot 10^{-8}$	$0,52356848 \cdot 10^{-8}$	$0,000000000 \cdot 10$

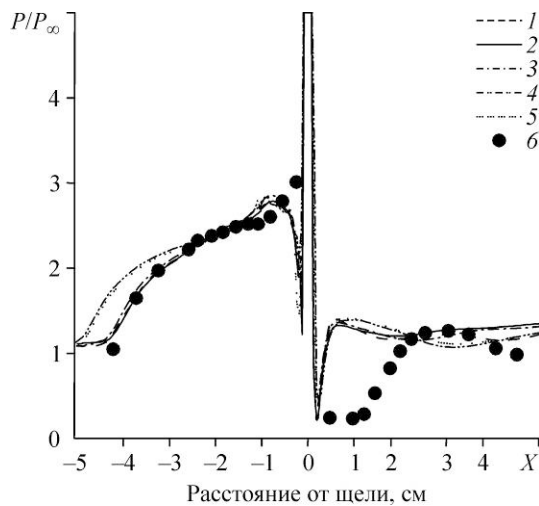


Рис. 2. Распределение давления на стенке.  
 Число узлов в сетке: 421×281 (1), 401×281 (2),  
 381×281 (3), 301×281 (4), 301×221 (5),  
 экспериментальные данные работы [1] (6);  
 $M_\infty = 2,9$ ,  $P_\infty = 0,0663$  МПа,  $T_\infty = 108$  К,  
 $T_0 = 217$  К,  $P_0 = 1,24$  МПа.

### Тестовая задача 2

Следующей тестовой задачей является моделирование взаимодействия падающего скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем. Для этого рассматривается сверхзвуковое течение вдоль тонкой пластины с генератором скачка уплотнения на верхней границе с параметрами задачи, соответствующими экспериментам работы [12], где число Маха набегающего потока  $M_\infty = 5$ , число Рейнольдса  $Re = 40 \cdot 10^6$ , температура стенки  $T_w = 300$  К. Расчеты проводятся для угла генератора скачка  $\alpha = 14^\circ$ , который соответствует отрывному течению пограничного слоя.

На рис. 3 представлены результаты расчетов настоящей работы и данные [12] по коэффициентам трения (рис. 3а) и давления (рис. 3б) на стенке. Незначительное расхождение в области падения скачка уплотнения на стенку (на рис. 3б оно соответствует области резкого возрастания давления на стенке), очевидно, объясняется тем, что при решении поставленной задачи в работе [12] используется система уравнений Навье–Стокса для однокомпонентного совершенного газа, тогда как в настоящей работе используется система уравнений для многокомпонентного газа, где для определения температуры необходимо итерационное решение уравнения (5). В целом можно отметить удовлетворительное согласование экспериментов и расчетов.

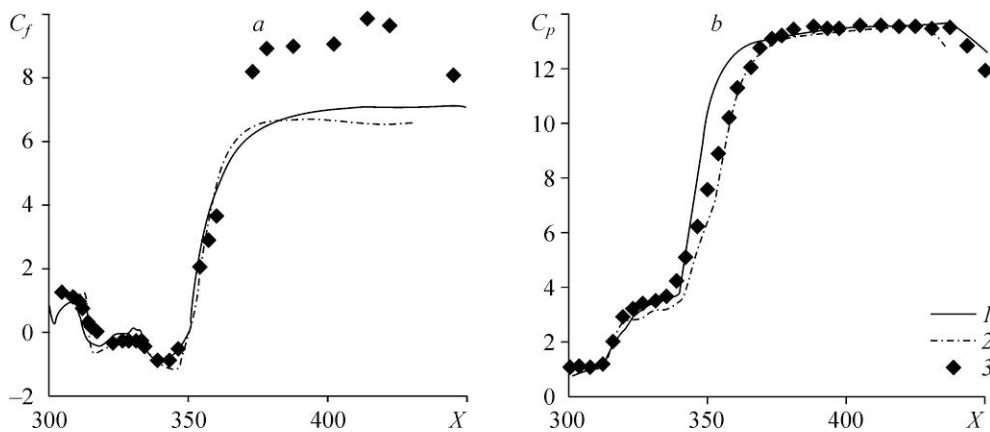


Рис. 3. Распределение коэффициента трения (а) и давления (б) на стенке.

Расчеты: 1 — WENO-схема, 2 — результаты работы [12]; 3 — экспериментальные данные работы [12].

### Исследование влияния ширины струи

Результаты расчетов поставленной задачи (1), где варьируются размеры щели вдуваемой струи ( $h_1, h_2, h_3$ ), будут приведены ниже на рис. 4–6. Безразмерные параметры вычислительной области имеют следующие значения: длина канала  $L = 6,25$ , высота  $H = 1$ . В первом случае размер ширины канала  $h_1 = 0,05$ , во втором случае —  $h_2 = 0,066$ , и в третьем случае —  $h_3 = 0,083$ . При численном расчете во входном сечении задается толщина пограничного слоя  $\delta_1 = 0,1$ , вычисленная для  $x = 12$ . Тогда высота пристенного слоя соответствует ламинарно-турбулентному подслою  $z^+ = 70$ , где  $z^+ = \delta_2 u_\tau / \nu$ , а высота пограничного слоя составляет  $z^+ = 3700$ , где  $z^+ = \delta_1 u_\tau / \nu$ . Здесь  $u_\tau = (0,5 C_f)^{1/2}$  — динамическая скорость,  $C_f$  — коэффициент трения потока на стенке. Сгущение сетки вблизи стенки осуществляется таким образом, что для первого от стенки узла сетки выполняется условие  $z^+ = 1,5$ , на пристенный слой приходится 5–8 узловых точек по направлению оси  $z$ , а расчет всего пограничного слоя выполняется с использованием 35–40 узлов расчетной сетки.

Параметры набегающего потока имеют следующие значения:  $M_\infty = 3,75$ ,  $T_\infty = 629,43$  К,  $Re = 10^6$ ,  $Pr = 0,7$ ; у струи  $T_0 = 800$  К, параметр нерасчетности  $n$  равен 15. Данные численных экспериментов по взаимодействию скачков уплотнения с пограничными слоями для щелей различной ширины представлены на рис. 4. В результате взаимодействия струи с набегающим потоком наблюдается образование систем скачков уплотнения, которые соответствуют ранее изученным и схематически представленным на рис. 1. Из-за торможения набегающего потока перед вдуваемой струей возникает головной скачок уплотнения 1, от которого вверх по потоку отходит косой скачок 2. За косым скачком существуют участки сверхзвуковых зон, торможение которых сопровождается появлением замыкающего скачка 3. Видно, что отошедший головной, косой и замыкающий

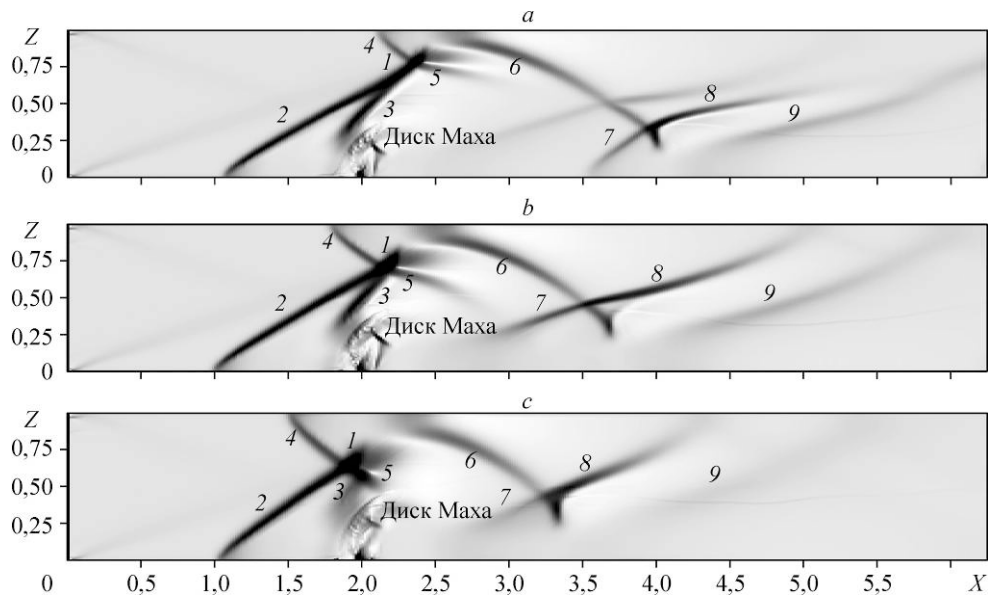


Рис. 4. Распределение изобар для щели с разной шириной.

$h_1$  (a),  $h_2$  (b),  $h_3$  (c);  $T_0 = 800$  К,  $M_\infty = 3,75$ ,  $T_\infty = 629,43$  К,  $Re = 10^6$ ,  $Pr = 0,7$ .

скачки уплотнения образуют  $\lambda$ -образную систему. Как следует из рис. 4с, для  $h_3$  скачок 3 слабо выражен, тогда как для двух других случаев (рис. 4а, 4б) он отчетливо просматривается.

Из рис. 4 следует, что головной скачок 1, достигая верхней границы, создает положительный градиент давления, который оказывается достаточным для отрыва пограничного слоя на верхней стенке. При этом сверхзвуковая область пограничного слоя отклоняется и порождает волну сжатия 4, которая распространяется в виде отраженного скачка 5. Также на графиках просматривается веер волн разрежения в пограничном слое в виде теней за скачком 5, обусловленный расширением потока в области за скачком 1. Таким образом, здесь наблюдается хорошо известная в литературе картина взаимодействия ударной волны с пограничным слоем. Ниже по течению в результате присоединения оторвавшегося потока к обтекаемой стенке, где течение опять становится безотрывным, формируется отраженный скачок уплотнения 6, возникающий в области смешения оторвавшегося пограничного слоя с внешним потоком.

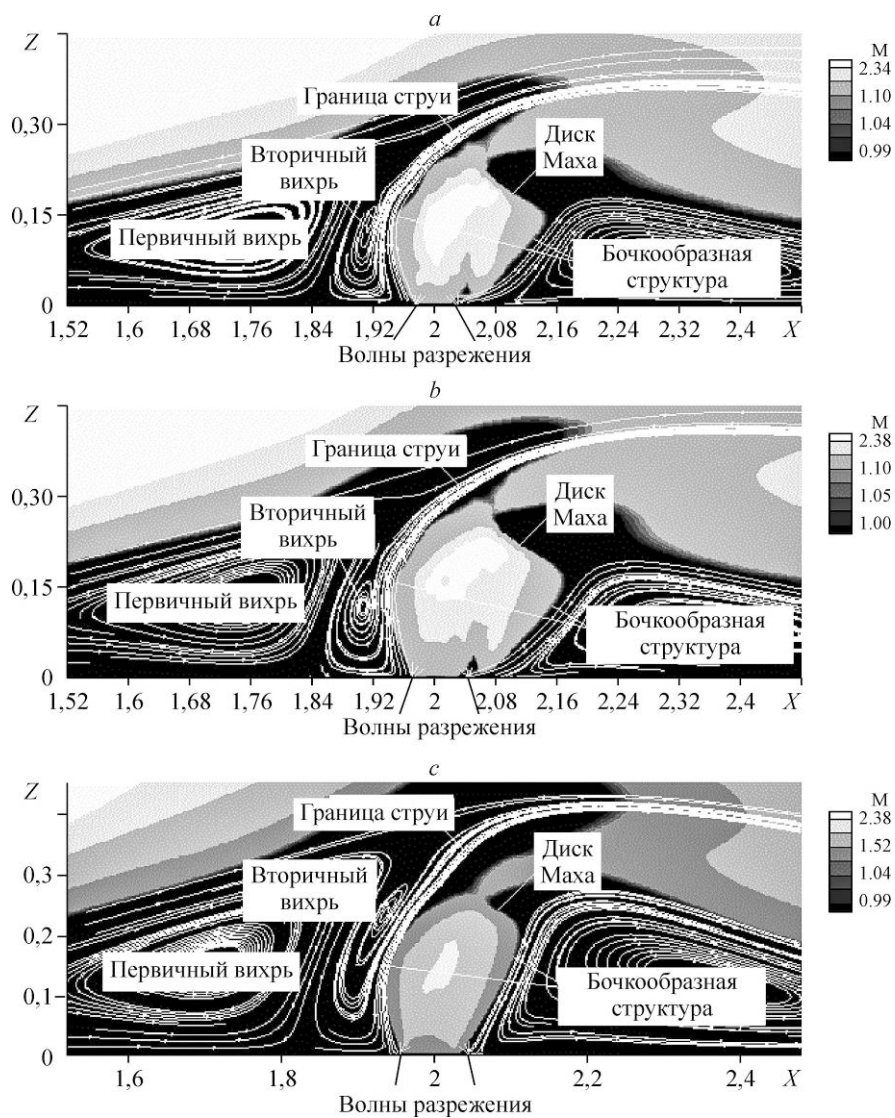


Рис. 5. Распределение местного числа Маха для щелей разной ширины.  $h_1$  (a),  $h_2$  (b),  $h_3$  (c);  $T_0 = 800$  К,  $M_\infty = 3,75$ ,  $T_\infty = 629,43$  К,  $Re = 10^6$ ,  $Pr = 0,7$ .



Аналогично картине перед струей, головной скачок уплотнения  $I$ , волна сжатия  $4$  и отраженный скачок уплотнения  $5$ , пересекаясь в одной точке, образуют  $\lambda$ -образную систему. Размеры этой  $\lambda$ -образной структуры значительно возрастают с ростом ширины щели, что можно наблюдать из сравнения рис.  $4a$ – $4c$ . Видно, что увеличение ширины струи приводит к тому, что волна сжатия  $4$ , сформировавшись вблизи верхней стенки, существенно сдвигается по направлению к входной границе.

На графиках изобар  $4$  хорошо просматривается диск Маха. Возрастание размеров щели приводит к расширению бочкообразной структуры в струе и, как следствие, к увеличению диска Маха (рис.  $4a$  и  $4b$ ). Однако в случае максимального размера щели ( $h_3$ ) (рис.  $4c$ ) диск Маха уменьшается, так как зона отрыва смещается в сторону входной границы, соответственно расстояние между струей и верхней возвратной областью становится минимальным (конфузор), вследствие этого набегающий поток существенно ускоряется, тем самым препятствуя расширению струи.

Из рис. 4 следует, что помимо общеизвестной ударно-волновой картины появляется дополнительная структура, обусловленная взаимодействием отраженного скачка  $b$  с пограничным слоем на нижней стенке за струей. Видно, что взаимодействие нижнего пограничного слоя и скачка  $b$  аналогично картине, наблюдаемой на верхней стенке, т.е. создается волна сжатия  $7$ , которая распространяется в виде скачка  $8$ . Также здесь просматривается слабая отраженная волна  $9$ .

Известно, что при истечении недорасширенной струи в поток давление в струе стремится выровняться с давлением окружающей среды, вследствие чего происходит расширение струи с образованием семейства волн разрежения, которые движутся к границам струи, формируя висячий скачок, замыкающийся диском Маха, что демонстрирует распределение местного числа Маха ( $M = \sqrt{u^2 + w^2} / c$ , здесь  $c$  — местная скорость звука), представленное на рис. 5. Из рис.  $5a$  и  $5b$  прослеживается рост размеров бочки с возрастанием ширины щели. Однако в соответствии с ранее сказанным о распределении давления (см. рис. 4) из изолиний Маха для  $h_3$  (рис.  $5c$ ) можно наблюдать сужение бочки несмотря на то, что размер щели является максимальным.

Результаты численных экспериментов для поля вектора скорости, представленные на рис. 6, демонстрируют картину вихревой структуры. Из графика видно, что для всех рассматриваемых случаев в зоне, примыкающей к стенке, перед струей формируются два вихря, направления движения в которых противоположны вследствие того, что часть потока воздуха непосредственно вблизи стенки, проходя участки косоугольного (2) и замыкающего (3) скачков, поворачивает вниз к стенке и проникает в зону отрывного течения, а затем растекается в противоположных направлениях. За струей возникновение вихревой области связано с зоной низких давлений. На графиках также можно увидеть область отрыва на верхней стенке вследствие взаимодействия головного скачка уплотнения  $I$  с верхним пограничным слоем. Качественные картины возвратных зон во всех трех случаях аналогичны, однако количественно они отличаются, т.к. размеры отрыва пограничного слоя на верхней стенке существенно увеличиваются с ростом ширины щели.

На рис.  $6a$ – $6c$  помимо известных наблюдается дополнительный вихрь на нижней стенке на некотором расстоянии за струей, который сформировался в результате взаимодействия скачка  $b$  с нижним пограничным слоем. Как следует из графиков, с возрастанием размеров щели происходит его смещение в сторону струи (сравнение рис.  $6a$ – $6c$ ). Таким образом, можно сделать вывод, что рост размеров щели будет приводить к повышению смещения воздуха и горючего непосредственно за вдуваемой струей вследствие обширных зон возвратных течений.

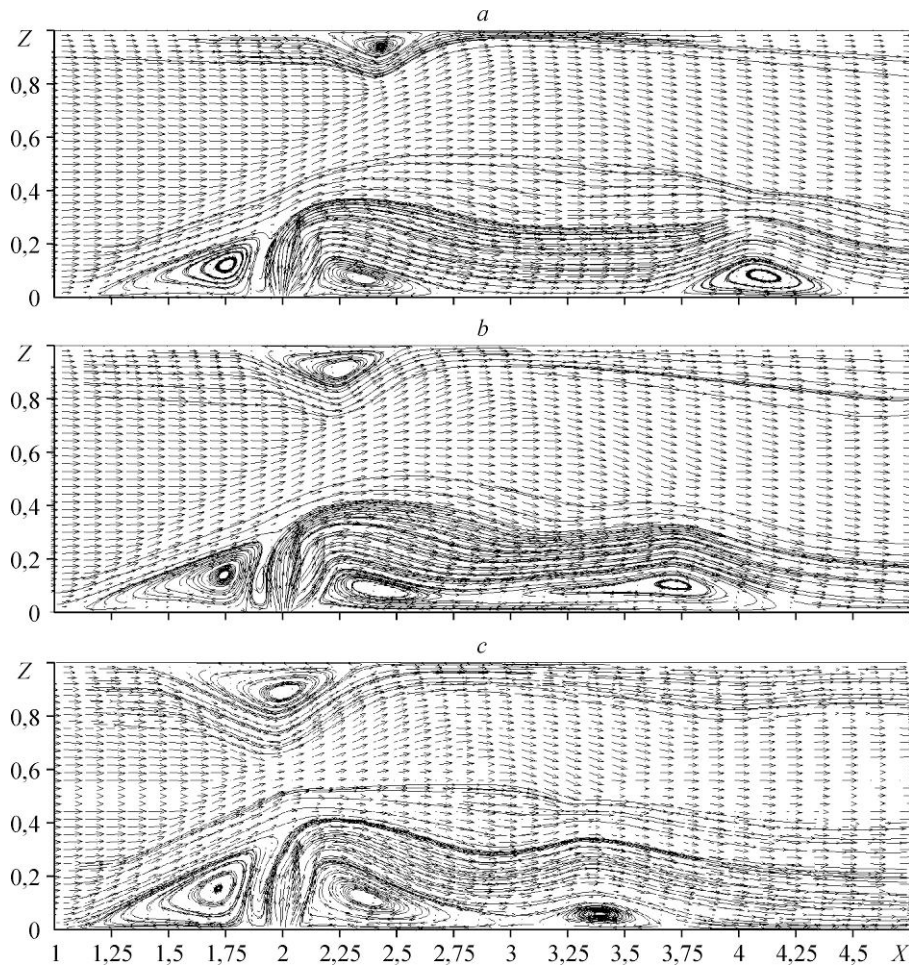


Рис. 6. Распределение поля вектора скорости для щелей разной ширины.  
 $h_1$  (a),  $h_2$  (b),  $h_3$  (c);  $T_0 = 800$  К,  $M_\infty = 3,75$ ,  $T_\infty = 629,43$  К,  $Re = 10^6$ ,  $Pr = 0,7$ .

### Заключение

С помощью численных экспериментов изучены ударно-волновая структура и отрывная область, возникающая вследствие взаимодействия скачков уплотнения с пограничным слоем как на верхней, так и на нижней стенках канала в зависимости от размеров вдуваемой струи. Показано уменьшение расширения струи с увеличением ширины щели, которое является следствием возникновения конфузора между вдуваемой струей и отрывной зоной на верхней стенке. Выявлено, что помимо общеизвестной ударно-волновой картины здесь появляется дополнительная структура, обусловленная взаимодействием отраженного скачка с пограничным слоем на нижней стенке на некотором расстоянии за струей, что может приводить к повышению смешения воздуха и горючего вследствие обширных зон возвратных течений. Сопоставление расчетов с опытными данными показывает удовлетворительное согласование результатов.

### Список литературы

1. Шунь Дж.Ш., Юнь С. Численное исследование течений с химическими реакциями на основе LU-факторизованной схемы, построенной методом симметричной последовательной верхней релаксации // Аэрокосмическая техника. 1990. № 10. С. 102–113.

2. **Chenault F.C., Beran P.S.** *k- $\epsilon$*  and Reynolds stress turbulence model comparisons for two-dimensional injection flows // AIAA J. 1998. Vol. 36, No. 8. P. 1401–1412.
3. **Aso S., Inoue K., Yamaguchi K., Tani Y.** A study on supersonic mixing de circular nozzle with various injection angles for air breathing engine // Acta Astronautica. 2009. Vol. 65, No. 5, 6. P. 687–695.
4. **Спейд Ф., Зукоски Е.Е.** Исследование взаимодействия газовой струи, вытекающей из поперечной щели, со сверхзвуковым потоком // Ракетная техника и космонавтика. 1968. № 2. С. 16–25.
5. **Авдеевский В.С., Медведев К.И., Полянский М.Н.** Взаимодействие сверхзвукового потока с поперечной струей, вдуваемой через круглое отверстие в пластине // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1970. № 5. С. 193–197.
6. **Глаголев А.И., Зубков А.И., Панов Ю.А.** Взаимодействие струи газа, вытекающей из отверстия в пластине, со сверхзвуковым потоком // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1968. № 2. С. 99–102.
7. **Щец Д., Хокинс П.Ф., Леман Х.** Структура поперечных струй, истекающих в сверхзвуковой поток с большой степенью недорасширения // Ракетная техника и космонавтика. 1967. № 5. С. 65–69.
8. **Huang W., Wang Z., Wu J., Li Sh.** Numerical prediction on the interaction between the incident shock wave and the transverse slot injection in supersonic flows // Aerospace Science and Technology. 2012. Vol. 28, No. 1. P. 1–9.
9. **Kim J.H., Yoon Y., Jeung I.S., Huh H., Choi J.Y.** Numerical study of mixing enhancement by shock waves in model scramjet engine // AIAA J. 2003. Vol. 41, No. 6. P. 1074–1080.
10. **Liou W.W., Huang G., Shih T.H.** Turbulence model assessment for shock wave/turbulent boundary-layer interaction in transonic and supersonic flows // Computers and Fluids. 2000. No. 29. P. 275–299.
11. **Knight D., Yan H., Panaras A., Zheltovodov A.** RTO WG 10: CFD validation for shock wave turbulent boundary layer interactions // AIAA Paper. 2002. No. 2002–0437.
12. **Федорова Н.Н., Федорченко И.А.** Расчет взаимодействия падающего косоого скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем на пластине // Прикл. мех. и техн. физика. 2004. Т. 45, № 3. С. 61–71.
13. **Poinsot T.J., Lele S.K.** Boundary conditions for direct simulation of compressible viscous flows // J. Comput. Phys. 1992. No. 101. P. 104–129.
14. **Harten A., Osher S., Engquist B., Chakravarthy S.R.** Some results on uniformly high-order accurate essentially non-oscillatory schemes // Applied Num. Math. 1986. No. 2. P. 347–377.
15. **Ершов С.В.** Квазимонотонная ENO-схема повышенной точности для интегрирования уравнений Эйлера и Навье–Стокса // Математическое моделирование. 1994. Т. 6, № 11. С. 63–75.
16. **Yang J.Y.** Third-order non-oscillatory schemes for the euler equations // AIAA J. 1991. Vol. 29, No. 10. P. 1611–1618.
17. **Бекетаева А.О., Найманова А.Ж.** Применение ENO (Essentially Non-Oscillatory) схемы для моделирования течения многокомпонентной газовой смеси // Вычислительные технологии. 2007. Т. 12, № 4. С. 17–25.
18. **Бруель П., Найманова А.Ж.** Расчет нормального вдува струи водорода в сверхзвуковом потоке воздуха // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 4. С. 531–541.
19. **Liu X., Osher S., Chan T.** Weighted essentially non-oscillatory schemes // J. Comput. Phys. 1994. No. 115. P. 200–212.
20. **Кикоина И.К.** Таблицы физических величин. М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.
21. **Kee R.J., Rupley F.M., Miller J.A.** CHEMKIN-II: a fortran chemical kinetic package for the analysis of gas-phase chemical kinetics // Sandia Report SAND89-8009B. Albuquerque: Sandia National Laboratories, 1989.

*Статья поступила в редакцию 15 октября 2014 г.,  
после переработки — 28 августа 2015 г.*