

УДК 532.529.5

## Влияние пузырьковых кластеров на характеристики двухфазного газожидкостного течения в плоском канале\*

О.Н. Кашинский, Е.В. Каипова

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

Представлены результаты экспериментального исследования пузырькового газожидкостного течения в горизонтальном и слабонаклоненном (от  $-20^\circ$  до  $+20^\circ$ ) плоском канале. Измерения проводились в диапазоне приведенных скоростей жидкости  $0,2 \div 1$  м/с и расходного объемного газосодержания до 0,2. Измерения гидродинамической структуры проводились электрохимическим методом с использованием микродатчиков трения и датчика проводимости. При проведении экспериментов были выполнены полные записи реализаций сигналов трения на верхней стенке канала и локального газосодержания. В результате цифровой обработки записанных реализаций получены профили локального газосодержания, определены значения среднего трения и его относительных среднеквадратичных пульсаций на верхней стенке канала. Показано, что в изученных режимах имеет место эффект группировки пузырей в кластеры, а пузырьковый поток представляет собой чередование пузырьковых кластеров и однофазной жидкости с отдельными пузырями или без них. Получено среднее трение и абсолютные пульсации трения в области пузырьковых кластеров и вне их. Получены гистограммы распределения плотности вероятности значений касательного напряжения на верхней стенке. Показано, что среднее трение и абсолютные пульсации в кластерах существенно выше, чем в области свободного от пузырей течения.

### ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Многообразие режимов потоков существенно усложняет теоретическое предсказание гидродинамики течения, требуя использования многочисленных гипотез, предположений и приближений. Нередко сложность структуры течения делает невозможным чисто теоретическое описание его поведения, необходимо использование эмпирических данных. Поэтому экспериментальное изучение газожидкостных потоков остается актуальным.

В литературе широко и подробно представлены экспериментальные исследования восходящего газожидкостного течения в вертикальных трубах и каналах [1, 2]. Значительно менее исследовано газожидкостное течение в каналах другой ориентации. В отличие от однофазного течения, структура двухфазного потока существенно зависит от ориентации канала и направления движения смеси.

В работе [3] представлены результаты измерений профилей средней скорости и локального газосодержания в развитом восходящем пузырьковом течении в прямоугольном канале. Канал располагался под углами до  $30^\circ$  к вертикали, числа Рейнольдса превышали  $10^4$ , а расходное газосодержание составляло  $2 \div 4$  %. С помощью специальной конфигурации трубок Пито и статических трубок были

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 07-08-00405а).

измерены средняя скорость жидкости и локальное газосодержание. В статье показано, что вблизи верхней стенки профили скорости существенно искажены присутствием пузырей. Авторы пришли к выводу, что пузырьковый слой вблизи верхней стенки может существенно подавлять среднее трение на эту стенку. Пузырьковое газожидкостное течение в наклонном прямоугольном канале изучалось в работе [4]. Было показано, что ориентация канала существенно влияет на свойства течения.

Поведение пузырьковых течений в горизонтальных трубах и каналах рассмотрено в работах [5, 6]. В [6] проведено экспериментальное исследование распределения газовой фазы в горизонтальном пузырьковом течении. Датчиками электропроводности измерялись профили локального газосодержания, значения диаметров и скоростей пузырей. В этой работе показана существенная зависимость локального газосодержания и размеров пузырей от радиальной координаты вдоль поперечного сечения трубы. Максимумы этих зависимостей наблюдались у верхней стенки. Был изучен переход течения от режима дисперсных пузырей к режиму снарядного течения. В переходном режиме показано резкое изменение размера пузырей при небольших изменениях расходных скоростей смеси.

В последние годы в литературе стали появляться работы, описывающие экспериментальное наблюдение крупномасштабных структур в пузырьковом течении.

В работе [7] замечены небольшие флуктуации плотности распределения пузырей (образование перемежающихся пузырьковых облаков). Скорость таких пузырьковых облаков больше средней скорости течения. В работе [8] показано, что при малом газосодержании пузыри группируются в цепочку, образуя быструю пузырьковую область, далее они движутся вместе волнообразным способом. Области между стенками канала и цепью пузырей заняты вихревыми крупномасштабными структурами, в которых наблюдаются области возвратного течения. В работе [9] показано, что турбулентность, индуцированная пузырями, доминирует над сдвиговой турбулентностью однофазной жидкости, а в следе пузыря образуются вихри.

В работе [10] отмечено образование пузырьковых кластеров вблизи стенки в монодисперсном пузырьковом течении в плоском канале. Авторы этой работы проводили измерения характеристик восходящего потока в вертикальном канале с соотношениями сторон  $40 \times 400$  мм с помощью лазер-доплеровского анемометра, размер пузырьковых включений составлял 1 мм. Эксперименты выполнялись при числах Рейнольдса 8200, 4100 и 1350 и расходном газосодержании 0,3 и 0,6 %. Были измерены профили локального газосодержания, профили относительных скоростей жидкости и относительных среднеквадратичных пульсаций скорости жидкости. В работе приведена гистограмма распределения по размерам кластеров. В работе [10] отмечено, что кластеры пузырей движутся быстрее отдельных не сгруппировавшихся газовых включений, добавление в поток флуоресцентных частиц приводит к изменению его структуры и эффект группировки пузырей пропадает.

В работе [11] была отмечена группировка небольшого количества пузырей в структуры в вертикальном плоском канале при течении монодисперсного пузырькового потока при больших числах Рейнольдса. Вышеописанный эффект группировки пузырей наблюдался в вертикальных каналах, экспериментальное наблюдение пузырьковых крупномасштабных структур в горизонтальных и наклонных каналах в литературе не описано.

Целью настоящей работы является изучение влияния группировки пузырей на характеристики двухфазного течения. Эксперименты проводились в пузырьковом газожидкостном течении в плоском канале при приведенных скоростях

жидкости  $0,2 \pm 1$  м/с и расходом объемном газосодержании  $0,05 \pm 0,2$ . Канал располагался под углами от  $-20^\circ$  до  $+20^\circ$ ; угол наклона  $-20^\circ$  соответствует восходящему течению,  $0^\circ$  — горизонтальному потоку, а  $+20^\circ$  — опускному. Эксперименты выполнены с использованием электрохимического метода [12].

### 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Экспериментальная установка (рис. 1) представляет собой замкнутый по жидкости и разомкнутый по газу двухфазный контур. Жидкость из основного бака 1 с помощью центробежного насоса 2 поступает в рабочий участок 3. Для измерения расхода жидкости использовались два ротаметра 4 и 5. После расходомеров жидкость подавалась в рабочий участок. Газожидкостная смесь из рабочего участка попадает в верхний бак-сепаратор 6, где освобождается от газовых включений. Из бака-сепаратора жидкость вновь поступает в основной бак.

Рабочий участок установки представлял собой прямоугольный канал поперечным сечением  $10 \times 100$  мм и длиной 1,7 м. Газ вводился в поток через 21 капилляр внутренним диаметром 0,25 мм, которые были вклеены в оргстеклянную вставку 7, помещенную на нижней стенке канала. Расход газа определялся по перепаду давления на расходомерной диафрагме 8. Пузыри газа образовывались при его отрыве от торцов капилляров, выступающих на 5 мм от нижней стенки. Расстояние от места ввода газа до измерительной секции равнялось 1300 мм. Газожидкостный поток, получившийся при смешении газа и жидкости, поступал в измерительную секцию рабочего участка. Во всех режимах производилась видеосъемка потока с помощью цифровой видеокамеры 9.

Положение рабочего участка можно варьировать с помощью координатного устройства, угол наклона канала  $\theta$  отсчитывался от горизонтального положения:  $\theta = 0^\circ$  соответствовал горизонтальному потоку, отрицательные значения угла  $\theta$  — восходящему течению, положительные  $\theta$  — опускному течению.

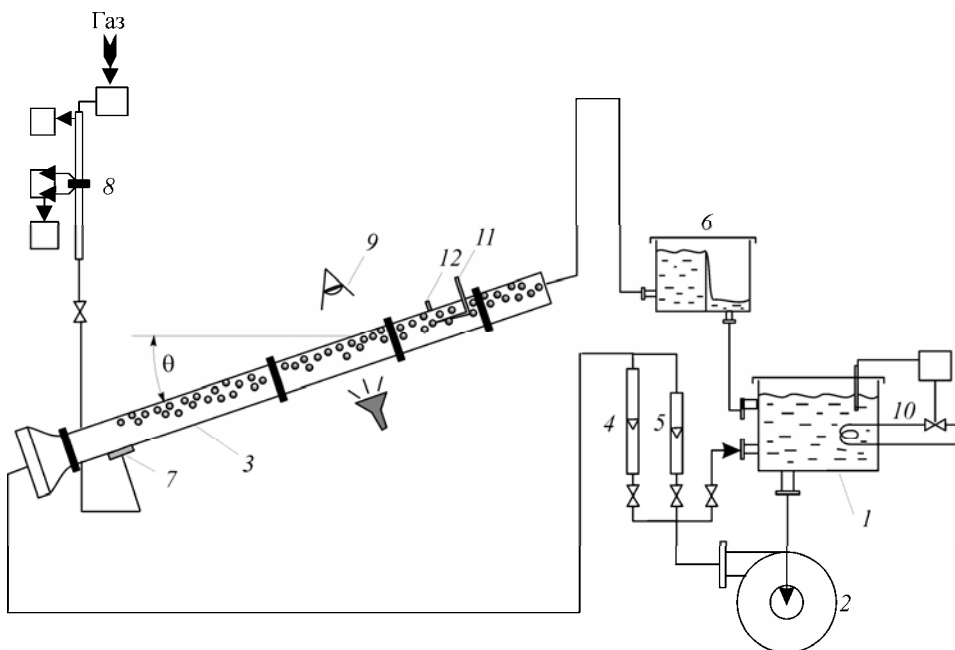


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

Исследования гидродинамики течения проводились электродиффузионным (электрохимическим) методом [12]. В качестве рабочей жидкости использовался электролит, состоящий из раствора ферри- и ферроцианида калия  $K_3Fe(CN)_6$  и  $K_4Fe(CN)_6$  и натрия углекислого  $Na_2CO_3$  в дистиллированной воде. Концентрация углекислого натрия была выбрана 0,25 моль/л, концентрации ферри- и ферроцианида калия составляли  $5 \cdot 10^{-3}$  моль/л.

Температура электролита поддерживалась постоянной, равной 24 °С, с помощью автоматической системы термостатирования 10.

Локальное газосодержание измерялось датчиком проводимости 11. Диаметр электрода датчика равнялся 50 мкм. Датчик был смонтирован на координатном устройстве и мог подходить вплотную к верхней стенке канала. Для измерения нижних полупрофилей локального газосодержания измерительная секция была повернута на 180° относительно вертикали. Датчик касательного напряжения был установлен на верхней стенке измерительного участка. Он имел размер электрода 0,1×0,9 мм, клеивался в стенку измерительного блока и был зашлифован заподлицо с ней. Датчик касательного напряжения трения располагался в том же поперечном сечении канала, что и датчик проводимости.

Сигналы с датчиков трения и проводимости подавались на многоканальный усилитель постоянного тока. Коэффициенты усиления каналов подбирались таким образом, чтобы в рабочем диапазоне изменений трения на стенке выходные напряжения каналов усилителя менялись в пределах 0,5–5 В. Усиленные сигналы датчиков подавались на АЦП через коммутатор. Обработка сигналов датчиков трения и скорости производилась с помощью компьютера. Были записаны и обработаны реализации сигналов датчиков проводимости и касательного напряжения трения длительностью 20 с и частотой опроса 5 кГц.

Перед измерениями была проведена калибровка датчиков. Калибровка производилась при однофазном течении жидкости в канале. Значения трения при калибровке вычислялись по закону сопротивления Блазиуса.

Эксперименты проводились в диапазоне приведенных скоростей жидкости  $V_L$  от 0,2 до 1 м/с. Расходное газосодержание  $\beta = V_G/(V_L + V_G)$  изменялось от 0 до 0,20. Во всех режимах поток оставался пузырьковым.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ОБСУЖДЕНИЕ

### 2.1. Структура двухфазного потока

Во всех исследованных режимах производилась видеосъемка потока. Пузыри газа образовывались в генераторе пузырей, установленном на нижней стенке канала. После отрыва газа от торцов капилляров, располагавшихся в центре потока, под действием силы Архимеда происходила достаточно быстрая миграция пузырей к верхней стенке канала. Координата  $y$  отсчитывается от верхней стенки:  $y = 0$  соответствует верхней стенке,  $y = 5$  мм — центру канала,  $y = 10$  мм — нижней стенке. Место положения пика локального газосодержания существенно зависит от угла наклона канала, расходного газосодержания и приведенной скорости жидкости.

Экспериментальные данные, полученные для приведенной скорости жидкости 0,4 м/с и расходного газосодержания 0,05, показаны на рис. 2, а. В восходящем течении при угле  $-20^\circ$  пик газосодержания у верхней стенки четко выражен

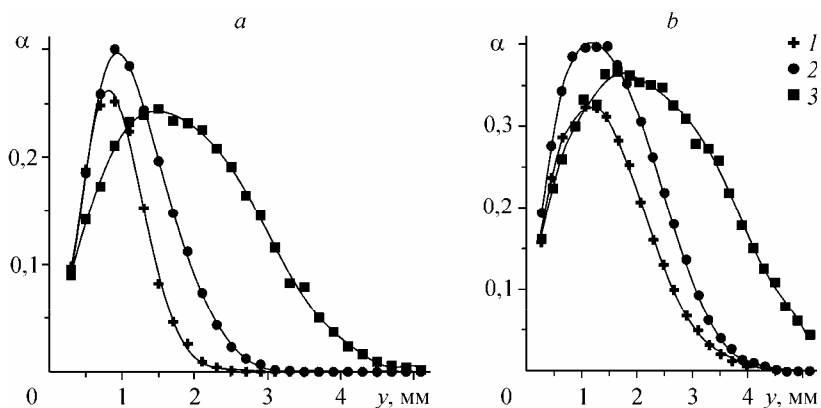


Рис. 2. Профили локального газосодержания при различных углах наклона канала:  $V_L = 0,4$  м/с (а, б),  $\beta = 0,05$  (а),  $0,1$  (б).  $\theta = -20$  (1),  $0$  (2),  $20$  (3).

на расстоянии порядка среднего радиуса пузыря. При уменьшении угла наклона до горизонтального течения происходит перестройка структуры потока, высота пика локального газосодержания увеличивается и распределяется шире. При изменении угла до  $+20^\circ$  (опускное течение) толщина пузырькового слоя вблизи верхней стенки канала резко возрастает, а максимальное значение  $\alpha$  уменьшается.

Наибольшая высота пика газосодержания наблюдается при горизонтальном течении. В этом случае пузырь движется с меньшей скоростью, чем при восходящем течении, и вероятность найти его в единице объема возрастает по сравнению с восходящим течением, где большая величина скорости газовых включений обусловлена положительной проекцией Архимедовой силы на направление движения. В опускном течении, несмотря на то, что пузыри движутся медленнее жидкости, максимальное значение локального газосодержания ниже, чем в горизонтальном потоке, максимальное значение локального газосодержания ниже, чем в горизонтальном потоке. В этом случае боковая сила, действуя против сил плавучести, размывает  $\alpha$  по сечению канала, а также увеличивается средний радиус пузыря.

Пузыри образовывались при отрыве газа от торцов капилляров, находящихся в центре канала ( $y = 5$  мм), они располагались равномерно по потоку (плоскость  $x-z$ ). Картина распределения пузырей вблизи генератора газовых включений приведена на рис. 3. Далее, пузыри под действием сил плавучести занимают место вблизи верхней стенки канала, здесь они взаимодействуют между собой и со стенкой канала (находятся в градиенте скорости жидкости). Это приводит к тому, что в изученных режимах имеет место эффект группировки пузырей в кластеры, а пузырьковый поток представляет собой чередование пузырьковых кластеров и однофазной жидкости с отдельными пузырями или без них. Фотография пузырьковых волнообразных структур представлена на рис. 4. Такое поведение пузырьков наиболее характерно для восходящего течения, где пик локального газосодержания находится ближе к стенке, а градиент скорости жидкости в окрестности пузырей наиболее сильный.

При переходе от восходящего течения к опускному профиль скорости жидкости вблизи верхней стенки канала из более заполненного (по сравнению с однофазным) переходит к менее заполненному (по сравнению с однофазным профилем). Такие изменения приводят к перестройке структуры течения, пик

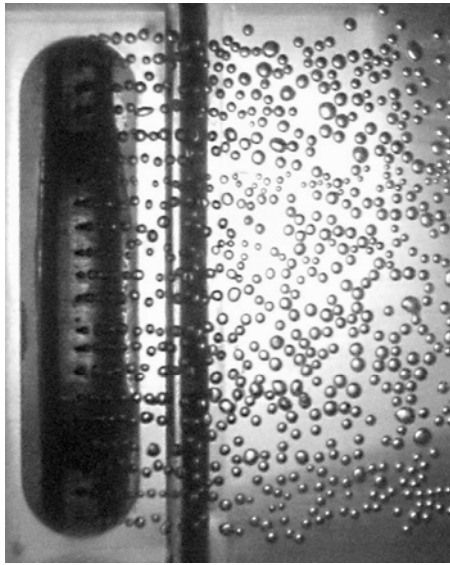


Рис. 3. Картина течения вблизи генератора пузырей:  $V_L = 0,4$  мс,  $\beta = 0,05$ ,  $\theta = -18^\circ$ .

локального газосодержания отходит от верхней стенки канала, а эффект группировки пузырей становится менее выражен, кроме того существенно возрастает коалесценция пузырей. Увеличение приведенной скорости жидкости, несмотря на ее большой градиент вблизи верхней стенки канала, приводит к уменьшению (см. рис. 4, *c*), а затем и к исчезновению (см. рис. 4, *d*) эффекта группировки пузырей в кластеры. Возможно, причина этого заключается в том, что пик локального газосодержания в этом случае располагается дальше от стеки канала, чем в случае меньших приведенных скоростей жидкости. Пример карты режимов приведен в табл. 1. Видно, что группировка пузырей происходит при умеренных приведенных скоростях жидкости ( $0,2 \div 0,6$  м/с). Несмотря на то, что группировка пузырей в кластеры наблюдается при одинаковых расходных скоростях жидкости и газа как в восходящем, так и в опускном потоке, наиболее красивые структуры можно видеть в восходящем течении. В этом случае можно найти режимы, в которых поток представляет собой только чередование пузырьковых структур и однофазной жидкости. В других рассмотренных условиях к этим решениям добавляется еще жидкость

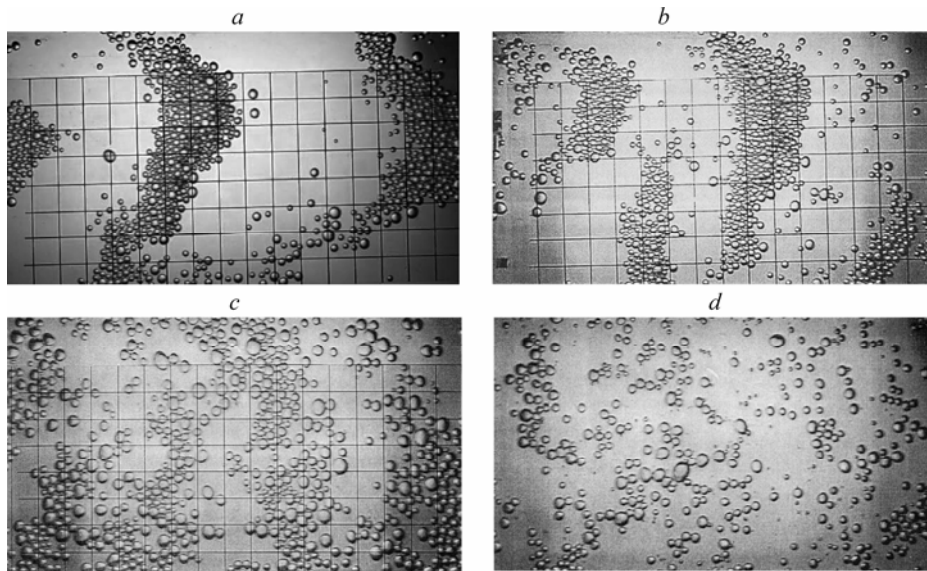


Рис. 4. Картина течения:  $V_L = 0,2$  (*a*),  $0,27$  (*b*),  $0,6$  (*c*),  $0,8$  (*d*) м/с,  $\beta = 0,10$  (*a*),  $0,08$  (*b*),  $0,10$  (*c*),  $0,05$  (*d*),  $\theta = -18^\circ$  (*a, b, d*),  $0^\circ$  (*c*).

Таблица 1

Восходящий поток ( $\theta = -10^\circ$ )				
$V_L$ , м/с	$\beta = 0,05$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,15$	$\beta = 0,2$
0,4	есть	есть	есть	есть
0,6	есть	почти нет	почти нет	нет
0,8	почти нет	нет	нет	нет
1	нет	нет	нет	нет
Горизонтальный поток ( $\theta = 0^\circ$ )				
$V_L$ , м/с	$\beta = 0,05$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,15$	$\beta = 0,2$
0,4	есть	есть	есть	нет
0,6	есть	есть	есть	нет
0,8	нет	нет	нет	нет
1	нет	нет	нет	нет
Опускной поток ( $\theta = 10^\circ$ )				
$V_L$ , м/с	$\beta = 0,05$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,15$	$\beta = 0,2$
0,4	есть	есть	есть	есть
0,6	есть	есть	есть	нет
0,8	почти нет	нет	нет	нет
1	нет	нет	нет	нет

с отдельными и почти равномерно распределенными пузырями. В случае опускного течения сгруппированные пузыри сливаются и эффект группировки пузырей в кластеры становится смазанным.

## 2.2. Влияние пузырьковых кластеров на касательное напряжение трения на верхней стенке

Группировка пузырей в кластеры существенно влияет на мгновенные показания датчика трения, расположенного на верхней стенке канала. На рис. 5 показаны реализации сигнала датчика трения и обработанный сигнал датчика проводимости (значения, соответствующие единице, характерны для моментов нахождения датчика проводимости в газовой фазе, соответствующие нулю — в жидкой). Для сортировки отдельных пузырей и пузырьковых кластеров был построен сглаженный по 242 точкам (наиболее характерному времени прохождения кластеров)

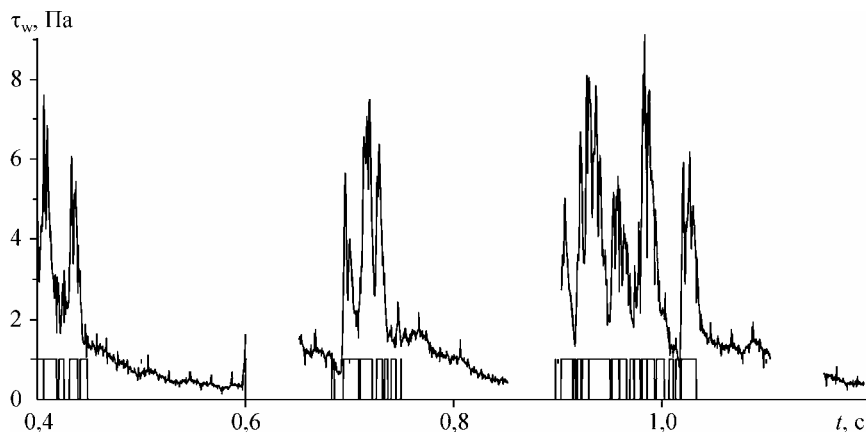


Рис. 5. Обработанный сигнал датчика проводимости, сигнал датчика трения:  $V_L = 0,2$  м/с,  $\beta = 0,10$ ,  $\theta = -18^\circ$ ,  $y = 1$  мм.

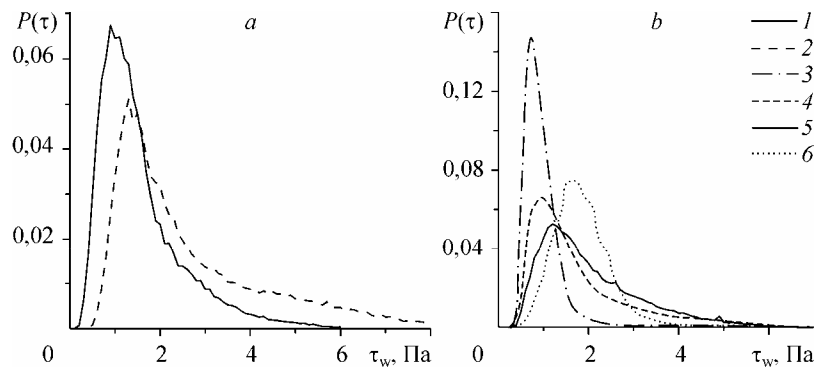


Рис. 6. Распределение плотностей вероятности трения при  $V_L = 0,4$  м/с: *a* —  $\beta = 0,05$ ,  $\theta = 12$  (1),  $-18$  (2); *b* —  $\theta = 0^\circ$ ,  $\beta = 0$  (3),  $0,05$  (4),  $0,10$  (5),  $0,2$  (6).

сигнал фазы. За критерий наличия кластеров взято условие  $\alpha_{\text{сглаж}} > 0,5$ ; условие  $\alpha_{\text{сглаж}} < 0,1$  соответствует однофазной жидкости, остальные области соответствуют пузырьковому потоку с равномерно распределенной газовой фазой. На рисунке видно, что областям группировки пузырей соответствуют как наибольшие значения среднего трения, так и наибольшие показания абсолютных пульсаций трения.

На рис. 6, *a*, *b* представлены гистограммы распределения плотности вероятности значений трения. Видно, что в однофазном потоке плотность вероятности имеет более симметричную форму, чем в пузырьковом течении при формировании пузырьковых волнообразных структур. В случае восходящего течения в режимах, для которых наиболее характерно формирование пузырьковых структур, гистограмма распределения трения более асимметрична и размыта в сторону больших значений трения. При переходе к опускному течению, для которого формирование кластеров становится менее характерным, максимум плотности вероятности увеличивается и распределение трения становится менее размытым.

При увеличении расходного газосодержания гистограмма распределения трения становится более размытой возле возросшего наиболее вероятного значения трения на стенке. При переходе к таким  $\beta$  и  $V_L$ , при которых наблюдается плотно заполненный равномерный пузырьковый слой вблизи верхней стенки канала ( $\beta = 0,2$  на рис. 6, *b*), гистограмма распределения вновь станет симметричной, ее пик будет совпадать со средним трением в потоке, а ширина будет зависеть от величины пульсаций трения пузырькового потока.

В табл. 2 приведены значения среднего трения, относительные среднеквадратичные пульсации, рассчитанные по всей реализации трения пузырькового потока, среднее трение в пузырьковых кластерах и в однофазной жидкости, а также соответствующие им абсолютные пульсации трения. Значения среднего трения и его

Таблица 2

$V_L$ , м/с	$\beta$	$\theta$ , °	$\tau_w$ , Па	$\tau'/\tau_w$ , %	$\tau_{\text{кластер}}$ , Па	$\tau'_{\text{кластер}}$ , Па	$\tau_{\text{вне}}$ , Па	$\tau'_{\text{вне}}$ , Па
0,2	0,1	-18	1,85	81,7	3,49	1,59	0,83	0,38
0,27	0,08	-18	1,95	81,95	3,66	1,64	0,84	0,34
0,4	0	0	0,85	34,9	—	—	—	—
0,4	0,05	-18	2,52	065,7	3,8	1,76	1,31	0,7
0,4	0,05	0	1,71	67,5	2,47	1,28	1,05	0,5
0,4	0,05	+12	1,51	61,9	2,04	1,06	0,99	0,43
0,4	0,1	0	1,97	55,9	2,47	1,13	1,06	0,39



абсолютных пульсаций в пузырьковых кластерах существенно выше аналогичных значений в однофазных просветах между пузырьковыми группами и выше среднего по всему потоку трения, что свидетельствует о возмущающем действии пузырьковых структур.

Видно, что при переходе от восходящего течения к опускному трение и абсолютные пульсации трения в кластерах уменьшаются, это вызвано изменением положения пика локального газосодержания.

Следует отметить, что описанная в настоящей работе самопроизвольная концентрация газовых пузырей с возникновением волнообразных структур не является следствием использования электролита в качестве рабочей жидкости. В опубликованной недавно работе [13] аналогичный эффект образования пузырьковых структур был получен путем прямого численного моделирования движения газожидкостной смеси в горизонтальном канале. Моделирование проводилось для воды в качестве рабочей жидкости, газовая фаза представляла собой микропузырьки.

### ВЫВОДЫ

Проведенные экспериментальные исследования двухфазного пузырькового течения в наклонном плоском канале позволяют сделать следующие выводы:

- структура течения существенно отличается от однофазного течения, что связано с неравномерным распределением газовой фазы по сечению;
- в изученных режимах имеет место эффект группировки пузырей в кластеры, а пузырьковый поток представляет собой чередование пузырьковых кластеров и однофазной жидкости с отдельными пузырями или без них;
- среднее трение и абсолютные пульсации в кластерах существенно выше, чем в области свободного от пузырей течения;
- во всех исследованных режимах трение на верхней стенке канала выше, чем в однофазной жидкости.

### УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$V_L$ — приведенная скорость жидкости, м/с,	$\bar{\tau}/\tau_w$ — средние по реализации относительные
$V_G$ — приведенная скорость газа, м/с,	среднеквадратичные пульсации трения
$\beta$ — расходное объемное газосодержание,	на стенке, %,
$\theta$ — угол наклона канала, градус,	$\tau_{\text{кластер}}$ — среднее касательное напряжение трения
$\alpha$ — локальное газосодержание,	в кластерах, Па,
$\alpha_{\text{сглаж}}$ — сглаженный сигнал фазы,	$\tau'_{\text{кластер}}$ — абсолютные пульсации трения на стенке
$y$ — поперечная координата, мм,	в кластерах, Па,
$\tau_w$ — среднее по реализации касательное напряжение трения, Па,	$\tau_{\text{вне}}$ — среднее касательное напряжение трения
$P(\tau)$ — плотность вероятности касательного напряжения трения на стенке,	в отсутствие кластеров, Па,
	$\tau'_{\text{вне}}$ — абсолютные пульсации трения на стенке
	в отсутствие кластеров, Па.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sun X., Kim S., Smith T. R., Ishii M. Local liquid velocity measurements in air-water bubbly flow // Exp. in Fluids. — 2002. — Vol. 33. — P. 653–662.
2. Magaud F., Souhar M., Wild G., Boisson N. Experimental study of bubble column hydrodynamics // Chemical Engng Science. — 2001. — Vol. 56. — P. 4597–4607.
3. Sanauallah K., Thomas N.H. Velocity and voidage profiles for steeply inclined bubbly flows in “segregated — disperse” regime // Exp. and Computational Aspects of Validation of Multiphase Flow CFD. Codes. — ASME Fluids Engng Division. — 1994. — Vol. 180. — P. 119–127.

4. **Кашинский О.Н., Чинак А.В., Каипова Е.В.** Пузырьковое газожидкостное течение в наклонном прямоугольном канале // Теплофизика и аэромеханика. — 2003. — Т. 10, № 1. — С. 71–78.
5. **Gabillet C., Colin C., Fabre J.** Experimental study of bubble injection in a turbulent boundary layer // Inter. J. of Multiphase Flow. — 2002. — Vol. 28. — P. 553–578.
6. **Andreussi P., Paglianti A., Silva F.S.**, Dispersed bubble flow in horizontal pipes // Chemical Engineering Science. — 1999. — Vol. 54. — P. 1101–1107.
7. **Davis M.R., Functamasan B.** Large scale structures in gas-liquid mixture flows // Inter. J. Multiphase Flow. — 1984. — Vol. 10, No. 6. — P. 663–676.
8. **Mudde R.F., Lee D.J., Reese J., Fan L.-S.** Role of coherent structures on Reynolds stresses in a 2-D bubble column // AIChE J. — 1997. — Vol. 43, No. 4. — P. 913–926.
9. **Cui Z., Fan L.S.** Turbulence energy distributions in bubbling gas-liquid and gas-liquid- solid flow systems // Chemical Engng Science. — 2004. — Vol. 59. — P. 1755–1766.
10. **Ogasawara T., Tagawa Y., Fujiwara A., Takagi S., Matsumoto Y.** The clustering phenomena near the wall in a turbulent bubbly channel flow // 3rd Inter. Symp. On Two-Phase Flow Modelling and Experimentation, Pisa, 22-24 September, 2004. — Paper JP 20. — 8 p.
11. **Zenit R., Koch D.L., Sangani A.S.** Measurements of the average properties of a suspension of bubbles rising in a vertical channel // J. Fluid Mech. — 2001. — Vol. 429. — P. 307–342.
12. **Накоряков В.Е., Бурдуков А.П., Кашинский О.Н., Гешев П.И.** Электродиффузионный метод исследования локальных характеристик турбулентных течений. — Новосибирск: Ин-т теплофизики, 1986. — 247 с.
13. **Nierhaus T., Abeele D.V., Deconinck H.** Direct numerical simulation of bubbly flow in the turbulent boundary layer of a horizontal parallel plate electrochemical reactor // Inter. J. Heat and Fluid Flow. — 2007. — Vol. 28. — P. 542–551.

*Статья поступила в редакцию 14 сентября 2007 г.*