

ПОЛУЧЕНИЕ ИНТЕНСИВНОГО МОЛЕКУЛЯРНОГО ПУЧКА
СО₂ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

А. А. Востриков, Ю. С. Куснер, А. К. Ребров, Б. Е. Семячкин

(Новосибирск)

Реализация идеи использования ядра струи расширяющегося газа для формирования молекулярного пучка потребовала создания сложных газодинамических установок и выявила ряд специфических требований для получения высокоинтенсивных молекулярных пучков. Основными из них можно считать требование больших скоростей откачки и обеспечение работы первого элемента системы формирования пучка — скиммера в условиях слабого взаимодействия со струей. В статье изложены результаты экспериментального исследования условий формирования молекулярного пучка из струи углекислого газа за звуковым соплом. Положение максимума интенсивности при комнатной температуре газа в источнике определяется комплексом $(p_0 d_*)^{0,4} \cdot K_{p\infty}$. Измерением интенсивности и масс-спектрометрическим анализом молекулярного пучка для конкретных условий установлено давление СО₂ в камере торможения, при котором начинается конденсация. Исследования проведены на генераторе молекулярного пучка с криогенной откачкой.

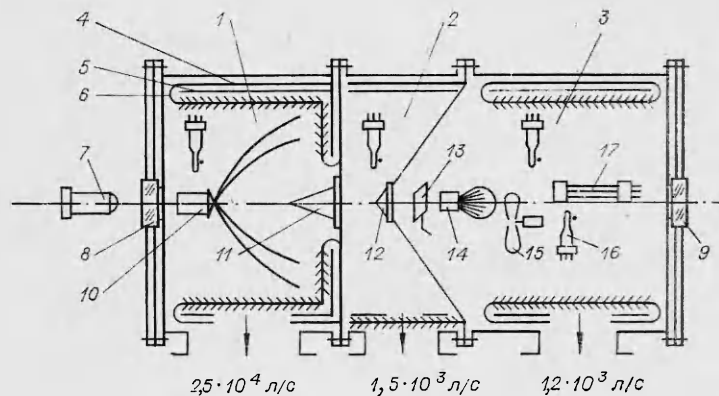
Взаимодействие струи со скиммером было предметом длительной дискуссии [1-3], имевшей целью выяснить расхождение между экспериментальными и теоретическими значениями абсолютной интенсивности пучка. Детальное изучение влияния геометрии скиммера на интенсивность молекулярного пучка проведено в работах [6, 7]. Однако режимы течения в указанных работах сильно различаются, при этом структура струи, как правило, диффузна. Проникающий в ядро струи фоновый газ существенно изменяет параметры молекулярного пучка [8-11]. Это затрудняет обобщение результатов измерения интенсивности пучка для различных скиммеров.

Дополнительные проблемы возникают при расширении с конденсацией. Влияние скиммера на характеристики конденсированного молекулярного пучка специально не изучалось.

В данной статье изложены результаты исследования интенсивности молекулярного пучка СО₂, формируемого из струи за звуковым соплом в широком диапазоне давлений торможения (от расширения однородного газа до течения с конденсацией), при изменении расстояния сопло — скиммер от $x = l_{c-ск}/d_* = 1$ до 134 калибров. Специальное внимание обращено на изучение условий получения молекулярного пучка максимальной интенсивности при слабом взаимодействии газового потока со скиммером.

Наряду с измерением общей интенсивности пучка проводился масс-спектрометрический анализ его состава. Это позволило определить условия начала конденсации в расширяющемся потоке и проследить ее влияние на интенсивность молекулярного пучка.

Эксперименты проводились на генераторе молекулярного пучка с криогенной откачкой [12]. Общий вид генератора и расположение



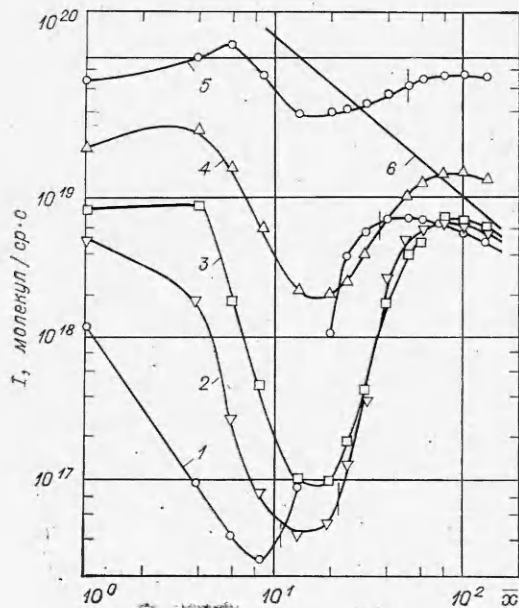
Фиг. 1

оборудования показаны на фиг. 1, где 1—3—секции скиммера, коллиматора и рабочая, 4—6—азотно-гелиевые криогенные насосы, 7—осветитель, 8, 9—окна, 10—источник CO_2 , 11—скиммер, 12—коллиматор, 13—заслонка, 14—эффузионный источник, 15—модулятор, 16—датчик общей интенсивности, 17—датчик масс-спектрометра МХ-7301. Экспериментальное оборудование 10—17 размещено на координатных устройствах, позволяющих производить необходимые перемещения в вакууме при юстировке, тарировке и экспериментах. Юстировка проводилась с помощью осветителя последовательной установкой по лучу скиммера, коллиматора, источника, датчика и эффузионного источника (при тарировке).

В экспериментах использовались: звуковое сопло с диаметром 1,91 мм; алюминиевый скиммер в виде усеченного полого конуса с углом внутреннего раскрытия 40° , наружного — 45° , с диаметром входного отверстия 4,11 мм и длиной конической части 116 мм; коллиматор с диаметром входного отверстия 3,24 мм; датчик общей интенсивности — ионизационная лампа ЛМ-2 с диаметром приемного отверстия 3 мм; анализатор МХ-7301 с диаметром коллимирующего отверстия 2,5 мм. Расстояние скиммер — детектор равнялось 887 мм. При регистрации молекулярного пучка использован метод синхронного детектирования [12].

Эксперименты проведены на технически чистой углекислоте. Температура газа в источнике поддерживалась в пределах комнатной, давление изменялось от 33 до 742 мм рт. ст. При этом разрежение в секциях генератора молекулярного пучка изменялось (в мм рт. ст.) от $8 \cdot 10^{-6}$ до $6 \cdot 10^{-5}$ — в скиммерной, от $1 \cdot 10^{-6}$ до $4 \cdot 10^{-6}$ — в коллиматорной, от $9 \cdot 10^{-7}$ до $2 \cdot 10^{-6}$ — в рабочей. Вакуумные характеристики генератора молекулярного пучка приведены в работе [13].

На фиг. 2 показано несколько типичных зависимостей абсолютной интенсивности I от нормированного по диаметру сопла расстояния сопло — скиммер x . Давление в источнике было равно 33,2; 134,2; 210,1; 361,5 и 742 мм рт. ст. (кривые 1—5 соответственно). Цифрой 6 обозначена теоретическая зависимость I_T от x , полученная для $\gamma=1,4$ и $p_0=33,2$ мм рт. ст. в случае свободномолекулярного обтекания скиммера [14]. Величина показателя адиабаты неизвестна. Однако для качественного сравнения расчетных данных с экспериментами можно принять $\gamma=1,4$. Это близко к реальным значениям, так как во всех исследованных случаях колебательно-поступательная релаксация заморожена [15].



Фиг. 2

Экспериментами данной работы установлено, что при $p_0 < < 190$ мм рт. ст. расширение CO_2 происходит без конденсации. Для этих условий рассмотрим изменение интенсивности молекулярного пучка в зависимости от относительного расстояния сопло — скиммер.

Сравним скиммер с датчиком массового расхода. Основное условие нормального функционирования ρu -датчика — носовой скачок уплотнения должен быть проглочен. Оно выполняется для чисел $\text{Re}_{\infty,2} = \rho_{\infty} u_{\infty} d / \mu_2 > 10$ [16] (здесь ρ_{∞} , u_{∞} — плотность и скорость газа на входе в скиммер; d — диаметр скиммера; μ_2 — вязкость газа за ударной волной). Значения $\text{Re}_{\infty,2} = 10$ на фиг. 2 обозначены вертикальной чертой. Во всех случаях они лежат правее минимума

интенсивности пучка, для которого $\text{Re}_{\infty,2}$ меняется в пределах $19 \div 23$, т. е. в области минимума носовой скачок проглочен. Следовательно, характер зависимости $I=f(x)$ на участке до минимума интенсивности включительно определяется процессами внутри скиммера, изменяющимися в соответствии с изменением чисел Маха и Рейнольдса на входе в скиммер.

Поскольку исследований течения внутри скиммера не проводилось, представления о характере зависимости для интенсивности могут быть построены на основе общего качественного рассмотрения.

Течение в скиммере можно рассмотреть как течение в сопле с заданным распределением скорости на входе при $M_{\infty} > 1$. Для потока из этого сопла коллиматор выполняет роль скиммера.

Заметим, что такие факторы, как появление ударных волн внутри сопла, нарастание пограничного слоя, удаление скиммера от сопла, должны приводить к уменьшению абсолютной интенсивности пучка.

Наличие минимума после резкого уменьшения интенсивности в области, где носовой скачок проглочен, свидетельствует об ослаблении эффектов перехода кинетической энергии потока в ударных волнах в тепловую. Это может быть связано с соответствующей перестройкой ударной структуры (например, переходом от диска Маха к x -образной конфигурации и вообще исчезновением ударных волн на оси потока). Влияние этих факторов продолжает сказываться и на больших расстояниях x .

Как известно [16], измерения ρu -датчиками дают заниженные значения расходов при $\text{Re}_{\infty,2} \leq 10$. Это объясняется тем, что с увеличением разреженности течения растет толщина вытеснения и уменьшается эффективный диаметр входного отверстия датчика.

В данном случае в области $\text{Re}_{\infty,2} \leq 10$, несмотря на уменьшение плотности набегающего потока с увеличением x , имеет место резкий рост регистрируемой интенсивности после минимума. Это свидетельствует об улучшении проницаемости вязкой области внутри скиммера и постепенном

переходе к молекулярному режиму при обтекании скиммера и течении внутри него.

На фиг. 3 показана зависимость интенсивности молекулярного пучка от давления в источнике при $x=134$, т. е. максимальном расстоянии сопло—скиммер в экспериментах данной работы. Здесь же пунктирной линией для частного случая $\gamma=1,4$ показан ход теоретической зависимости интенсивности от p_0 .

На фиг. 3 видно, что в области $p_0 < 190$ мм рт. ст., где расширение CO_2 идет без конденсации, интенсивность пучка при увеличении давления изменяется слабо. К факторам, задерживающим рост интенсивности, можно отнести: 1) усиление взаимодействия со скиммером; 2) ослабление неравновесности расширения и связанное с ним уменьшение показателя адиабаты; 3) развитие процесса предконденсации — увеличение числа димеров, тримеров и т. д.

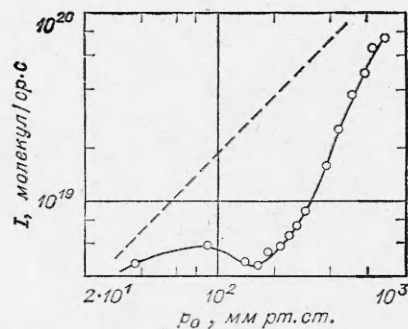
Рассмотрим влияние давления p_0 на интенсивность пучка при постоянном числе Кнудсена (Kn_∞) на входе в скиммер. Kn_∞ определим по параметрам набегающего потока (используем закон изменения вязкости от температуры с показателем 0,87 [17]) и диаметру скиммера. Kn_∞ вместе с числом Маха (M_∞), которое можно найти, например, по зависимости из работы [18], определяют условия взаимодействия газа с носком скиммера заданной геометрии и постоянной температуры.

При увеличении p_0 и $\text{Kn}_\infty = \text{const}$ увеличивается расстояние сопло — скиммер и, следовательно, если сохраняется неизменным показатель адиабаты, возрастает число Маха на входе в скиммер. При этих условиях рост M_∞ должен привести к ослаблению рассеяния молекул при взаимодействии со скиммером, следовательно, должна вырасти относительная интенсивность пучка, нормированная к теоретической при некотором значении $\gamma = \text{const}$. Данные таблицы свидетельствуют о противоположной тенденции. (В ней представлены значения нормированной интенсивности пучка I/I_T в области $p_0 = 33 \div 185$ мм рт. ст., а также расстояние сопло — скиммер и число Маха, которые реализуются при $\text{Kn}_\infty = 1,5$ и $\gamma = 1,4$.)

Из изложенного следует, что наличием взаимодействия потока со скиммером нельзя объяснить относительное понижение интенсивности пучка правее максимума кривых (см. фиг. 2) для рассматриваемых условий.

Перейдем к разбору релаксационных эффектов, связанных с энергообменом во внутренних степенях свободы.

Согласно оценкам по методике работы [19], в исследованном диапазоне p_0 и x замораживание процесса поступательной релаксации возможно; процесс колебательно-поступательной релаксации CO_2 заморожен [15]. Величина $p_0 d_*$ изменяется приблизительно в пределах от 60 до 400 мм рт. ст. · мм, при этом в струе имеет место вращательная неравновесность



Фиг. 3

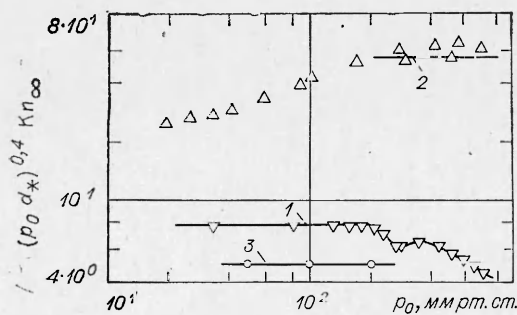
p_0 , мм рт. ст.	33.2	83.8	134.2	152.5	184.8
I/I_T	0,35	0,25	0,17	0,15	0,14
x	49,5	84,5	111	119	133
M_∞	17,0	21,4	23,8	24,5	25,8

[20, 21]. Следовательно, расширение CO_2 может происходить с показателем адиабаты γ даже большим 1,4, при этом увеличение p_0 приводит к уменьшению γ . Для струи со свободными границами уменьшение показателя адиабаты при увеличении $p_0 d_*$ сопровождается отклонением от равновесного распределения плотности ниже изэнтропического и уменьшением числа Маха на оси струи. Например, при изменении γ от 1,5 до 1,4 расчетное значение интенсивности пучка уменьшается приблизительно в 3,3 раза.

Третий фактор — процесс предконденсации — также приводит к уменьшению среднемассового показателя адиабаты в результате выделения теплоты конденсации. Однако этот эффект вплоть до начала конденсации вряд ли является определяющим из-за малой доли образовавшихся частиц в общем потоке.

Следовательно, характер зависимости I от p_0 , показанной на фиг. 3, при расширении без конденсации ($p_0 < 190$ мм рт. ст.) наиболее существенным образом определяется неравновесностью расширения и связанным с этим изменением γ .

Наибольший интерес, с точки зрения нахождения оптимальногоостояния сопло — скиммер, представляют положения максимума на кривых интенсивности. В данной работе сделана попытка обобщить имеющийся экспериментальный материал с целью определения условий, при которых реализуется максимальная интенсивность для данной молекулярно-пучковой системы. Обработка опытных результатов данной работы и работ [6, 9] показала корреляцию между комплексом $p_0 d_*$, характеризующим условия расширения газа в струе при заданной температуре торможения, и Kn_∞ , характеризующим режим обтекания скиммера. Оказалось что для CO_2 и N_2 при комнатной температуре газа в источниках положении максимума отвечает постоянное значение комплекса $(p_0 d_*)^{0,4} \cdot \text{Kn}_\infty = \text{const}$. На фиг. 4 показана зависимость комплекса $(p_0 d_*)^{0,4} \times \text{Kn}_\infty$ от давления в источнике. Кривая 1 относится к результатам данной работы (скиммер $40^\circ/45^\circ$), кривая 2 — результаты работы [6] с N_2 (скиммер $25^\circ/32^\circ$ с диаметрами 0,76 и 1,12 мм). Кривая 3 — данные работы [9] с CO_2 (скиммер $30^\circ/40^\circ$). В данной работе комплекс $(p_0 d_*)^{0,4} \cdot \text{Kn}_\infty = 7,7 (\text{мм рт. ст.} \cdot \text{мм})^{0,4}$ вплоть до $p_0 \approx 190$ мм рт. ст. В работе [6] (см. фиг. 4, кривая 2) отклонение комплекса $(p_0 d_*)^{0,4} \cdot \text{Kn}_\infty$ от постоянного значения, очевидно, вызвано влиянием молекул фона в секции расширения. В работах [9–11] показано, что увеличение давления фона в секции скиммера при постоянном p_0 приводит к смещению положения максимума интенсивности вверх по потоку при одновременном уменьшении абсолютного значения интенсивности. Следует заметить, что проникновение в ядро струи газа окружающего пространства обусловлено не только уровнем давления



Фиг. 4

фона, но и режимом течения, т. е. проницаемостью струи. В работе [22] показано, что в качестве определяющего критерия проницаемости струи молекулами окружающего пространства может использоваться комплекс $\text{Re}_L = \text{Re}_* / (p_0/p_1)^{1/2}$, где Re_* — число Рейнольдса, определенное по параметрам в критическом сечении и диаметру среза сопла, и p_1 — давление фона. В работе [6] (см. фиг. 4, кривая 2) влияние фо-

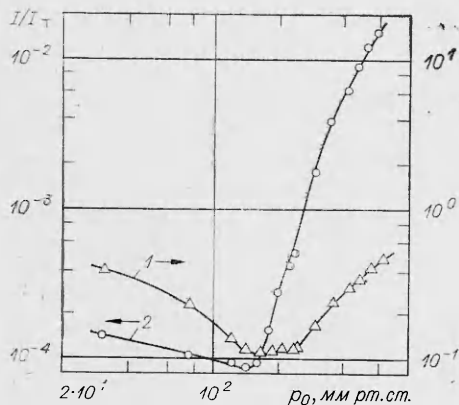
на становится заметным при $p_0 \leq 150$ мм рт. ст.; $p_1 \leq 4 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст. и $Re_L \leq 50$.

Рассмотрим выявленные в данной работе особенности в поведении зависимости интенсивности молекулярного пучка CO_2 от давления в области $p_0 \geq 190$ мм рт. ст. На фиг. 3 видно, что, начиная с $p_0 \approx 190$ мм рт. ст., дальнейшее увеличение давления в источнике приводит к росту интенсивности пучка. Более отчетливо изменение характера зависимости интенсивности от p_0 видно на фиг. 5, где показана зависимость нормированной к теоретической интенсивности I/I_T от p_0 в точках максимума (кривая 1) и минимума (кривая 2). Уменьшение величины I/I_T сменяется при $p_0 \approx 190$ мм рт. ст. резким ростом. Наблюдаемый эффект нельзя объяснить, исходя из обычных представлений о расширении однородного газового потока. Поэтому к его объяснению привлекают представления о конденсации в расширяющемся потоке.

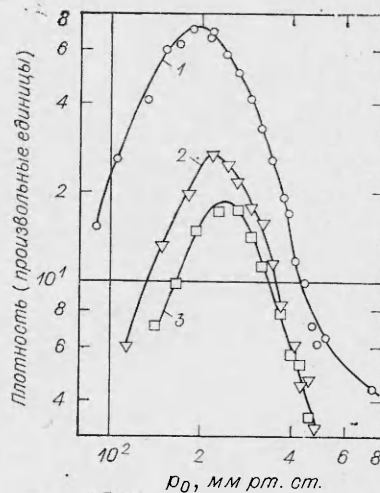
Впервые вывод о том, что рост интенсивности связан с процессом конденсации, сделан в работе [23] и нашел подтверждение в работах [24,25] при изучении конденсированных частиц. Процесс конденсации приводит к уменьшению среднемассового показателя адиабаты и, следовательно, к уменьшению плотности числа частиц на оси струи в сравнении с изэнтропическим распределением. Это подтверждается результатами, приведенными на фиг. 4. На фиг. 4 видно, что в области $p_0 = 190 \div 742$ мм рт. ст. при увеличении p_0 комплекс $(p_0 d_*^{0.4} \cdot Kn_\infty)$ не остается постоянным, а непрерывно уменьшается. Интересно, что расстояние сопло—скиммер, на котором реализуется максимум и минимум интенсивности, несмотря на увеличение p_0 , практически не изменяется (см. фиг. 2).

Наблюдаемое на фиг. 3 и 5 увеличение интенсивности молекулярного пучка в области $p_0 > 190$ мм рт. ст., по-видимому, является следствием неравновесного обогащения оси струи тяжелыми кластированными частицами. В датчике интенсивности при столкновении со стенками кластеры распадаются вплоть до мономеров; увеличиваются число частиц в объеме датчика и регистрируемый сигнал.

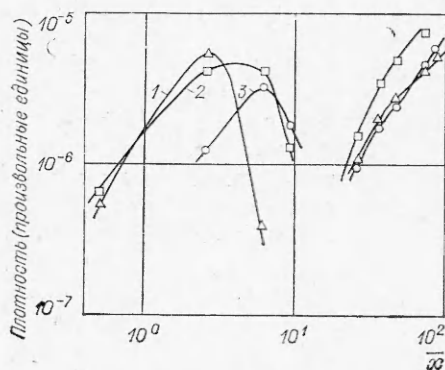
Увеличение числа частиц в пересчете на мономеры на оси струи может быть связано с тем, что в процессе конденсации тепловая скорость кластеров уменьшается, т. е. уменьшается разлет кластированных частиц. В таком случае увеличение интенсивности при повышении p_0 обусловли-



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

сивности в области максимального влияния вязких эффектов, т. е. в области минимума абсолютной интенсивности молекулярного пучка. Видимо, рассеяние кластеров существенно меньше, чем мономеров.

Использование масс-спектрометрической диагностики позволило получить распределение плотности димеров, тримеров и четырехмеров в молекулярном пучке CO_2 в зависимости от p_0 и x . На фиг. 6 показана зависимость плотности димеров, тримеров и четырехмеров (кривые 1—3) от p_0 при $x=77$. Увеличение расстояния сопло — скиммер не изменяет характера зависимости. Максимум димеров наблюдается при $p_0 = 190$ мм рт. ст.

Уменьшение концентрации димеров, тримеров и четырехмеров при $p_0 > 190$ мм рт. ст. свидетельствует о переходе процесса зародышеобразования в процесс собственно конденсации — бурный рост капель после достижения зародышами критического размера. Можно связать начало этого процесса с моментом образования максимальной концентрации димеров, причем принято [25, 27, 28] характеризовать его при фиксированной температуре газа в источнике величиной $p_0 d_*$. В данном случае $p_0 d_* \approx 365$ мм рт. ст. · мм.

На фиг. 7 показана зависимость плотности димеров от x для следующих давлений в источнике: 120, 200 и 300 мм рт. ст. (соответственно кривые 1—3). Уменьшение количества димеров наблюдается лишь в области максимального взаимодействия потока со скиммером.

Изложенные результаты показывают, сколь сложной является зависимость характеристик пучка от физических процессов при расширении газов и условий взаимодействия потока со скиммером. Во многих случаях [3, 6, 8, 10, 11] решающим фактором являются реализуемые режимы течения и давление остаточного газа в секции расширения. Полученные данные уточняют условия выбора оптимальных параметров молекулярно-пучковой системы. Этот вопрос еще нуждается в разработке.

Описанный в данной работе генератор молекулярного пучка, как показали первые измерения, можно использовать для изучения процесса неравновесной конденсации газов.

Поступила 28 III 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Bier K., Hagena O. Influence of shock waves on generation of high — intensity molecular beams by nozzles. Rarefied Gas Dynamics. 3d Intern. Symp. Proc. Vol. 1, N. Y.—L., Acad. Press., 1963, p. 478.

2. Skinner G. T., Moyzis J. Experimental study of the collimation problem in a high — intensity molecular beam. *Phys. Fluids*, 1965, vol. 8, N 3. p. 452.
3. Bier K., Hagena O. Optimum conditions for generating supersonic molecular beams. *Rarefied Gas Dynamics. 4th Internat. Sympos. Proc. Vol. 2*, N. Y. L., Acad. Press, 1966.
4. Mc Michael G. E., French G. B. Electron — beam studies of skimmer interaction in a free jet. *Phys. Fluids*, 1966, v. 9, N 7. p. 1419.
5. Скофроник. Интенсивный источник пучков с соплом для измерения полных эффективных сечений столкновения молекул.— ПНИ, 1967, № 1.
6. Bossel U., Hurlbut F. C., Sherman F. S. Extraction of molecular beams from near-inviscid hypersonic free jets. *Rarefied Gas Dynamics. 6th Internat. Sympos. Proc. Vol. 2*, N. Y.—L., Acad. Press, 1966, p. 945.
7. Bossel U. On the optimization of skimmer geometries. *Entropie*, 1971, N 42. p. 12.
8. Fenn J. B., Anderson J. B. Background and sampling effects in free jet studies by molecular beam measurements. *Rarefied Gas Dynamics. 4th Internat. Sympos. Proc. Vol. 2*, N. Y.—L., Acad. Press, 1966, p. 311.
9. Brown R. F., Heald J. H. Background gas scattering and skimmer interaction studies using a cryogenically pumped molecular beam generator. *Rarefied Gas Dynamics. 5th Internat. Sympos. Proc. Vol. 2*, N. Y.—L., Acad. Press, 1967, p. 1407.
10. Govers T. R., Leroy R. L., Deckers J. M. The concurrent effects of skimmer interactions and background scattering on the intensity of a supersonic molecular beam. *Rarefied Gas Dynamics. 6th Internat. Sympos. Proc. Vol. 2*, N. Y.—L., Acad. Press, 1969, p. 985.
11. Campargue R. Dimensionless number linked to background and skimmer jet interaction in nozzle beam generation. *Rarefied Gas Dynamics. 6th Internat. Sympos. Proc. Vol. 2*, N. Y.—L., Acad. Press, 1969, p. 1003.
12. Востриков А. А., Куснер Ю. С., Ребров А. К., Семячкин Б. Е. Генератор молекулярного пучка.— В кн.: Экспериментальные методы в динамике разреженных газов. Под ред. чл.-кор. АН СССР С. С. Кутателадзе. Новосибирск, 1974.
13. Великанов Е. Г., Востриков А. А., Выдрин Л. В., Ребров А. К., Семячкин Б. Е. Генератор молекулярного пучка с комбинированной откачкой.— Труды V Всесоюз. конф. по вакуумной технике. Казань, 1972.
14. Паркер, Запата, Скотт. Применение источников сверхзвуковых пучков в исследованиях при малой плотности и высокой скорости.— В кн.: Газодинамика разреженных газов. М., ИЛ, 1963.
15. Beylich A. F. Experimental investigation of carbon dioxide jet plumes. *Phys. Fluids*, 1971, vol. 14, N 5, p. 898.
16. Potter G., Arney G., Kinslow M., Garden V. Gasdynamics diagnostics of high — speed flow expanded from plasma — states. *IEEE Transactions on nuclear science.*, 1964, N 1, p. 145.
17. Дашман С. Научные основы вакуумной техники. М., «Мир», 1964.
18. Ashkenas H., Sherman F. S. The structure and utilization of supersonic free jets in low density wind tunnels. *Rarefied Gas Dynamics. 4th Internat. Sympos. Proc. Vol. 2*. N. Y.—L., Acad. Press, 1966, p. 84.
19. Draper J. S., Hill J. A. F. Rarefaction in underexpanded flows. *AIAA J.*, 1969, vol. 7, N 7.
20. Marrone P. V. Temperature and density measurements in free jets and shock waves. *Phys. of Fluids*, 1967, v. 10, N 3, p. 521.
21. Nakamura Y. Temperature and density measurements of induction heated free jets of N₂ and N₂ seeded Ar. *University of South. Calif.*, № 116, 1970.
22. Кисляков Н. И., Ребров А. К., Шарафутдинов Р. Г. Диффузионные процессы в зоне сверхзвуковой струи низкой плотности.— ПМТФ, 1973, № 1.
23. Becker E. W., Bier K., Henkes W. Strahlen aus kondensierten Atomen und Molekeln im Hochvakuum. *Z. Physik.*, 1956, Bd. 146, N 3, S. 333.
24. Klingelhofer R., Moser H. O. Production of large hydrogen clusters in condensed molecular beams. *J. Appl. Phys.*, 1972, v. 43, N 11, p. 4575.
25. Golomb D., Good R. E., Bailey A. B., Busby M. R., Dawbarn R. Dimers, clusters, and condensation in free jets. *J. Chem. Phys.*, 1972, v. 57, N 9, p. 3844.
26. Давыдов Л. М. Исследование неравновесной конденсации в сверхзвуковых соплах и струях.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1971, № 3.
27. Hagena O. F., Obert W. Cluster formation in expanding jets: effect of pressure, temperature, test gas, and nozzle size. *J. Chem. Phys.*, 1973, v. 56, N 5, p. 1793.
28. Griffin J. L., Sherman P. M. Computer analysis of condensation in highly expanded flows. *AIAA J.*, 1965, v. 3, N 10.