

ЛИТЕРАТУРА

1. О. М. Белоцерковский, Л. М. Биберман и др. ТВТ, 1969, 7, 3.
2. В. В. Боголепов, Ю. Г. Елькин. Уч. зап. ЦАГИ, 1971, 2, 2.
3. В. Б. Олстед. Ракетная техника и космонавтика, 1971, 9, 1.
4. Л. Б. Келлис. Ракетная техника и космонавтика, 1971, 9, 4.
5. Ю. П. Головачев, Ф. Д. Попов. ПМТФ, 1972, 5.
6. Бай-Ши-и. Динамика излучающего газа. М., «Мир», 1968.
7. А. Н. Крайко. Инж. ж., 1964, 4, 3.
8. Р. Де Риенцо, А. Д. Пэллоун. Ракетная техника и космонавтика, 1967, 5, 2.

УДК 533.6.011.6

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ О НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНЕ С УЧЕТОМ НЕРАВНОВЕСНЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ И ГАЗОФАЗНЫХ РЕАКЦИЙ

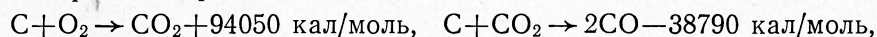
А. М. Гришин, В. И. Зинченко
(Томск)

Нестационарный пограничный слой сжимаемого газа исследовался в ряде работ [1—4]. При этом нестационарность в пограничном слое являлась следствием либо малой временной протяженности процессов со времени начала эксперимента, либо объяснялась зависимостью граничных условий от времени.

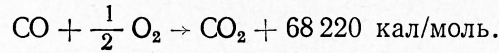
В данной работе с помощью ЭЦВМ получены решения ряда нестационарных задач пограничного слоя с учетом гомогенных и гетерогенных химических реакций. Для ряда задач расчеты проводились до выхода на стационарный режим протекания процесса, при этом подтвердились аналитически найденные различные режимы горения. Показано, что тепловые потоки в твердое тело в начальные моменты времени могут значительно возрастать. Найдено, что при больших величинах чисел Дамкеллера стационарные режимы могут не реализовываться, а происходит периодический колебательный процесс, обусловленный взаимосвязью механизмов диффузии и теплопроводности, с одной стороны, и протекания гомогенной химической реакции — с другой. Поскольку расчеты проводились при постоянных во времени граничных условиях, нестационарность течения в пограничном слое может быть объяснена протеканием объемных химических реакций.

ПОСТАНОВКА СОПРЯЖЕННОЙ ЗАДАЧИ О НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНЕ

Рассмотрим обтекание лобовой критической точки тела вращения, выполненного из углеграфитового материала, четырехкомпонентным потоком газа, состоящим из CO , O_2 , CO_2 и N_2 . Термодинамические параметры этих компонентов будем в дальнейшем отмечать индексами 1, 2, 3, 4 соответственно. Считаем, что на поверхности тела имеют место экзотермическая первичная и эндотермическая вторичная необратимые гетерогенные реакции



а в пограничном слое происходит сгорание окиси углерода



Определим поля температур в пограничном слое и твердом теле, характеристики тепломассообмена и воспламенения и исследуем влияние допущения о квазистационарности процессов в газовой фазе на эти характеристики.

Математически поставленная задача сводится к решению системы уравнений нестационарного пограничного слоя и уравнения теплопроводности в твердом теле, записанных в безразмерном виде:

$$\frac{d}{d\eta} \left(l \frac{d^2 f}{d\eta^2} \right) + f \frac{d^2 f}{d\eta^2} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 - \frac{\rho_e}{\rho} \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{l}{\text{Pr}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + f \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{1}{2\Delta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \text{Dam} \cdot \frac{M_3}{M_1} W, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{l}{\text{Sc}} \frac{\partial c_1}{\partial \eta} \right) + f \frac{\partial c_1}{\partial \eta} = \frac{1}{2\Delta} \frac{\partial c_1}{\partial \tau} + \gamma \text{Dam} \frac{q_1}{q} W, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{l}{\text{Sc}} \frac{\partial c_3}{\partial \eta} \right) + f \frac{\partial c_3}{\partial \eta} = \frac{1}{2\Delta} \frac{\partial c_3}{\partial \tau} - \gamma \text{Dam} \frac{q_1 M_3}{q M_1} W, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{l}{\text{Sc}} \frac{\partial c_4}{\partial \eta} \right) + f \frac{\partial c_4}{\partial \eta} = \frac{1}{2\Delta} \frac{\partial c_4}{\partial \tau}, \quad \frac{\rho_e}{\rho} = \frac{1 + \beta \theta}{1 + \beta \theta_e} \frac{\sum_{\alpha=1}^4 c_{\alpha} / M_{\alpha}}{\sum_{\alpha=1}^4 c_{\alpha e} / M_{\alpha}}, \quad (5)$$

$$W = c_1 \left(\frac{c_2}{M_2 \sum_{i=1}^4 \frac{c_i}{M_i}} \right)^{0,25} \cdot (1 + \beta \theta)^{-1,25} \exp \left(\frac{b \theta}{1 + \beta \theta} \right),$$

$$\beta = \frac{RT_*}{E_1}, \quad b = \frac{E}{E_1},$$

$$\text{Dam} = \frac{T_*^{-3,25} E_1 q k \exp \left(-\frac{E}{RT_*} \right)}{2 \beta_x P_e c_p}, \quad \theta = \frac{(T - T_*) E_1}{RT_*^2},$$

$$\gamma = \frac{c_p RT_*^2}{q_1 E_1}, \quad \Delta = \beta_x t_*, \quad t_* = \frac{r_*^2 \rho_e c_{pe}}{\lambda_e}, \quad \tau = \frac{t}{t_*},$$

$$\beta_x = \frac{du_e}{dx} \Big|_{x=0}, \quad l = \frac{\rho \mu}{\rho_e \mu_e},$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} - \frac{\rho_w}{\rho_s} (\bar{\rho v})_w \gamma \sqrt{\pi x} \frac{\partial \theta_s}{\partial y_s} = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y_s^2}, \quad (6)$$

$$r_* = \frac{\lambda_e RT_*^2 \exp \left(\frac{E_1}{RT_*} \right)}{\rho_e E_1 q_1 k_1},$$

$$(\bar{\rho v})_w = \left(\frac{M_3}{M_2} - 1 \right) c_{2w} \exp \left(\frac{\theta_w}{1 + \beta \theta_w} \right) + \left(2 \frac{M_1}{M_3} - 1 \right) a c_{3w} \exp \frac{b_1 \theta_w}{1 + \beta \theta_w},$$

$$a = \frac{k_2}{k_1} \exp \left(\frac{E_1 - E_2}{RT_*} \right), \quad b_1 = \frac{E_2}{E_1}, \quad y_s = -\frac{y}{r_*} \sqrt{\frac{\lambda_e \rho_s c_s}{\lambda_s \rho_e c_{pe}}},$$

$$\pi_x = \frac{\lambda_e \rho_s c_{ps}}{\lambda_s \rho_e c_{pe}}.$$

Здесь η — безразмерная переменная А. А. Дородницына в форме Лиза; f, θ — безразмерные функция тока и температура; Da — число Дамкеллера; c_i — массовые концентрации компонентов; Δ — отношение характерного химического времени для первичной гетерогенной реакции к характерному механическому времени¹ $(\beta_x)^{-1}$; y_s — безразмерная пространственная координата в твердом теле, ось y_s направлена вправо от границы раздела сред; $\tau = t/t_*$ — безразмерное время; t_* — характерное «химическое» время; K_e — безразмерный коэффициент тепловой активности твердого тела; $E, q, k, E_1, q_1, k_1, E_2, q_2, k_2$ — энергии активации, теплоты химических реакций и предэкспоненциальные множители для гомогенной, первичной и вторичной гетерогенных реакций соответственно; ρ — плотность; c_p — теплоемкость; λ — коэффициент теплопроводности; μ — динамическая вязкость газовой смеси; M_i — молекулярные веса компонентов; $\beta, \gamma, \lambda_x, a, b, b_1$ — безразмерные числовые параметры, физический смысл которых очевиден образом вытекает из формул для этих величин, приведенных выше; Pr, Sc — числа Прандтля и Шмидта; индексы $\omega, *$ приписываются параметрам при $\eta=0$ и характерным величинам соответственно, индекс e отвечает величинам на внешней границе пограничного слоя, а индекс s используется для обозначения характеристик твердого тела.

При записи системы уравнений (1) — (6) предполагалось, что функция тока зависит от времени параметрически, удельные теплоемкости компонентов считались постоянными и одинаковыми величинами. Предполагалось также, что четырехкомпонентная смесь газов является эффективной бинарной смесью.

Следует отметить, что при введении переменных Дородницына — Лиза оператор перехода для временной координаты

$$\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{u_e r^k}{\sqrt{2\xi}} \int_0^y \frac{\partial \rho}{\partial t} dy \right) \frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial t} + \left[\int_0^\eta \frac{\partial}{\partial t} \left(\ln \frac{\rho}{\rho_e} \right) d\eta \right] \frac{\partial}{\partial \eta}.$$

Как показывают расчеты, величина отношения

$$\bar{a} = \frac{(\partial T / \partial \eta)(\partial \eta / \partial \tau)}{\partial T / \partial \tau} \sim a = \frac{(\partial T / \partial \eta)(\partial \eta / \partial \tau)}{f(\partial T / \partial \eta)} = \frac{\partial \eta / \partial \tau}{f} \quad (7)$$

достаточно мала (см. таблицу, где даны различные a для ряда значений η и τ).

τ	η					
	0,15	0,75	1,20	1,50	1,80	2,10
32,187	$0,41 \cdot 10^{-1}$	$0,76 \cdot 10^{-1}$	$0,39 \cdot 10^{-1}$	$0,28 \cdot 10^{-1}$	$0,22 \cdot 10^{-1}$	$0,17 \cdot 10^{-1}$
112,997	$0,6 \cdot 10^{-3}$	$0,7 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-3}$	$0,15 \cdot 10^{-1}$	$0,40 \cdot 10^{-1}$	$0,34 \cdot 10^{-1}$

Если $\eta \rightarrow \infty$, то, используя правило Лопиталья, легко получаем

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} a = \lim_{\eta \rightarrow \infty} \frac{(\partial / \partial \tau)(\ln \rho / \rho_e)}{f'} = 0.$$

Аналогичные результаты получаются, если оценивать величину a , используя формулы для приближенного вычисления интегралов [6]. Поэтому в выписанных выше уравнениях сохранения массы компонентов и энергии считалось, что $\partial / \partial \tau' = \partial / \partial \tau$.

¹ Величина $\beta_x = \frac{3}{2} u_\infty / r_w$ при дозвуковом обтекании сферы в окрестности лобовой критической точки, где u_∞ — невозмущенная скорость однородного поступательного потока, а r_w — радиус сферы. При гиперзвуковом обтекании величина β_x определяется по формуле Ньютона [5].

Для поставленной задачи граничные и начальные условия системы (1) — (6) имеют вид:

$$f'_\eta(\infty) = 1, \theta(\tau, \infty) = \theta_e, c_i(\tau, \infty) = c_{ie}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (8)$$

$$\frac{\lambda_w}{\lambda_e} \frac{\rho_w}{\rho_e} \sqrt{\frac{2\Delta}{Pr_e}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_w + \frac{\rho_w}{\rho_e} \left(c_{2w} \exp \frac{\theta_w}{1 + \beta \theta_w} - a \frac{M_1}{M_3} \frac{q_2}{q_1} c_{3w} \exp \frac{b_1 \theta_w}{1 + \beta \theta_w} \right) - \pi_\sigma [(1 + \beta \theta)^4 - (1 + \beta \theta_e)^4] = -K_\varepsilon \left(\frac{\partial \theta}{\partial y_s} \right)_w, \quad (9)$$

$$-\frac{\lambda_w}{\lambda_e} Le \sqrt{\frac{2\Delta}{Pr_e}} \left(\frac{\partial c_1}{\partial \eta} \right)_w + \gamma c_{1w} (\bar{\rho v})_w = 2\gamma a \frac{M_1}{M_3} c_{3w} \exp \frac{b_1 \theta_w}{1 + \beta \theta_w}, \quad (10)$$

$$-\frac{\lambda_w}{\lambda_e} Le \sqrt{\frac{2\Delta}{Pr_e}} \left(\frac{\partial c_3}{\partial \eta} \right)_w + \gamma c_{3w} (\bar{\rho v})_w = \gamma \left[\frac{M_3}{M_2} c_{2w} \exp \frac{\theta_w}{1 + \beta \theta_w} - a c_{3w} \exp \frac{b_1 \theta_w}{1 + \beta \theta_w} \right], \quad (11)$$

$$-\frac{\lambda_w}{\lambda_e} Le \sqrt{\frac{2\Delta}{Pr_e}} \left(\frac{\partial c_4}{\partial \eta} \right)_w + \gamma c_{4w} (\bar{\rho v})_w = 0, \quad (12)$$

$$f'(0) = 0, \quad f_w = -\frac{\gamma (\bar{\rho v})_w}{\sqrt{2\Delta Pr_e}} \frac{\rho_w}{\rho_e}, \quad (13)$$

$$\theta_s(\tau, \infty) = \theta_{s0} = 0, \quad (14)$$

$$\theta(0, \eta) = \theta_e, c_i(0, \eta) = c_{ie}, i = 1, 2, 3, 4, \theta_s(0, y_s) = \theta_{s0} = 0, \quad (15)$$

$$K_\varepsilon = \sqrt{\frac{\lambda_s \rho_s c_s}{\lambda_e \rho_e c_{pe}}}, \quad \pi_\sigma = \frac{\varepsilon \sigma T_*^2 r_* E_1}{\lambda_e R}.$$

Здесь f_w — безразмерный массовый унос материала твердого реагирующего тела; π_σ — безразмерный параметр, характеризующий плотность потока излучения; ε — степень черноты; σ — постоянная Стефана — Больцмана.

При записи граничных условий на поверхности разрушающегося тела скорость массового уноса определялась суммарной массой вещества, образующегося на единице площади за единицу времени во всех гетерогенных реакциях. Кинетические постоянные для гетерогенных реакций брались из работы [7] и для гомогенной — из [8].

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ СТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОМАССООБМЕНА И ГОРЕНИЯ РЕАГИРУЮЩЕГО ГАЗА В ОКРЕСТНОСТИ ЛОБОВОЙ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ НАГРЕТОГО ИНЕРТНОГО ТЕЛА

Выясним, при каких условиях реализуются стационарные режимы горения в газовой фазе и дадим классификацию этих режимов. С этой целью решим аналитически задачу об обтекании смесью газов инертного нагретого тела с постоянной температурой T_w поверхности термостата.

Температура газовой смеси на бесконечности $T_e \ll T_w$, в результате чего гомогенная химическая реакция горения окиси углерода имеет место только вблизи нагретой поверхности. Для получения аналитического решения поставленной задачи сделаем ряд упрощающих допущений. Будем считать дополнительно, что числа Прандтля и Шмидта постоянны, $l = 1$, кислород находится в избытке, а

$$\rho_e/\rho = (1 + \beta\theta)/(1 + \beta\theta_e).$$

Последнее допущение эквивалентно допущению о постоянстве молекулярного веса смеси.

Математически поставленная выше задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^3 f}{d\eta^3} + f \frac{d^2 f}{d\eta^2} = \frac{1}{2} \left(f'^2 - \frac{1 + \beta\theta}{1 + \beta\theta_e} \right), \quad (16)$$

$$\frac{1}{Pr} \frac{d^2 \theta}{d\eta^2} + f \frac{d\theta}{d\eta} = - \text{Dam} \frac{M_3}{M_1} W, \quad (17)$$

$$\frac{1}{Sc} \frac{d^2 c_1}{d\eta^2} + f \frac{dc_1}{d\eta} = \gamma \text{Dam} W, \quad (18)$$

$$\frac{1}{Sc} \frac{d^2 c_3}{d\eta^2} + f \frac{dc_3}{d\eta} = - \gamma \text{Dam} \frac{M_3}{M_1} W \quad (19)$$

с граничными условиями

$$f(0) = 0, f'(0) = 0, \theta(0) = \theta_w, c_i'(0) = 0, \quad (20)$$

$$f'(\infty) = 1, c_i(\infty) = c_{ie}, \theta(\infty) = \theta_e. \quad (21)$$

При решении краевой задачи (16)–(21) имелось в виду, что концентрация азота $c_4 = \text{const}$.

Обозначения, принятые в данном параграфе, совпадают с обозначениями, введенными ранее, однако в данной задаче следует полагать $E_1 = E$, $q_1 = q$, а в качестве характерного «химического» времени принимать величину

$$t_* = \frac{P_e T_*^{1.25}}{Rk} \exp \frac{E}{RT_*}.$$

Известно, что химическая реакция может протекать как в кинетическом, так и в диффузионном режиме. Для кинетического режима характерна малая скорость химической реакции, поэтому он реализуется при достаточно низкой температуре или достаточно высокой скорости течения (квазизамороженное течение).

Для диффузионного режима характерна высокая скорость химической реакции, поэтому он реализуется для достаточно больших температур (квазиравновесные течения). Диффузионный режим для заранее перемешанных реагирующих газов можно называть также квазиравновесным режимом протекания гомогенных химических реакций.

Если газ не воспламеняется, то реализуется кинетический режим, а при горении газа — квазиравновесный. В связи с этим применим известное условие зажигания Я. Б. Зельдовича [9], в нашем случае имеющее вид

$$\left. \frac{d\theta}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad (22)$$

для определения критического числа Дамкеллера $(\text{Dam})_*$, разделяющего эти два режима. Физический смысл этого условия состоит в том, что на пределе зажигания тело не отдает тепло реагирующему газу, так как его температура вследствие тепловыделения от химической реакции в окрестности тела достаточно высока. Выбираем в качестве характерной температуры величину T_w , тогда $\theta_w = 0$ и из уравнения (17) с учетом граничных условий (20), (21) и условия (22) получим следующее выражение для критического числа Дамкеллера:

$$(\text{Dam})_* = \frac{\theta_e M_1}{M_3 Pr I},$$

$$I = \int_0^\infty \exp \left(- Pr \int_0^\eta f d\eta \right) \left[\int_0^\eta \exp \left(Pr \int_0^\eta f d\eta \right) \cdot W d\eta \right] d\eta,$$

Для вычисления интеграла I используем прием [10], аналогичный методу Мексина [11]. С этой целью представим функцию тока в виде степенного ряда

$$f = \frac{f''(0)}{2} \eta^2 + \frac{f'''(0)}{6} \eta^3 + \dots$$

и удержим в показателе экспоненты только первый член этого ряда. Внутренний интеграл с переменным верхним пределом также представим в виде ряда

$$\int_0^\eta \exp\left(\text{Pr} \int_0^\eta f d\eta\right) W d\eta = W(0) \eta + \dots$$

и учитываем только первый член этого ряда. В результате значение I легко определяется и удается получить приближенное аналитическое выражение для величины $(\text{Dam})_*$.

$$(\text{Dam})_* = -\frac{20\theta_e M_1}{9\text{Pr} M_3 W(0)} \cdot \left(\frac{\text{Pr} f''(0)}{6}\right)^{2/3}. \quad (23)$$

В силу допущения об избытке окислителя $W(0) = dc_{1w}$, причем величина d изменяется в довольно узких пределах. В частности, если $0,75 \leq c_{2e} \leq 0,95$, то $0,8 \leq d < 1$.

Таким образом, для вычисления критического значения числа Дамкеллера необходимо найти c_{1w} и $f''(0)$. Используя записанное в виде квадратур решение уравнения (18), легко определить величину c_{1w} при $\text{Dam} = (\text{Dam})_*$.

$$c_{1w} - c_{1e} = -\frac{9}{20} \text{Sc} \gamma (\text{Dam})_* dc_{1w} \left(\frac{\text{Sc} f''(0)}{6}\right)^{-2/3}. \quad (24)$$

Из (24) находим значение концентрации окиси углерода на поверхности твердого тела

$$c_{1w} = \frac{c_{1e}}{1 + 0,45\gamma \text{Sc} (\text{Dam})_* d \left(\frac{\text{Sc} f''(0)}{6}\right)^{-2/3}}. \quad (25)$$

Для вычисления $f''(0)$ также используем прием, указанный выше. С этой целью вводим $\varphi = f'$, в результате чего уравнение (16) становится уравнением второго порядка относительно φ . Формально считая это уравнение линейным относительно φ' , легко получаем после некоторых простых преобразований

$$\left[\frac{f''(0)}{6}\right]^{2/3} = 0,093 \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4,8}{1 + \beta\theta_e}}\right]. \quad (26)$$

Подставляя (25) и (26) в формулу (23), получаем критическое значение числа Дамкеллера через заранее известные величины

$$(\text{Dam})_* = \frac{-0,21\theta_e M_1}{(c_{1e} \text{Pr}^{1/3} M_3 + M_1 \text{Sc}^{1/3} \gamma\theta_e) d} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4,8}{1 + \beta\theta_e}}\right],$$

которое соответствует положению максимума температуры на границе раздела сред «газ — твердое тело». Если числа Дамкеллера превосходят критическое, то максимум температуры находится в пограничном слое и реализуется квазиравновесный режим протекания гомогенной реакции, при котором вследствие большой скорости реакции тепло поступает из газовой фазы в твердое тело. В противном случае максимум температуры в пограничном слое не имеет места, так как скорость реакции достаточно мала, вследствие чего тепло поступает от нагретой поверхности в газовую фазу.

Следует отметить, что в случае обтекания горячей смесью нагретого цилиндра в окрестности лобовой критической точки оценка критического значения числа Дамкеллера получена другим способом в работе Шамбре [12].

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛОМАССОБМЕНЕ ПРИ ГОРЕНИИ ОКСИДИ УГЛЕРОДА

Для исследования закономерностей нестационарного теплообмена при горении окиси углерода на ЭВМ М-220 при помощи итерационно-интерполяционного метода [13] решалась система уравнений (1)–(4) с граничными (20), (21) и начальными (15) условиями. Расчеты проводились до выхода на стационарный режим протекания процесса. В зависимости от величины используемого числа Дам в стационарном режиме наблюдалось либо наличие максимума температуры в пограничном слое, либо его отсутствие.

Рассмотрим результаты численного решения данной задачи в случае чисел Дамкеллера, малых по сравнению с $(Dam)_*$. На рис. 1 изображено распределение безразмерной температуры в пограничном слое в различные моменты времени при $Pr=0,72$; $Sc=1,2$; $c_{1e}=0,2$; $c_{2e}=0,8$; $c_{3e}=0$; $T_e=300^\circ K$; $T_w=1500^\circ K$; $l=1$. Поскольку рассматривается обтекание холодным потоком газа горячей стенки, то при большой скорости подачи холодной смеси процесс развивается в следующей последовательности. Вначале горячая стенка подогревает набегающий поток и инициирует протекание гомогенной химической реакции (см. рис. 1). При обтекании последней происходит интенсивное тепловыделение и образование углекислого газа, в результате чего распределение температуры поперек пограничного слоя описывается кривой 3, которая отвечает моменту времени $\tau=1,774$. Кривая 2 отвечает $\tau=0,696$, а кривая 1 соответствует начальному распределению температуры¹. С течением времени горб температуры уменьшается, так как скорость химической реакции ослабевает, вследствие появления значительного количества CO_2 и уменьшения концентраций активных компонентов CO и O_2 . Был прослежен выход на стационарный режим протекания процесса, который характеризуется распределением температуры, соответствующим кривой 4.

Таким образом, в данном случае при достаточно больших значениях времени реализуется кинетический режим го-

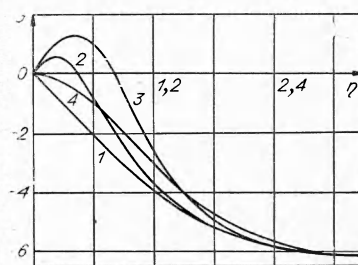


Рис. 1.

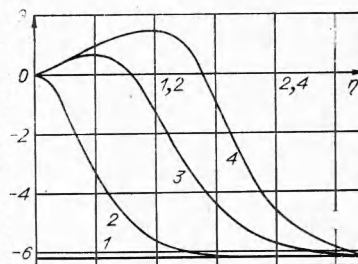


Рис. 2.

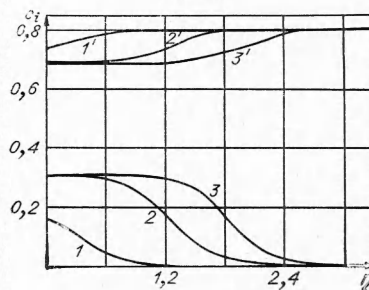


Рис. 3.

¹ В данном расчете начальное распределение температуры определялось из решения системы уравнений (16) — (19) с граничными условиями (20), (21) в приближении «замороженного» пограничного слоя, а в остальных расчетах начальное распределение температуры задавалось в соответствии с условием (15).

могенной химической реакции. Этот результат согласуется с результатами предыдущего параграфа, так как $\text{Dam}=142$, что меньше критического значения $(\text{Dam})_* = 150$. Характерно, что в моменты времени, близкие к начальным, тепловые потоки из газовой фазы в твердое тело могут существенно превышать стационарное значение этой величины.

На рис. 2 показано распределение безразмерной температуры в пограничном слое в различные моменты времени для числа $\text{Dam}=380$, превосходящего критическое значение $(\text{Dam})_* = 150$. Кривая 1 соответствует распределению температуры в начальный момент времени, затем происходит прогревание холодного потока газа ($\tau=2,43$) вследствие подвода тепла от горячей стенки и за счет начинающейся экзотермической химической реакции в пограничном слое (кривая 2). Быстрый рост скорости химической реакции ($\tau=13,78$) и связанное с ним значительное тепловыделение приводят в дальнейшем к образованию максимума температуры в пограничном слое (кривая 3). Как и в предыдущем случае, расчет проводился до выхода на стационарный режим, который здесь характеризуется распределением температуры, показанным на кривой 4.

Представляют интерес поля концентраций компонентов в пограничном слое для различных моментов времени. На рис. 3 даны графики концентраций поперек пограничного слоя для CO_2 (кривые 1, 2, 3) и для кислорода (кривые 1', 2', 3') в различные моменты времени. Здесь кривые 1, 1'; 2, 2'; 3, 3' отвечают тем же моментам времени и значениям безразмерных параметров, что и кривые 2, 3, 4 рис. 2 соответственно. Видно, что химическая реакция локализуется в узкой зоне внутри пограничного слоя — во фронте горения (кривые 2, 3), который вначале продвигается в сторону «свежей» смеси, а затем стабилизируется на некотором фиксированном расстоянии от нагретой поверхности.

ТЕРМОКИНЕТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПРИ ГОРЕНИИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Представляет интерес исследование состояния газовой фазы при весьма больших значениях числа Дамкеллера и проверка гипотезы о термокинетических колебаниях в пограничном слое при горении [14].

Оценим величину $\overline{\text{Dam}}$:

$$\overline{\text{Dam}} = \frac{u_n^2}{\beta_x \alpha_r},$$

где u_n — нормальная скорость горения, а индекс r приписывается величинам, вычисленным при температуре горения $T = T_r = T_e + \frac{qc_{1e}}{c_p}$.

Используя уравнение состояния и вычисляя скорость нормального горения по формуле Я. Б. Зельдовича [7] с использованием приближенного метода вычисления интегралов [6], получим следующее выражение

$$\overline{\text{Dam}} = \frac{2qk_0}{\beta_x \rho_n c_p T_r} \cdot \frac{\beta_r^2 (1 + 4,5\beta_r)}{k_r (1 - k_r)^3} \exp\left(-\frac{1}{\beta_r}\right), \quad (27)$$

где

$$k_r = T_e/T_r, \quad \beta_r = RT_r/E.$$

При $T_e = 300^\circ \text{K}$, $c_{1e} = 0,2$, $c_{2e} = 0,8$ по формуле (27) находим $\overline{\text{Dam}} = 22$, т. е. в данном случае могут иметь место термокинетические коле-

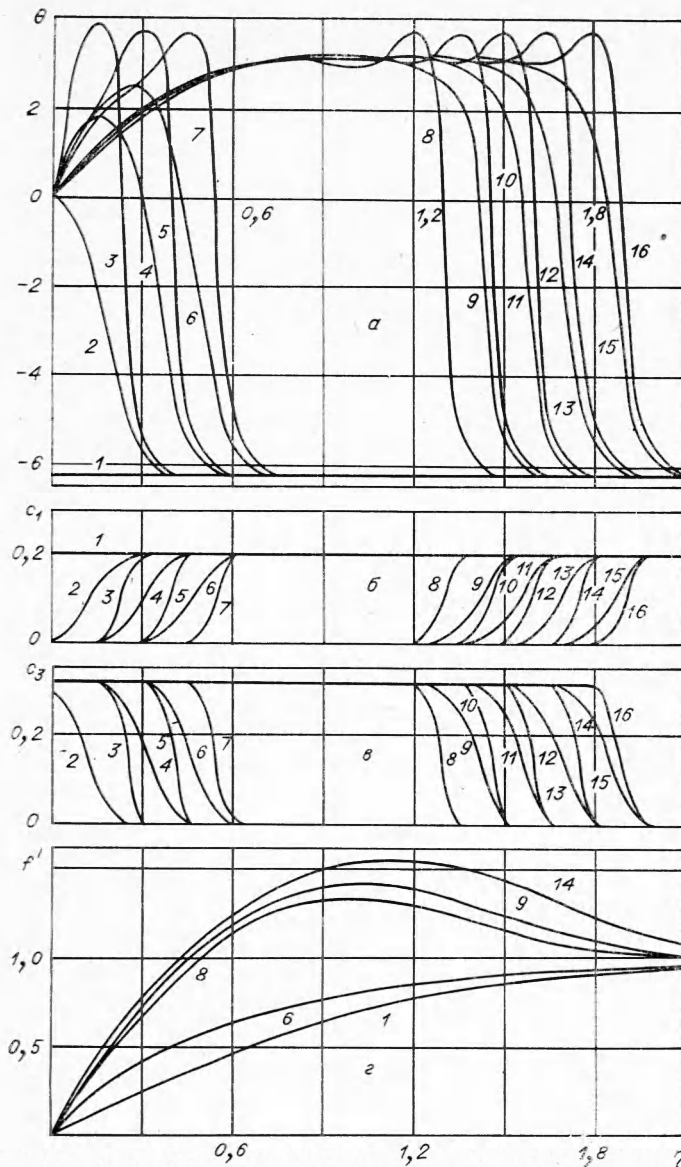


Рис. 4.

бания. В связи с этим при ¹ $T_w = 1500^\circ \text{K}$, $Dam = 5,7 \cdot 10^4$ и прежних значениях остальных параметров на ЭВМ М-220 был проведен расчет полей температуры, концентраций и скорости для различных моментов времени. На рис. 4 эти поля изображены в различные моменты времени: 1— $\tau=0$, 2—7,75; 3—9,87; 4—20,25; 5—21,07; 6—31,16; 7—32,66; 8—89,56; 9—100,81; 10—101,66; 11—112,82; 12—113,39; 13—124,88; 14—125,73; 15—137,45; 16—138,39.

Из графиков рис. 4 видно, что в первые моменты времени происходит прогрев набегающего холодного потока газа. Этой ситуации отвечает рис. 4, 2. При достаточном прогреве газа наблюдается быстрый рост температуры, обусловленный очень большой скоростью гомогенной химической реакции; и поскольку в узкой зоне вблизи стенки активный

¹ Число $Dam = 5,7 \cdot 10^4$, полученное при $T_* = 1500^\circ \text{K}$, соответствует значению $Dam = 147$, полученному при $T = T_r$.

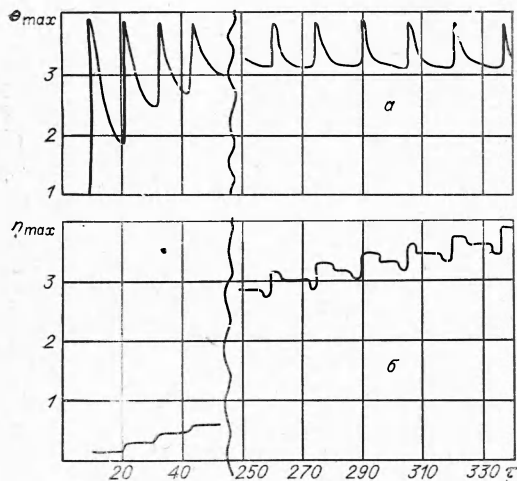


Рис. 5.

этому можно заключить, что колебания носят периодический характер. Это легко видеть из графика рис. 5, а, на котором показано изменение максимума температуры в пограничном слое с течением времени. Видно, как в зависимости от τ резкие всплески максимума температуры, отвечающие быстрому протеканию химической реакции, сменяются постепенным уменьшением θ_{max} , соответствующим прогреву холодного газа.

Период колебаний складывается из времени химического превращения $\tau_{хим}$ и времени релаксации $\tau_{рел}$, необходимого для рассасывания пика температуры. Из рис. 5, а видно, что $\tau_{хим} \approx 0,1 \tau_{рел}$.

Следует отметить, что вблизи нагретой стенки, скорость потока газа в силу условия прилипания мала. Поэтому скорость горения превышает скорость потока газа, и фронт горения смещается к внешней границе пограничного слоя (рис. 5, б). Отметим, что в моменты, соответствующие минимуму максимальной температуры в пограничном слое, скорость горения уменьшается и продвижение фронта горения к внешней границе пограничного слоя замедляется. Поэтому кривая $\eta_{max}(\tau)$, характеризующая положение максимума температуры в любой момент времени, носит колебательный характер. С течением времени огибающая максимумов кривой $\eta_{max}(\tau)$ стремится к горизонтальной асимптоте, что свидетельствует о замедлении продвижения фронта горения к внешней границе пограничного слоя. Например, при $\tau=10$ безразмерная скорость распространения фронта горения¹ $\omega=0,014$, а при $\tau=350$ ($t=0,0875$ с) $\omega=0,008$, т. е. уменьшилась почти в два раза. В дальнейшем при достаточно больших временах скорость распространения пламени в пограничном слое обратится в нуль, так как скорость нормального горения в некоторой области пограничного слоя при $\eta=\eta^*$ сравняется со скоростью поступления свежей смеси и фронт пламени будет колебаться в окрестности $\eta=\eta^*$.

Значение $\eta=\eta_{\infty}$, моделирующее бесконечность для задач с учетом горения, приходится выбирать больше, чем для замороженного пограничного слоя, так как температурный слой в данном случае оказывается более «толстым». Термокинетические колебания обусловлены конкретным физическим механизмом, указанным выше, а не процеду-

компонент СО выгорает, то реакция прекращается и начинается затем медленное рассасывание пика температуры. В результате действия процесса теплопроводности вновь поступившая порция «холодной» горючей смеси прогревается и затем быстро сгорает.

Таким образом, процесс повторяется и приобретает колебательный характер, как следует из анализа кривых 3—16 рис. 4, а.

Спустя некоторое время фронт горения перемещается внутрь пограничного слоя, и влияние горячей стенки на характеристики ослабевает. По-

¹ Под фронтом горения в данной работе понимается поверхность $\eta=\eta^*(\tau)$ такая, что $c_1[\eta^*(\tau), \tau]=0,001$. Функции $\eta^*(\tau)$ и $\eta_{max}(\tau)$ незначительно отличаются друг от друга.

рой вычислений: при изменении шага сетки по пространству и варьировании точности счета по времени¹ картина полей температуры в качественном отношении не изменяется.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ СОПРЯЖЕННОЙ ЗАДАЧИ О НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНЕ

Задача о сопряженном тепломассообмене, согласно результатам первой части работы, сводится к решению системы уравнений (1)–(6) с граничными и начальными условиями (7)–(15). Эта краевая задача решалась численно при помощи итерационно-интерполяционного метода [13]. Цель численного анализа данной задачи — исследование влияния нестационарности процессов переноса в газовой фазе на характеристики тепломассообмена и гетерогенного воспламенения. При проведении расчетов дополнительно предполагалось, что $Pr=0,72$, $Sc=0,72$, а $l=1$.

На рис. 6 показаны поля температур в пограничном слое и в твердом теле для различных моментов времени ($1-t=0$, $2-0,66 \cdot 10^{-2}$ с, $3-0,272$ с, $4-0,486$ с) при $\lambda_s=0,209$ Дж/м·с·град, $c_{p\alpha}=\text{idem}=1,13 \cdot 10^3$ Дж/кг·град, $c_{p_s}=1,6 \cdot 10^3$ Дж/кг·град, $\beta_x=7500$ 1/с, $c_{3e}=0,7$, $c_{2e}=0,3$, $Dam=0^2$. Поскольку в данной задаче начальная температура тела принималась равной 1000°K , а температура набегающего потока $T_e=1500^\circ\text{K}$, то температура поверхности тела повышалась вследствие тепломассообмена с нагретым потоком и теплоприхода от первичной гетерогенной реакции. В результате градиенты температуры в газовой фазе сглаживаются, а в конденсированной возрастают (рис. 6, 2, 4).

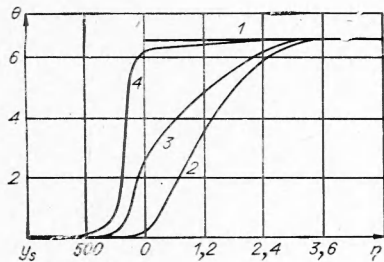


Рис. 6.

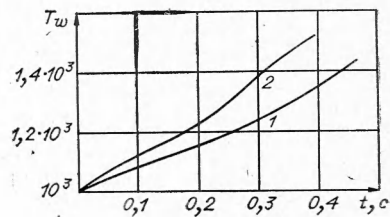


Рис. 7.

Одновременно с решением сопряженной задачи в нестационарной постановке эта же задача решалась в квазистационарной постановке, в рамках которой считалось, что процессы переноса в газовой фазе мгновенно перестраиваются при изменении температуры поверхности, а наиболее инерционной фазой считается конденсированная фаза.

На рис. 7 показана зависимость температуры поверхности от времени и прослеживается влияние допущения о квазистационарности процессов в газовой фазе на температуру раздела сред (1, 2 — нестационарная и квазистационарная постановка сопряженной задачи соответственно). Как и следовало ожидать, для одних и тех же моментов времени температуры поверхности во втором случае выше, чем для случая нестационарности процессов в газовой фазе, т. е. развитие процесса в

¹ Расчеты проводились с переменным шагом по времени, величина которого определялась заданной точностью счета.

² Поскольку к моменту гетерогенного воспламенения, который в соответствии с [15] определяется как момент появления точки перегиба кривой $T_w(t)$, количество образовавшейся окиси углерода мало, так как $E_1 < E_2$, то расчеты проводились в приближении замороженного пограничного слоя.

случае нестационарной постановки задачи несколько запаздывает по сравнению с развитием процесса гетерогенного воспламенения для модели квазистационарного пограничного слоя. Из графиков рис. 2 следует, что времена индукции, отвечающие точкам перегиба кривых 1 и 2, мало отличаются друг от друга, т. е. погрешность времени индукции, найденного в квазистационарном приближении, невелика.

Поступила в редакцию
3/V 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Пасконов, Ю. В. Полежаев. Сб. «Численные методы в газовой динамике», вып. 2. Изд. МГУ, 1963.
2. В. М. Пасконов, Н. В. Рабинькина. Сб. «Численные методы в газовой динамике», вып. 4. Изд. МГУ, 1965.
3. В. М. Пасконов. Сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 11. Изд. МГУ, 1968.
4. K. T. Ja ng. J. Aerospace Sci., 1959, 10.
5. У. Х. Дорренс. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., «Мир», 1966.
6. Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис. Элементы прикладной математики. М., «Наука», 1972.
7. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
8. Е. С. Щетинков. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.
9. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1939, 12.
10. А. М. Гришин, А. Я. Кузин, А. Н. Субботин. Матер. 2-й научной конф. по математике и механике. Изд. ТГУ, 1972.
11. Б. И. Резников, Ю. И. Смыслов. ПМТФ, 1964, 1.
12. P. L. Chambré. J. Chem. Phys., 1956, 25, 3.
13. А. М. Гришин. ИФЖ, 1970, 19, 1.
14. А. М. Гришин. Математическое моделирование некоторых нестационарных аэрохимических явлений. Изд. ТГУ, 1973.
15. А. М. Гришин, Е. М. Игнатенко, Н. А. Игнатенко. 2-й Всесоюзный симпозиум по горению и взрыву (авторефераты докладов), Черногоровка, 1969.

УДК 629.7.018.3

ОБТЕКАНИЕ ДВИЖУЩИХСЯ С БОЛЬШОЙ СКОРОСТЬЮ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ СМЕСЬЮ ВОДОРОДА С КИСЛОРОДОМ

С. Ю. Чернявский, Н. Н. Баулин, А. С. Мкртумов
(Москва)

В работе [1] приведены результаты теоретического исследования обтекания затупленных тел, движущихся с гиперзвуковой скоростью в горючей смеси газов. В предположении о бесконечно тонкой зоне тепловыделения перед головной частью тела возникает пересжатая волна детонации, которая, постепенно ослабевая, переходит на некотором удалении от тела к режиму Чепмена — Жуге и в таком режиме распространяется на неограниченное расстояние. Однако в большинстве экспериментальных исследований [1—5] при выстреливании тел в водородно-воздушную или водородно-кислородную смесь наблюдались режимы обтекания с распадом головной пересжатой детонационной волны на адиабатический скачок уплотнения и фронт медленного горения (стационарный или колеблющийся) и режимы пульсационного горения за головным адиабатическим скачком.