

УДК 532.22, 532.5.031, 532.68

ДИНАМИЧЕСКИЙ ОТРЫВ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЯ ОТ ТВЕРДОЙ ПЛОСКОЙ ПОДЛОЖКИ, СОВЕРШАЮЩЕЙ НОРМАЛЬНЫЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВИБРАЦИИ

В. В. Коновалов, Т. П. Любимова, Д. В. Любимов*

Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013 Пермь

* Пермский государственный университет, 614990 Пермь

E-mails: konov2@psu.ru, lubimova@psu.ru, lyubimov@psu.ru

Исследован отрыв газового пузыря от твердой плоской подложки, происходящий по “динамическому” сценарию, т. е. вследствие сильных колебаний формы поверхности пузыря, вызванных нормальными неакустическими гармоническими вибрациями подложки. С использованием модели Лейзера, основанной на анализе одномодовых решений вблизи вершины пузыря, изучен его отрыв в условиях микрогравитации, когда динамика поверхности пузыря обусловлена конкуренцией сил инерции жидкости и сил поверхностного натяжения. Отрыв пузыря от подложки определялся из условия его удлинения в процессе колебаний на величину, сопоставимую с радиусом пузыря в состоянии равновесия. С использованием ряда эмпирических предположений определена зависимость интенсивности вибрационного воздействия, необходимого для отрыва пузыря, от параметров задачи. Выполнена оценка объемов отрывающихся пузырей.

Ключевые слова: вибрации, отрыв газового пузыря от подложки, оценка размеров отрывающихся пузырей, микрогравитация.

Введение. Как известно, в условиях микрогравитации режим пленочного кипения возникает при существенно меньших значениях теплового потока в системе, чем в нормальных условиях [1]. Это обусловлено тем, что, как правило, наличие гравитации, точнее, вызванной ею плавучести приводит к отрыву от поверхности нагревателя образующихся пузырей пара и удалению их, предотвращая тем самым образование устойчивой пленки пара вблизи поверхности нагревателя.

Обычно режим пленочного кипения является нежелательным вследствие низкой теплоотдачи в системе и возможного перегрева материала нагревателя, поэтому важно найти эффективный способ отвода пара от поверхности нагревателя, который заменил бы плавучесть в том случае, когда она мала, т. е. в случае микрогравитации. Таким способом может стать вибрационное воздействие, обуславливающее отрыв пузырей пара от поверхности нагревателя и их всплытие вследствие сравнительно небольшой плавучести, наличия течения жидкости или действия термокапиллярных сил.

Динамика вершины пузыря. При описании модели отрыва пузырей пара от поверхности нагревателя рассмотрено поведение одиночного газового пузыря на твердой плоской подложке, подвергаемой вибрационному воздействию. Используемая модель основана на следующих двух важных допущениях. Во-первых, пузыри пара, образующиеся на поверхности нагревателя, расположены на ней не очень плотно: среднее расстояние между ними в два-три раза превышает размеры пузырей. В этом случае взаимовлияние пузырей является слабым и они могут рассматриваться как одиночные. Во-вторых, силы инерции жидкости, обусловленные увеличением объема пузыря в результате парообразования,

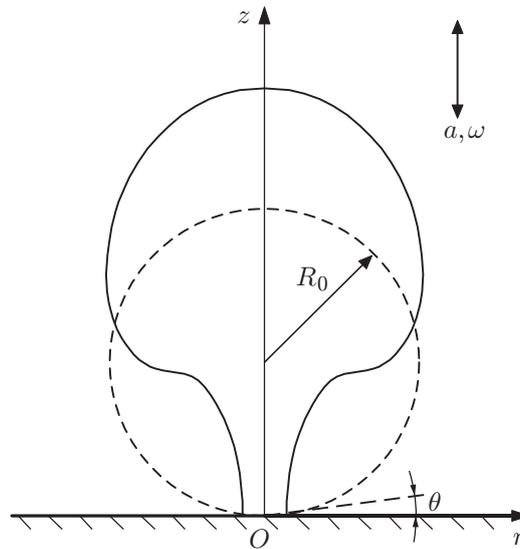


Рис. 1. Газовый пузырь на твердой плоской подложке, подвергаемой вибрационному воздействию (штриховая линия — равновесная форма пузыря)

малы по сравнению с прочими силами, действующими на пузырь, поэтому скорость парообразования на поверхности пузыря ограничена. (Подобное ограничение для случая роста пузыря в статическом поле силы тяжести получено в работе [2].) Влияние плавучести на систему считается пренебрежимо малым (случай микрогравитации).

В настоящей работе применен критерий отрыва пузыря от подложки, зависящий от его достаточно большого удлинения в процессе колебаний. Для того чтобы установить момент отрыва пузыря согласно принятому критерию, необходимо проследить динамику формы поверхности пузыря при вибрационном воздействии либо численно, определяя эволюцию формы поверхности всего пузыря, либо применяя оценочный подход, который заключается в определении положения лишь вершины пузыря.

В данной работе используется одномодовая модель Лейзера [3–7], применявшаяся ранее при исследовании роста пузырей на границе раздела двух сред либо на свободной поверхности жидкости вследствие неустойчивости Рэлея — Тейлора или Рихтмайера — Мешкова. Подробное описание данной модели приведено в [8].

Рассмотрим газовый пузырь, находящийся на твердой плоской подложке, совершающей нормальные неакустические гармонические вибрации с амплитудой a и частотой ω (рис. 1).

Окружающая пузырь жидкость считается однородной несжимаемой средой, течение — потенциальным. Это возможно, если толщина покрывающего пузырь скин-слоя существенно меньше размеров пузыря, что накладывает ограничение на частоту вибраций ω :

$$\omega \gg \nu/R^2.$$

Здесь ν — кинематическая вязкость жидкости; R — характерный размер пузыря. В то же время амплитуда скорости вибраций $a\omega$ должна быть значительно меньше скорости звука в жидкости c_l и в газе c_g (требование неакустичности вибраций):

$$a\omega \ll c_g < c_l. \quad (1)$$

Вязкость играет существенную роль в зоне контакта пузыря с подложкой, где жидкость прилипает к твердой поверхности. Поскольку критерий отрыва пузыря зависит от его достаточно большого удлинения в процессе колебаний, указанное локальное влияние

вязкости не учитывается. Даже если это влияние будет препятствовать отрыву пузыря непосредственно с подложки, он произойдет при разрыве “шейки” пузыря, образующейся при его удлинении.

Далее в качестве характерной длины используется радиус пузыря в состоянии равновесия R_0 , характерного времени — величина ω^{-1} , обратная частоте вибраций, характерного потенциала скорости — $R_0^2\omega$.

Ось z цилиндрической системы координат (r, φ, z) направлена по нормали к плоской поверхности подложки и проходит через вершину пузыря. Начало координат O выбрано на подложке в основании пузыря.

Уравнение Лапласа для потенциала скорости жидкости ψ имеет вид

$$\Delta\psi = 0. \quad (2)$$

При $z = 0$ на твердой поверхности подложки должно выполняться условие непротекания жидкости

$$\left. \frac{\partial\psi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0. \quad (3)$$

Поскольку давление газа в пузыре считается однородным, зависящим лишь от времени t , амплитуда скорости вибраций ограничена (см. (1)), т. е. рассматриваются неакустические вибрации. Плотностью газа в пузыре в силу ее малости по сравнению с плотностью жидкости пренебрегается, поверхность пузыря считается свободной поверхностью жидкости.

На свободной поверхности жидкости, заданной уравнением $f(r, \varphi, z, t) = z - \eta(r, \varphi, t) = 0$, ставятся кинематическое и динамическое условия

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla\psi \cdot \nabla f = 0; \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{(\nabla\psi)^2}{2} - A \cos(t - \varphi)\eta \right) = \frac{1}{W_\nu} \operatorname{div} \mathbf{n} + C(t). \quad (5)$$

Здесь \mathbf{n} — внутренняя нормаль к свободной поверхности жидкости; $C(t)$ — некоторая функция времени. Потенциал скорости жидкости ψ определен таким образом, что в состоянии равновесия и вдали от поверхности пузыря $\psi = 0$.

Безразмерными параметрами являются начальная фаза колебаний φ , амплитуда вибраций $A = a/R_0$ и вибрационное число Вебера

$$W_\nu = \rho R_0^3 \omega^2 / \sigma$$

(ρ — плотность жидкости; σ — поверхностное натяжение).

Заметим, что на контактной границе пузыря с подложкой никакие условия не ставятся, объем газового пузыря не фиксируется. Это обусловлено тем, что рассматривается динамика формы свободной поверхности жидкости вблизи вершины пузыря. Предполагается, что вдали от вершины пузыря жидкость оказывает слабое влияние на ее поведение. Это возможно вследствие эллиптичности уравнения Лапласа (2) для потенциала скорости жидкости ψ и экспоненциально слабого взаимного влияния точек в жидкости, расположенных на некотором расстоянии друг от друга [9].

Поскольку контактный угол θ полагается малым, площадь области контакта пузыря с подложкой в состоянии равновесия невелика. Предположим, что в состоянии равновесия пузырь сферической формы, радиус которого равен единице, касается плоской подложки в точке $z = 0$, вершина пузыря находится в точке $z = 2$.

Функцию $\eta(r, t)$, задающую форму поверхности пузыря в цилиндрической системе координат, связанной с подложкой, представим в виде суммы

$$\eta(r, t) = h(r) + \delta(r, t),$$

где функция $h(r)$ задает форму пузыря в состоянии равновесия; функция $\delta(r, t)$ описывает отклонение от равновесной формы пузыря. Далее рассматривается осесимметричное решение задачи, поэтому в формуле для $\eta(r, t)$ учтена зависимость лишь от радиальной координаты r и времени t .

Разложим функцию $\eta(r, t)$ в ряд по степеням координаты r . В состоянии равновесия пузырь имеет сферическую форму, которая вблизи вершины представляется в виде ряда

$$h(r) = 1 + \sqrt{1 - r^2} = \sum_{n=0}^{\infty} h_n r^{2n} = 2 - \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{8} + \dots \quad (6)$$

В свою очередь функция, задающая отклонение формы пузыря от равновесной формы, имеет вид

$$\delta(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n(t) r^{2n}. \quad (7)$$

Заметим, что вследствие осесимметричности рассматриваемого решения в разложении (7) оставлены лишь слагаемые с четными степенями r .

Осесимметричное решение для потенциала скорости жидкости ψ можно представить в виде суммы ряда по цилиндрическим гармоникам уравнения Лапласа (2):

$$\psi(r, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(t) J_0(nk(t)r) \exp(-nk(t)z_b). \quad (8)$$

Здесь $J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Выбранный таким образом потенциал (8) не удовлетворяет условию непротекания жидкости (3) на подложке, что, однако, не препятствует использованию его в качестве решения вблизи вершины пузыря. Влияние подложки на динамику вершины пузыря не учитывается.

Следует отметить, что аксиальная координата z_b в (8) отсчитывается не от подложки, а от вершины пузыря O_b (рис. 2). Амплитуды гармоник определенного таким образом

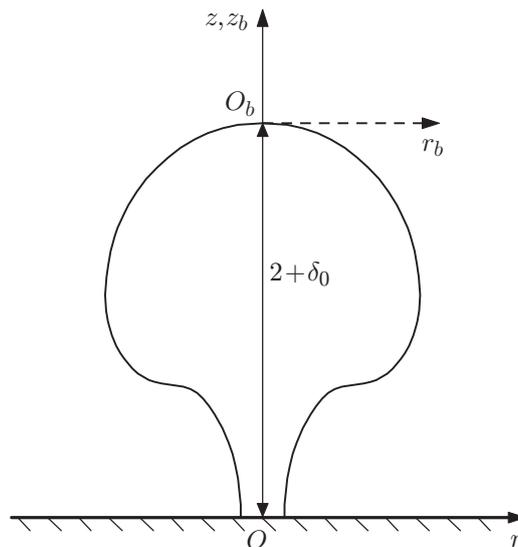


Рис. 2. Системы координат, используемые в рассматриваемой задаче: (r, φ, z) — система, связанная с подложкой; (r_b, φ_b, z_b) — система, связанная с вершиной пузыря

разложения остаются конечными, даже когда пузырь удаляется от подложки в объем жидкости. Связь между координатами z и z_b задается уравнением

$$z_b = z - 2 - \delta_0.$$

Остается неопределенным волновое число k , в выборе которого имеется некоторый произвол. Ясно, что это число должно соответствовать форме поверхности пузыря. От выбора k зависит точность получаемого одномодового приближения. В данной работе число k выбрано следующим образом:

$$k = \sqrt{\frac{2 - 4\delta_1}{2 + \delta_0}}. \quad (9)$$

В этом случае согласно (8) зависимость потенциала скорости ψ от радиальной координаты r совпадает с соответствующей зависимостью для формы поверхности пузыря $\eta(r, t)$ в двух первых членах разложения в ряд по r .

Согласно [8] в выражениях (7), (8) оставим два, а в выражении (6) — три главных члена ряда. В силу того что число оставленных мод является конечным, ограниченные таким образом разложения не могут быть точными решениями задачи. Поэтому в результате подстановки этих разложений в выражения (4), (5) последние не обращаются в тождество при любом выборе амплитуд разложения. Однако можно потребовать выполнения тождества для первых двух членов разложения в ряд по координате r , что приведет к динамической системе уравнений для амплитуд δ_0 , δ_1 , α_1 , которая дополняется эволюционным уравнением для волнового числа k , полученного дифференцированием (9):

$$\frac{d\delta_0}{dt} = -\alpha_1 k; \quad (10)$$

$$\frac{d\delta_1}{dt} = \alpha_1 k^2 \left(2 \left(\delta_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{k}{4} \right); \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha_1}{dt} = & \left[-\frac{k}{8} - \alpha_1^2 k^3 \left(\delta_1 - \frac{1}{2} \right) - \alpha_1 \left(\left(\delta_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{k}{2} \right) \frac{dk}{dt} - \frac{2}{W_\nu} \left(8 \left(\delta_1 - \frac{1}{2} \right)^3 + 1 \right) + \right. \\ & \left. + A \cos(t - \varphi) \left(\delta_1 - \frac{1}{2} \right) \right] / \left[k \left(\left(\delta_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{k}{4} \right) \right]; \quad (12) \end{aligned}$$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{2}{k(\delta_0 + 2)^2} \left[\left(\delta_1 - \frac{1}{2} \right) \frac{d\delta_0}{dt} - (\delta_0 + 2) \frac{d\delta_1}{dt} \right]. \quad (13)$$

Отметим, что в разложении для равновесной формы пузыря $h(r)$ оставлены три члена, а не два, как в разложении для отклонения от равновесной формы $\delta(r, t)$. Иначе в уравнении (12) динамической системы (10)–(13) не будет учтено поверхностное натяжение жидкости. Отметим, что в рамках одномодовой модели такой учет возможен вследствие ненулевой кривизны равновесной формы границы раздела.

Критерий отрыва пузыря. Известные критерии отрыва газового пузыря от твердой подложки подразделяются на три основных типа. При использовании критерия первого типа рассматривается баланс всех сил, действующих на поверхность пузыря: силы поверхностного натяжения, плавучести, силы инерции жидкости и т. п. Считается, что отрыв происходит в момент времени, когда сила инерции жидкости, обусловленная увеличением объема пузыря в результате парообразования, становится больше равнодействующей всех прочих сил [3].

Критерий второго типа предполагает, что отрыв происходит, когда длина “шейки” пузыря, образующейся вблизи его основания, становится равной некоторой величине, например радиусу пузыря в равновесном состоянии [10].

Кроме того, возможны ситуации, когда режим роста пузыря является квазистатическим. В этом случае в течение всего процесса роста пузыря его поверхность имеет квазиравновесную форму, поэтому критерий отрыва пузыря от подложки может быть получен исходя из энергетических соображений [11].

Таким образом, общепринятого строгого критерия отрыва газового пузыря от подложки не существует, за исключением случая его роста в квазистатическом режиме, что свидетельствует о недостаточной разработанности теории данного явления. Однако, по мнению авторов данной работы, это позволяет сделать вывод, что отрыв пузыря происходит при его достаточно большом удлинении (порядка радиуса равновесного пузыря), когда

$$\delta_0 \approx 1. \quad (14)$$

Несмотря на то что критерий (14) не является строгим, приведенные ниже результаты, полученные с его использованием, представляют интерес. В настоящей работе также определены условия более значительного удлинения пузыря в процессе колебаний, при которых удержание его на подложке становится невозможным.

Результаты расчетов. Заметим, что вследствие продолжительности вибрационного воздействия имеет смысл рассматривать начальную фазу колебаний не для всего ансамбля пузырей на подложке, а лишь для каждого отдельного пузыря из ансамбля, динамику формы поверхности которого можно проследить начиная с некоторого выбранного начального состояния. Такое начальное состояние трудноопределимо, так как рост пузыря происходит начиная с микроскопических размеров, когда используемая модель, описывающая динамику формы поверхности пузыря, неприменима, поскольку не учитывает вязкость жидкости.

Приближенно можно считать, что существует некоторый критический размер пузыря, достигая которого пузырь начинает реагировать на вибрационное воздействие. Этот размер может быть выбран в качестве начального равновесного состояния. Начальную фазу колебаний каждого пузыря из ансамбля следует считать случайной величиной.

Следующее упрощение введем, рассмотрев сходную модель, в которой начальное равновесное состояние зависит не от критического размера пузыря, а от заданного его размера. Среди всех значений начальной фазы колебаний, которая в рассматриваемом случае считается произвольной, следует выбрать такое значение, которое соответствует максимальной интенсивности вибрационного воздействия, необходимого для отрыва пузыря от подложки.

Таким образом, управляющими параметрами в задаче являются безразмерная амплитуда вибраций и вибрационное число Вебера, определяющие условия предполагаемого отрыва пузыря от подложки на некоторой кривой отрыва $A = A(W_\nu)$.

Исследуем влияние выбора начальной фазы колебаний на условия отрыва пузыря от подложки. На рис. 3 показана эволюция амплитуд одномодового приближения в зависимости от выбранной фазы колебаний и вибрационного числа Вебера. Амплитуда вибраций выбиралась таким образом, чтобы удлинение пузыря в процессе колебаний было достаточным для его отрыва от подложки в соответствии с критерием (14).

На рис. 3 видно, что колебания формы поверхности пузыря имеют характер биений, а на кривой зависимости $\delta_0(t)$ в процессе колебаний можно выделить главные и локальные максимумы. Далее предполагается, что отрыв пузыря от подложки происходит при достижении одного из таких главных максимумов.

Несмотря на то что влияние выбора начальной фазы колебаний на зависимости, приведенные на рис. 3, очевидно, биения в целом периодичны. Непериодическая часть решения, по-видимому, обусловленная нелинейностью динамической системы, характеризуется более медленными временами по сравнению с основными периодами биений. Следует отметить, что в данном случае неважно, определяются ли условия отрыва пузыря от подложки

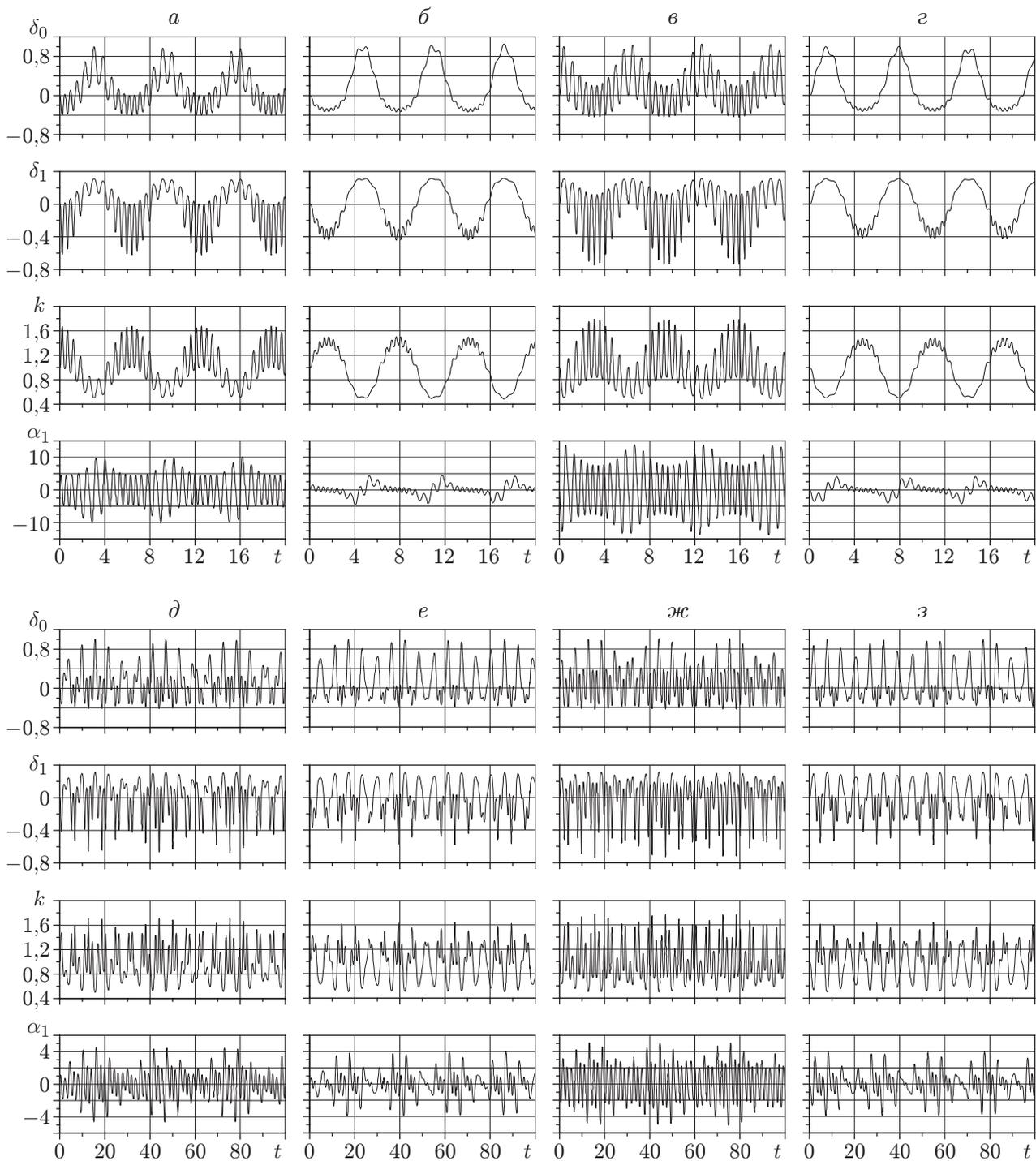


Рис. 3. Эволюция амплитуд формы поверхности δ_0 , δ_1 , волнового числа k и потенциала скорости α_1 в одномодовом приближении в условиях, близких к условиям отрыва пузыря от подложки, при различных значениях начальной фазы колебаний φ , вибрационного числа Вебера W_ν и безразмерной амплитуды вибраций A :

a-г — $W_\nu = 0,1$ (*a* — $\varphi = 0$, $A = 69,724$; *б* — $\varphi = \pi/2$, $A = 98,313$; *в* — $\varphi = \pi$, $A = 58,651$; *г* — $\varphi = 3\pi/2$, $A = 94,809$); *д-з* — $W_\nu = 1,0$ (*д* — $\varphi = 0$, $A = 5,041$; *е* — $\varphi = \pi/2$, $A = 6,207$; *ж* — $\varphi = \pi$, $A = 4,440$; *з* — $\varphi = 3\pi/2$, $A = 6,199$)

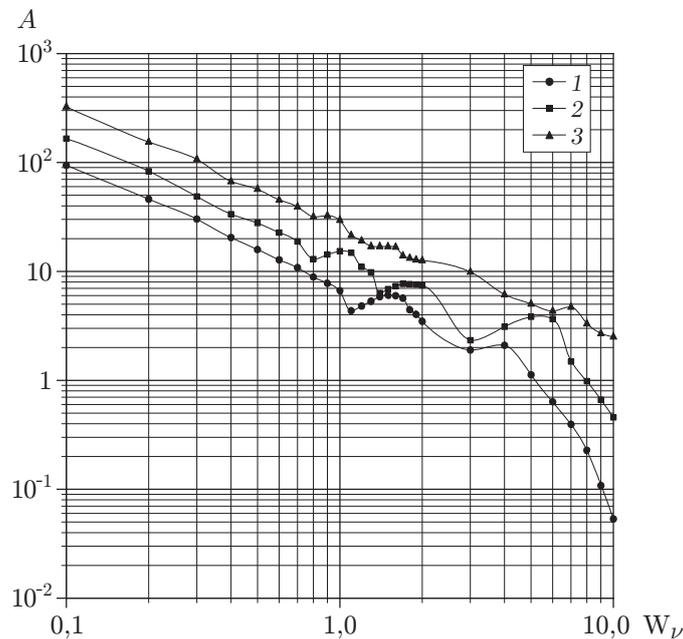


Рис. 4. Кривые отрыва пузыря от подложки, определенные с использованием условия удлинения пузыря в процессе колебаний на величину, равную одному (1), двум (2) и четырем (3) радиусам пузыря в состоянии равновесия

на одном из первых главных максимумов либо на любом из главных максимумов. Разностью амплитуд отрыва, вычисленных двумя указанными способами, можно пренебречь.

На рис. 3 также видно, что в процессе колебаний вершина пузыря всегда находится на некотором удалении от подложки. Это позволяет считать, что влияние подложки на динамику вершины пузыря незначительно. Данное замечание справедливо также при использовании более жесткого критерия отрыва пузыря от подложки и соответственно при большей интенсивности вибраций, необходимой для отрыва пузыря.

На рис. 4 показаны кривые отрыва, определенные с помощью критерия отрыва (14) и двух более жестких критериев, соответствующих условию удлинения пузыря в процессе колебаний на величину, равную одному, двум и четырем радиусам пузыря в состоянии равновесия. Отрыв определялся из условия отрыва на одном из первых 10 главных максимумов на кривой $\delta_0(t)$ на рис. 3. Заметим, что некорректно экстраполировать кривые на рис. 4 в область высоких частот вибраций ($W_\nu \gg 1$) и соответственно малых амплитуд отрыва, так как в этом случае следует ожидать изменения сценария отрыва пузыря от подложки. Отрыв будет происходить не по “динамическому” сценарию, а в результате потери устойчивости квазиравновесной формы пузыря, что не может быть описано используемой в данной работе однододовой моделью, не учитывающей форму поверхности всего пузыря.

При $W_\nu \lesssim 1$ на кривых отрыва, построенных в логарифмическом масштабе, имеются квазилинейные участки (см. рис. 4). При использовании критерия отрыва (14) (кривая 1) данный участок описывается формулой $A \approx 7,99/W_\nu$, а в размерном виде — формулой

$$a\omega^2 \approx 7,99\sigma/(\rho R_0^2). \quad (15)$$

Напомним, что интенсивность вибрационного воздействия, необходимого для отрыва пузыря от подложки, зависит от выбора начальной фазы колебаний и меняется в некотором диапазоне. Верхняя граница диапазона оценивается формулой (15), нижняя — формулой

$$a\omega^2 \approx 5,13\sigma/(\rho R_0^2). \quad (16)$$

Из (15), (16) следует, что объемы отрывающихся пузырей, оцененные по радиусу пузыря в состоянии равновесия R_0 , находятся в диапазоне

$$48,67\left(\frac{\sigma}{\rho a \omega^2}\right)^{3/2} \lesssim V_d \lesssim 94,60\left(\frac{\sigma}{\rho a \omega^2}\right)^{3/2}.$$

Заключение. В настоящей работе исследован отрыв газового пузыря от твердой плоской подложки в результате сильных колебаний формы поверхности пузыря, вызванных нормальными неакустическими гармоническими вибрациями подложки, в случае малой вязкости жидкости. Расчеты, выполненные с использованием модели Лейзера, основанной на анализе одномодовых решений вблизи вершины пузыря, показали, что в случае вибраций конечной частоты фактором, определяющим отрыв пузыря от подложки, является амплитуда вибрационного ускорения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ma Yue, Chung J. N.** An experimental study of critical heat flux (CHF) in microgravity forced-convection boiling // Intern. J. Multiphase Flow. 2001. V. 27, iss. 10. P. 1753–1767.
2. **Кириченко Ю. А., Щербакова Н. С.** Граница перехода от квазистатического к динамическому режиму роста и отрыва паровых пузырей // Инж.-физ. журн. 1984. Т. 46, № 4. С. 545–548.
3. **Layzer D.** On the gravitational instability of two superposed fluids in a gravitational field // Astrophys. J. 1955. V. 122. P. 1–12.
4. **Kull H. J.** Nonlinear free-surface Rayleigh — Taylor instability // Phys. Rev. A. 1986. V. 33, N 3. P. 1957–1967.
5. **Hecht J., Alon U., Shvarts D.** Potential flow models of Rayleigh — Taylor and Richtmyer — Meshkov bubble fronts // Phys. Fluids. 1994. V. 6, N 12. P. 4019–4030.
6. **Goncharov V. N.** Analytic model nonlinear, single-mode, classical Rayleigh — Taylor instability at arbitrary Atwood numbers // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88, N 13. P. 134502.1–134502.4.
7. **Sohn S. I.** Simple potential-flow models of Rayleigh — Taylor and Richtmyer — Meshkov instability for all density ratios // Phys. Rev. E. 2003. V. 67. P. 026301.1–026301.5.
8. **Иногамов Н. А.** Гидродинамика перемешивания / Н. А. Иногамов, А. Ю. Демьянов, Э. Е. Соң. М.: Моск. физ.-техн. ин-т, 1999. С. 215.
9. **Anisimov S. I., Chekhlov A. V., Dem'yanov A. Yu., Inogamov N. A.** The theory of RTI: modulatory perturbations and mushroom-flow dynamics // Russ. J. Comput. Mech. 1993. V. 1, N 2. P. 5–31.
10. **Ramakrishnan S., Kumar R., Kuloor N. R.** Studies in bubble formation — I bubble formation under constant flow conditions // Chem. Engng Sci. 1969. V. 24. P. 731–747.
11. **Слобожанин Л. А., Тюпцов А. Д.** Эволюция и отрыв капель и пузырей при их медленном росте // ПМТФ. 1975. № 1. С. 106–113.

*Поступила в редакцию 7/VII 2010 г.,
в окончательном варианте — 10/XI 2010 г.*