

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФАЗЫ СПЕКЛ-ПОЛЕЙ  
ФОТОИНДУЦИРОВАННОГО РАССЕЯНИЯ  
В КРИСТАЛЛЕ  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$** **В. И. Васильев, М. С. Соскин***Институт физики НАН Украины, г. Киев**E-mail: vv@iop.kiev.ua*

Рассмотрено восстановление распределения фазы скалярных спекл-полей, возникающих при фотоиндуцированном рассеянии в фоторефрактивном кристалле  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ . Предложен метод восстановления распределения фазы, основанный на совместной обработке двух интерферограмм, полученных при ортогональных плоскостях схождения опорного и сигнального пучков. Применение данного метода позволяет уменьшить число ложно детектируемых оптических вихрей и увеличить соотношение сигнал/шум при восстановлении фазы в сравнении с методами анализа интерферограмм в частотной области, основанными на обработке одной интерферограммы.

**Введение.** При прохождении пучка лазерного излучения через некоторые фоторефрактивные кристаллы (например,  $\text{LiNbO}_3$ , SBN и др.) возникает фотоиндуцированное рассеяние, обусловленное эффектом самодифракции при взаимодействии первичного пучка и света, рассеянного на микронеоднородностях кристалла [1]. Поле фотоиндуцированного рассеяния представляет собой развитую спекл-структуру, содержащую точки с нулевой амплитудой и неопределенной фазой, называемые оптическими вихрями (ОВ) [2].

Изучению эффекта фотоиндуцированного рассеяния уделяется много внимания вследствие использования фоторефрактивных кристаллов при оптической обработке информации, обращении волнового фронта, реализации схем оптической генерации [3]. Исследование фазовой структуры поля фотоиндуцированного рассеяния поможет глубже понять нелинейные свойства фоторефрактивных сред. Процессы рождения и аннигиляции ОВ при развитии фотоиндуцированного рассеяния являются предметом динамической сингулярной оптики.

Для исследования фазовой структуры скалярных полей наибольшее распространение получили интерференционные методы. Распределение интенсивности в плоскости регистрации двулучевого интерферометра несет информацию о распределении разности фаз (РРФ) между сигнальной и опорной волнами. Если опорная волна плоская, то с точностью до постоянной можно говорить о равенстве между РРФ интерферирующих волн и распределением фазы сигнальной волны (РФСВ). Восстановление распределения фа-

зы осуществляется путем получения фазы, приведенной к интервалу  $[-\pi, \pi]$ , и последующим построением развернутой фазы, т. е. удалением разрывов фазы, которые не обусловлены наличием ОВ [4]. Для решения первой задачи традиционно используют методы управляемого фазового сдвига [5, 6] и анализа интерферограммы в частотной области [7–10].

Методы управляемого фазового сдвига основаны на дискретных фазовых сдвигах опорной волны и анализе получившейся совокупности интерферограмм. Эти методы отличаются высокой точностью, но низким быстродействием.

Методы анализа в частотной области основаны на фурье-преобразовании одной интерферограммы и могут быть применены для анализа нестационарных полей. Но в спекл-полях ближайшая окрестность ОВ представляет собой анизотропную область с малой амплитудой [11]. Линии с равной амплитудой в окрестности ОВ имеют вид эллипсов, большая ось эллипса называется осью амплитудной анизотропии. Точность определения положения ОВ зависит от взаимной ориентации оси амплитудной анизотропии ОВ и направления интерференционных полос. Это налагает ограничения на использование метода анализа интерферограммы в частотной области. Построение развернутой фазы для полей, содержащих ОВ, базируется на представлении развернутой фазы как суммы потенциальной (ротор фазы в каждой точке равен нулю) и вихревой (ротор фазы для ОВ не равен нулю) компонент [12, 13].

Целью данной работы является создание метода для получения приведенной фазы и построения развернутого распределения фазы спекл-полей, содержащих анизотропные ОВ.

**Метод совместного восстановления фазы.** Рассмотрим два варианта юстировки двулучевого интерферометра: лучевые векторы сигнальной  $\mathbf{k}_1$  и опорной  $\mathbf{k}_2$  волн лежат в плоскости  $xz$  (рис. 1, *a*) и в плоскости  $yz$  (рис. 1, *b*). Представим распределение интенсивности в плоскости  $xu$  для первого  $I_x(x, y)$  и второго  $I_y(x, y)$  случаев в виде

$$I_x(x, y) = a_x(x, y) + b_x(x, y) \cos(\Psi_x(x, y)), \quad (1)$$

$$I_y(x, y) = a_y(x, y) + b_y(x, y) \cos(\Psi_y(x, y)), \quad (2)$$

где  $a_x(x, y)$ ,  $a_y(x, y)$  – медленно изменяющиеся фоновые компоненты;  $b_x(x, y)$ ,  $b_y(x, y)$  – огибающие интерференционного сигнала;  $\Psi_x(x, y)$ ,

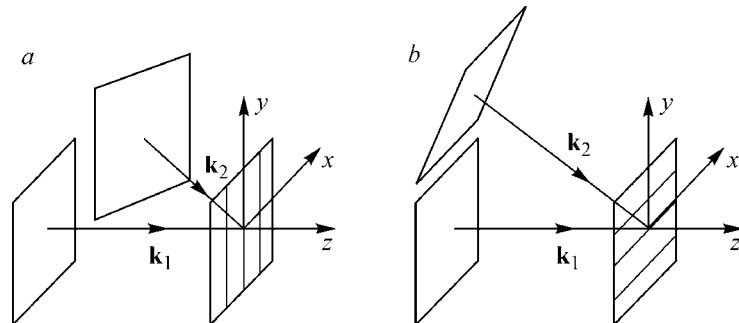


Рис. 1. Принцип формирования интерференционных картин с ортогональными плоскостями схождения сигнального и опорного пучков на примере плоских волн: интерферограммы с вертикальными (*a*) и горизонтальными (*b*) интерференционными полосами

$\Psi_y(x, y)$  – распределения фаз в плоскостях  $x, y$ , которые можно представить в виде сумм:

$$\Psi_x(x, y) = 2\pi u_x^0 x + \varphi(x, y),$$

$$\Psi_y(x, y) = 2\pi u_y^0 y + \varphi(x, y).$$

Здесь  $u_x^0, u_y^0$  – пространственные частоты, характеризующие разность угловых направлений распространения интерферирующих волн;  $\varphi(x, y)$  – РРФ между опорной и сигнальной волнами при условии соосного распространения. Выражения (1) и (2) описывают интерференционные картины в виде системы вертикальных и горизонтальных полос соответственно.

Для вычисления разности фаз  $\Psi_x(x, y)$  и  $\Psi_y(x, y)$  из интерференционных данных наиболее часто используется метод, основанный на фурье-преобразовании [7]. РРФ, восстановленное с помощью этого метода, определено на интервале  $[-\pi, \pi]$  и имеет разрывы на его границах.

Координаты  $x_k, y_k$  центра  $k$ -го ОВ (далее по тексту – положение ОВ) находятся из следующего выражения:

$$\oint_C d\Psi(x, y) = 2\pi m,$$

где  $C$  – контур интегрирования, выбираемый обычно в виде квадрата  $2 \times 2$  пикселя;  $\Psi$  – восстановленное РРФ;  $m$  – топологический индекс ОВ ( $m = \pm 1$  для случайных оптических полей). В отсутствие ОВ в пределах  $C$  топологический индекс равен нулю.

Определение положения ОВ по распределениям  $\Psi_x(x, y)$  и  $\Psi_y(x, y)$  дает две различные оценки. Для нахождения погрешности был проведен эксперимент с компьютерно-синтезированной голограммой ОВ [14]. При детектировании ОВ, восстановленного из голограммы, разница между оценками положения ОВ не превышает ширину интерференционной полосы. Компьютерный расчет дифракции на такой голограмме позволяет определить истинные координаты ОВ. Среднее арифметическое оценок положения ОВ для вертикальных и горизонтальных интерференционных полос согласуется с истинными координатами с точностью до половины ширины интерференционной полосы.

При анализе спекл-полей необходимо учитывать возможность ложного детектирования вследствие низкого отношения сигнал/шум в анизотропной области малой амплитуды в окрестности ОВ. Для уточнения оценки положения ОВ в данной работе был создан следующий алгоритм. Обозначим через «набор 1» и «набор 2» координаты ОВ, полученные при анализе интерферограмм с вертикальными и горизонтальными полосами соответственно. Для любого ОВ из набора 1 найдем в наборе 2 ближайший ОВ с таким же топологическим индексом. Если расстояние между этими ОВ меньше ширины интерференционной полосы, принимаем за положение ОВ среднее арифметическое координат рассматриваемых ОВ. Если расстояние превышает ширину интерференционной полосы, принимается решение о ложном детектировании. Такая процедура повторяется до тех пор, пока все ОВ обоих наборов не будут идентифицированы.

РРФ, восстановленное методом преобразования Гильберта, является приведенным. Необходимо построить развернутую фазу. Для развертки по-

тенциальной  $\varphi_P(x, y)$  и вихревой  $\varphi_V(x, y)$  компонент используются принципиально различные методы.

В основу метода развертки потенциальной компоненты РФСВ был положен алгоритм дискретного косинус-преобразования [13]. При переходе к пиксельным координатам  $(i, j)$  восстановленная потенциальная компонента РФСВ  $\varphi_P(i, j)$  определяется выражением

$$\varphi_P(i, j) = \text{IDCT} \left( \frac{\text{DCT}(\rho(i, j))}{2 \left[ \cos \left( 2\pi \frac{i}{N_i} \right) + \cos \left( 2\pi \frac{j}{N_j} \right) - 2 \right]} \right), \quad (3)$$

где DCT и IDCT – прямое и обратное дискретное косинус-преобразование соответственно;  $N_i \times N_j$  – пиксельный размер изображения. Плотность источников  $\rho(i, j)$  оценивается по формуле

$$\begin{aligned} \rho(i, j) = & W(\Psi_y(i+1, j) - \Psi_y(i, j)) - W(\Psi_y(i+1, j-1) - \Psi_y(i, j-1)) + \\ & + W(\Psi_x(i, j+1) - \Psi_x(i, j)) - W(\Psi_x(i, j) - \Psi_x(i, j-1)). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $W(z)$  – оператор приведения разности значений в соседних узлах сетки к интервалу  $[-\pi, \pi]$ , определяемый выражением

$$W(z) = \begin{cases} z, & -\pi < z < \pi, \\ z + 2\pi, & z < -\pi, \\ z - 2\pi, & z > \pi. \end{cases} \quad (5)$$

Формула (4) является более точной оценкой, чем выражение из [13]

$$\begin{aligned} \rho(i, j) = & W(\Psi_x(i+1, j) - \Psi_x(i, j)) - W(\Psi_x(i+1, j-1) - \Psi_x(i, j-1)) + \\ & + W(\Psi_x(i, j+1) - \Psi_x(i, j)) - W(\Psi_x(i, j) - \Psi_x(i, j-1)), \end{aligned} \quad (6)$$

вследствие меньшего числа точек, в которых используется оператор (5).

Вихревая компонента РФСВ  $\varphi_V(x, y)$  восстанавливалась в соответствии с методом расчета скрытой фазы [15]:

$$\varphi_V(i, j) = \text{Im} \left( \ln \left( \frac{\prod_{k=1}^{K^+} (i - x_k^+) - J(j - y_k^+)}{\prod_{k=1}^{K^-} (i - x_k^-) - J(j - y_k^-)} \right) \right). \quad (7)$$

Здесь  $x_k^+, y_k^+$  и  $x_k^-, y_k^-$  – координаты ОВ с положительными и отрицательными топологическими индексами соответственно;  $J$  – мнимая единица;  $K^+, K^-$  – количество ОВ с положительным и отрицательным топологическими индексами соответственно.

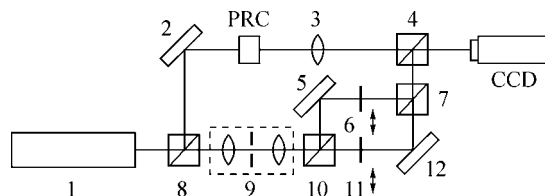


Рис. 2. Принципиальная схема экспериментальной установки

Следует отметить, что предложенный метод реконструирует значение РФСВ, тогда как методы, базирующиеся на анализе одной интерференционной картины, которая возникает из-за ненулевого угла схождения опорной и сигнальной волн, восстанавливают сумму РФСВ и компоненты.

**Описание экспериментальной установки.** Схема установки приведена на рис. 2. Коллимированное излучение He-Ne-лазера 1 ( $\lambda = 633 \text{ нм}$ ) с гауссовой полушириной 2 мм и интенсивностью 15 мВт направляется на входной светоделительный кубик 8 интерферометра Маха – Цендера. В объектное плечо, сформированное светоделительными кубиками 4, 8 и зеркалом 2, помещается исследуемый фоторефрактивный кристалл  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  (PRC). Образец легирован железом в массовой доле 0,05 %. Кристалл располагался так, чтобы вектор поляризации падающего излучения лежал в плоскости его главной оси  $c$ . Пучок рассеянного излучения коллимируется линзой 3 и соединяется с опорной волной на светоделительном кубике 4. Интерферометр настраивается на полосу конечной ширины. Плоская опорная волна формируется пространственным фильтром 9. Дополнительное плечо интерферометра образовано светоделительными кубиками 10, 7 и зеркалом 5. Оптические затворы 6, 11 открываются попеременно. Так как рассеяние развивается достаточно медленно ( $\sim 1,5 \text{ ч}$ ), можно считать, что за время полного цикла срабатывания затворов (0,2 с) спекл-поле не изменяется. В зависимости от положения затворов опорный пучок может формироваться элементами 8, 9, 10, 12, 7, 4 или 8, 9, 10, 5, 7, 4. Зеркало 12 и светоделительный кубик 7 юстируются таким образом, чтобы при открытом затворе 6 и закрытом 11 формировалась система горизонтальных интерференционных полос. Система вертикальных полос формировалась при инверсном положении затворов. В качестве регистрирующего элемента использовалась цифровая видеокамера Т-392С фирмы FINE с матрицей размера  $720 \times 576$  пикселей. Видеозахват изображения с камеры и управление затворами осуществлялись ЭВМ.

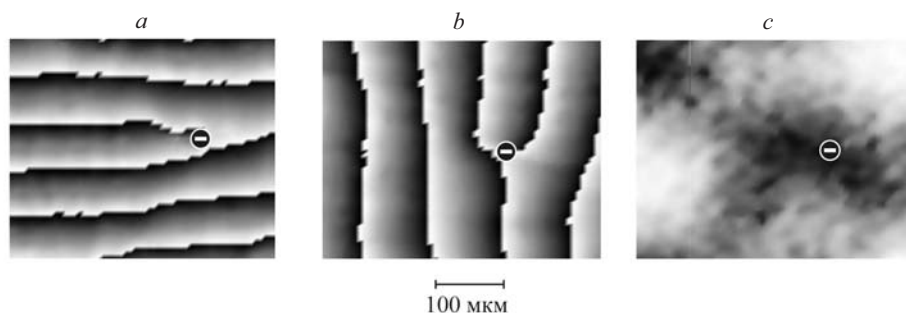


Рис. 3. Детектирование отдельного ОВ: приведенное РРФ интерферограммы с горизонтальными (а) и вертикальными (b) полосами, интенсивность спекл-поля (с)

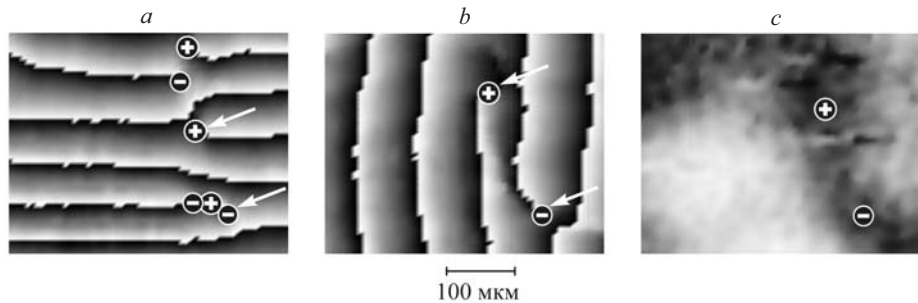


Рис. 4. Детектирование пары ОВ: приведенное РРФ интерферограмм с горизонтальными (а) и вертикальными (b) полосами, интенсивность спекл-поля (с)

**Результаты.** Приведенное РРФ и распределение интенсивности для типичного фрагмента спекл-поля показаны на рис. 3. Знаком минус обозначены местоположения ОВ с индексом  $m = -1$  для каждой интерферограммы. На рис. 3, с приведено положение ОВ, оцененное как среднее между координатами, полученными из анализа обеих интерферограмм. Детектирование пары ОВ показано стрелками на интерферограммах рис. 4, а, b. Положения ОВ с положительными и отрицательными топологическими индексами обозначены знаками плюс и минус соответственно. Они с большой вероятностью являются истинными ОВ исследуемого поля. Пары вихрей на рис. 4, а, не отмеченные стрелками, являются ложно детектируемыми в анизотропных областях малой амплитуды в окрестности ОВ. Оценка положения ОВ как среднего арифметического приведена на рис. 4, с. Возникновение анизотропной области малой амплитуды возможно не только в окрестности ОВ. На рис. 5 показан участок поля, не содержащий ОВ, где произошло ложное детектирование пары ОВ. Так как она регистрируется только на одной интерферограмме, принимается решение об ее игнорировании. Следует также отметить, что при ложном детектировании всегда появляется пара ОВ с разными знаками топологических индексов. Эксперимент со спекл-полями фотоиндуцированного рассеяния показал, что число ложно детектируемых ОВ может составлять 30 % от полного числа ОВ.

Реконструкция РФСВ в соответствии с выражениями (3), (7) при оценке  $\rho(i, j)$  по формуле (6) представлена на рис. 6, а и по формуле (4) – на рис. 6, b. Использование оценки (6) приводит к появлению «артефактов» в виде текстуры полос (см. рис. 6, а), а использование формулы (4) – к их исключению

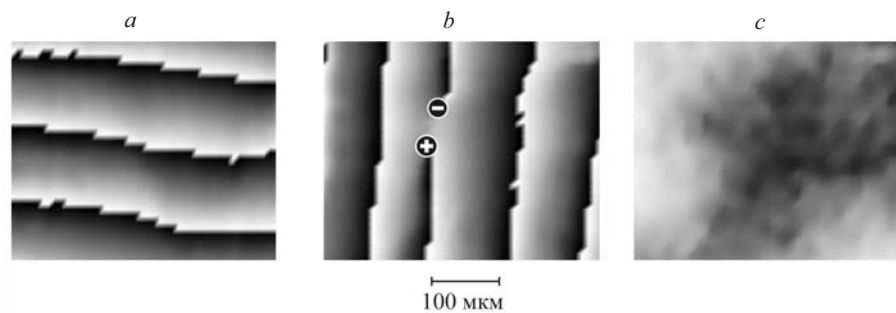


Рис. 5. Ложное детектирование пары ОВ: приведенное РРФ интерферограммы с горизонтальными (а) и вертикальными (b) полосами, интенсивность спекл-поля (с)

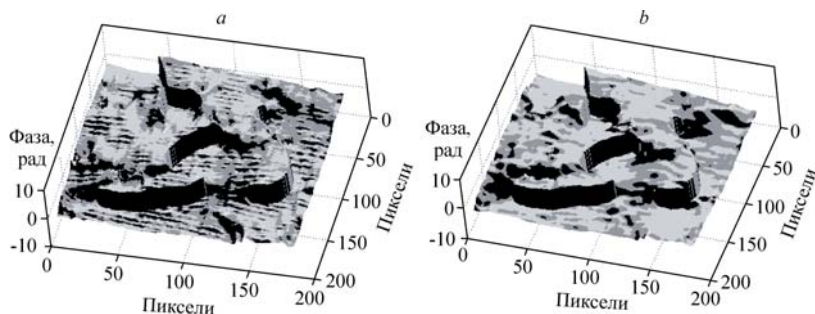


Рис. 6. Реконструкция РФСВ: метод одной интерферограммы (а) и метод двух интерферограмм (b)

(см. рис. 6, b). Это объясняется меньшим числом точек, для которых применяется оператор (5). При этом пиковое отношение сигнал/шум (в качестве эталонной методики использовалась интерферометрия фазового сдвига) увеличивается на 5 дБ.

**Заключение.** В данной работе представлен и реализован метод реконструкции распределения фазы оптического поля, содержащего ОВ, основанный на совместной обработке двух интерферограмм, которые получены при ортогональных плоскостях схождения опорного и сигнального пучков. Этот метод значительно уменьшает вероятность ложного детектирования ОВ, обусловленного наличием анизотропных областей малой амплитуды в спекл-поле, и улучшает соотношение сигнал/шум на 5 дБ в сравнении с методом обработки одной интерферограммы. Предлагаемый метод разрабатывался для изучения фазовой структуры скалярного спекл-поля фотоиндуцированного рассеяния в фоторефрактивных кристаллах. Он может быть также применен для реконструкции полей и изображений, в том числе для решения задач лазерной диагностики случайно-неоднородных сред и адаптивной оптики.

Авторы выражают благодарность чл.-корр. НАН Украины С. Г. Одулову и канд. физ.-мат. наук А. Н. Шумелюку за предоставленные кристаллы  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  и полезные научные дискуссии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Odoulov S. G., Soskin M. S.** Amplification, oscillation and light-induced scattering in photorefractive crystals // *Photorefractive Crystals and Applications* /Eds. J.-P. Huignard, P. Guenter. Geidelberg: Springer Verlag, 1989.
2. **Pyenkov A. V., Khiznyak A. I., Kreminskaya I. V. et al.** Birth and evolution of wavefront dislocations in laser beam passed through photorefractive  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  crystal // *Appl. Phys. B*. 1996. **62**, N 5. P. 465.
3. **Photorefractive Materials and Their Applications. Pt. 1. Basic Effects** /Eds. J.-P. Huignard, P. Guenter. Geidelberg: Springer, 2005.
4. **Ghiglia D. C., Pritt M. D.** Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software. N. Y.: Wiley Interscience, 1998.
5. **Lai G., Yatagai T.** Generalized phase-shifting interferometry // *JOSA A*. 1991. **8**, N 5. P. 822.
6. **Wyam J. C.** Interferometric optical metrology: basic principles and new systems // *Laser Focus*. 1982. **18**, N 5. P. 65.

7. **Takeda M., Ina H., Kobayashi S.** Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry // JOSA. 1982. **72**. P. 156.
8. **Васильев В. Н., Гуров И. П.** Компьютерная обработка сигналов в приложении к интерферометрическим системам. С.-Пб: БХВ-Санкт-Петербург, 1998. Т. 8, вып. 5. С. 822.
9. **Roddier C., Roddier F.** Interferogram analysis using Fourier transform techniques // Appl. Opt. 1982. **18**, N 5. P. 65.
10. **Lai G., Yatagai T.** Use the fast Fourier transform method for analyzing linear and equispaced Fizeau fringes // Appl. Opt. 1994. **33**, N 25. P. 5935.
11. **Wang W., Hanson S. G., Miyamoto Y., Takeda M.** Experimental investigation of local properties and statistics of optical vortices in random wave fields // Phys. Rev. Lett. 2005. **94**. P. 103902.
12. **Aksenov V. P., Tikhomirova O. V.** Theory of singular-phase reconstruction for optical speckle field in the turbulent atmosphere // JOSA A. 2002. **19**, N 2. P. 345.
13. **Ghiglia D. C., Romero L. A.** Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods // JOSA A. 1994. **11**. P. 107.
14. **Bazhenov V. Yu., Vasnetsov M. V., Soskin M. S.** Laser beams with screw dislocations in their wavefronts // JETP Lett. 1990. **52**. P. 429.
15. **Fried D. L.** Branch point problem in adaptive optics // JOSA A. 1998. **15**. P. 2759.

*Поступила в редакцию 20 августа 2007 г.*