4. А. А. Зенин. ФГВ, 1966, 2, 1, 74.
5. В. В. Александров, В. Г. Морозов. ЖФХ, 1968, 42, 8, 2128.
6. В. В. Александров, В. Г. Морозов, С. С. Хлевной. ПМТФ, 1969, 5, 149.
7. L. Dauerman, G. E. Salser and Y. A. Tajima. J. Phys. Chem., 1965, 69, 10, 3668.
8. L. Dauerman, G. E. Salser and Y. A. Tajima. AIAA. J., 1967, 5, 8, 1501.
9. R. T. M. Frazer and N. C. Paul. J. Chem. Soc. (B), 1968, 12, 1407.
10. L. Phillips. J. Phys. Chem., 1968, 72, 6, 2279.
11. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967.
12. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12, 11—12, 498.
13. П. Ф. Похил, Л. Д. Ромоданова. Докл. АН СССР, 1959, 128, 1, 133.
14. В. В. Александров, В. Г. Морозов, С. С. Хлевной. ФГВ, 1970, 6, 1.
15. В. В. Александров, С. С. Хлевной. ПМТФ, 1970, 1.
16. А. И. Сербинов. ЖФХ, 1959, т. 33, 12, 2641.
17. Е. Ю. Орлова. Химия и технология бризантных взрывчатых веществ. М., Оборонгиз, 1960.

УДК 662.216.5+662.232.1

СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ ГОРЕНИЯ ПОРОХА ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИ МЕНЯЮЩЕМСЯ ПОТОКЕ ТЕПЛА В ЗОНУ ПЛАМЕНИ

И. Г. Ассовский, А. Г. Истратов

(Москва)

При возникновении акустических колебаний в камерах сгорания двигателей на твердом топливе горящая поверхность топлива подвергается действию периодически изменяющегося теплового потока, который возникает из-за периодического нагрева газа в акустической волне. При этом адиабатический разогрев, определяемый амплитудой акустической волны, происходит на расстоянии от горящей поверхности порядка длины волны $l \sim c(\omega)$. Непосредственное тепловое взаимодействие акустической волны с поверхностью сосредоточено в области пограничного слоя, толщина которого оценивается как $\delta \sim (\varkappa/\omega)^{1/2}$, где $\varkappa$ — температуропроводность газа. Зона горения над поверхностью пороха, в свою очередь, характеризуется шириной h, для которой справедлива оценка $h \sim \varkappa u$, где u — скорость оттока продуктов сгорания от горящей поверхности.

Существует область практически интересных частот (порядка килогерц и ниже), для которой имеют место неравенства $l \gg \delta \gg h$. Действительно, первое неравенство $\delta/l \sim (\varkappa\omega/c^2)^{1/2} \ll 1$ есть обычное условие малости коэффициента затухания звука, и его можно считать выполненным всегда [1]. Справедливость второго неравенства $h/\delta \sim (\varkappa\omega/u^2)^{1/2} \ll 1$ связана с условием безынерционности зоны горения в газовой фазе $\varkappa\omega/u^2 \ll 1$, которое, согласно оценкам Б. В. Новожилова [2], хорошо выполняется до частот порядка килогерц при давлениях в несколько десятков атмосфер. Таким образом, можно пренебречь изменениями температуры газа за счет адиабатического сжатия непосредственно в зоне горения и ограничиться учетом теплового потока в эту зону.

Рассматриваемая в настоящей работе задача о горении пороха под действием заданного, периодически изменяющегося во времени теплового потока представляет собой часть общей задачи о нелинейном взаимодействии акустических волн и горящего твердого топлива и об определении изменений средней скорости сгорания, сопровождающих такое взаимодействие. При этом вопрос о поведении акустической волны у поверхности и о формировании тепловых потоков пока не рассматривается.

Вопрос о влиянии давления на среднюю скорость горения был рассмотрен Б. В. Новожиловым [3]. В настоящей работе давление будем считать постоянным.

Учтем инерционность прогретого слоя в конденсированной фазе пороха (к-фазе) и будем считать безынерционными процессы в зоне реакции к-фазы и в газовой фазе. Тогда задача становится аналогичной задаче о влиянии давления [3], за исключением того, что стационарная зависимость $m_c(q)$ скорости горения m от внешнего теплового потока q неизвестна, тогда как зависимость скорости горения от давления $m_c(p)$ может считаться заданной экспериментально. Предположим поэтому, что скорость горения определяется реакцией в газвой фазе и зависит как в стационарном, так и в нестационарном случае от температуры пламени T_*:

$$m = m(p, T_*), \tag{1}$$

т. е. фактически воспользуемся моделью Я. Б. Зельдовича [4].

Применение закона сохранения потока энергии к области, заключенной между поверхностью пламени и поверхностью пороха, при условии стационарности этой области дает зависимость температуры пламени T_* от градиента температуры в прогретом слое у поверхности к-фазы φ и внешнего потока тепла в зону пламени q

$$T_* = \frac{1}{C_p}\left[C_к T_s + Q\left(1 - \frac{\chi_к \varphi}{mQ} + \frac{q}{mQ}\right)\right], \tag{2}$$

где T_s — температура поверхности к-фазы, которую будем считать постоянной; Q — суммарный тепловой эффект реакций в конденсированной и газовой фазах; C_p — теплоемкость газовой фазы при постоянном давлении; $C_к$ — теплоемкость к-фазы; $\chi_к$ — теплопроводность к-фазы. Подставляя выражение (2) в (1), можно представить скорость горения в виде

$$m = m(p, \varphi, q), \tag{3}$$

который при $q=0$ совпадает с зависимостями, применявшимися в работах [2—4].

В случае стационарного горения градиент у поверхности к-фазы определяется начальной температурой пороха T_0

$$\chi_к(\varphi) = m_c C_к (T_s - T_0). \tag{4}$$

Предположим для определенности, что зависимость $m(p, T_*)$ имеет в соответствии с теорией Я. Б. Зельдовича [4] вид

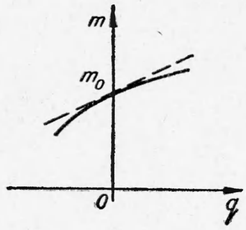
$$m = A(p) \exp(-E/2RT_*). \tag{5}$$

Тогда, пользуясь соотношениями (2), (4), (5) и применяя разложение экспоненты по Д. А. Франк-Каменецкому вблизи температуры $T_b = \frac{C_к}{C_0} T_0 + \frac{1}{C_p} Q$, которая соответствует стационарному горению в отсутствие внешнего теплового потока, получим зависимость стационарной скорости горения m_c от внешнего теплового потока q:

$$m_c = m_0 \exp\left(\frac{E}{2\,RT_b^2\,C_p}\cdot\frac{q}{m_c}\right) \text{ или}$$

$$q = \frac{2\,RT_q^2\,C_p}{E}\, m_c \ln\frac{m_c}{m_0}. \qquad (6)$$

Здесь m_0 — стационарная скорость горения при $q=0$. Зависимость (6) показывает, что следует ожидать уменьшения средней скорости сгорания при воздействии периодического потока тепла, так как $m_c(q)$ является функцией, возрастающей слабее, чем линейная функция (см. рисунок).



В нестационарном случае соотношение (2) сохранится в силу безынерционности газовой фазы, а для определения градиента температуры вместо (4) необходимо решать уравнение теплопроводности в к-фазе аналогично работе [3].

Введем безразмерные переменные

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_s - T_0},\quad \tau = \frac{m_0^2\,C_к}{\rho_к\,\chi_к}t,\quad \xi = \frac{m_0\,C_к}{\chi_к}x,$$
$$\vartheta = \frac{m}{m_0};\quad \Phi = \frac{\chi_к\,\varphi}{m_0\,C_к\,(T_s - T_0)},\quad f = \frac{q}{m_0\,Q}. \qquad (7)$$

Здесь $\rho_к$ — плотность к-фазы.

В переменных (7) выражение (5) с помощью разложения Д. А. Франк-Каменецкого преобразуется к виду

$$\vartheta = \exp\left[k\left(1 - \frac{\Phi}{\vartheta}\right) + \beta\,\frac{f}{\vartheta}\right], \qquad (8)$$

где

$$k = \frac{C_к}{C_p}\,(T_s - T_0)\,\frac{E}{2\,RT_b^2}; \qquad (9)$$

$$\beta = \frac{Q}{C_p}\,\frac{E}{2\,RT_b^2}. \qquad (10)$$

Параметр k представляет собой критерий Я. Б. Зельдовича [4], устанавливающий устойчивость стационарного горения пороха ($k<1$).

Задача формулируется следующим образом. Найти среднее значение скорости горения ϑ при постоянном давлении и гармонически меняющемся тепловом потоке f

$$f = \lambda\cos(\gamma\tau + \psi),\left(\gamma = \frac{\omega\,\rho_к\,\chi_к}{m_0^2\,C_к}\right), \qquad (11)$$

если задан закон горения (8), и при условии, что градиент Ф должен определяться из уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\xi} + \vartheta\,\theta\right). \qquad (12)$$

с граничными условиями

$$\theta(\tau, 0) = 1 \text{ и } \theta(\tau, -\infty) = 0. \qquad (13)$$

Имея целью нахождение только первой поправки порядка λ^2 к средней скорости горения, представим ϑ в форме

$$\vartheta = 1 + a\lambda^2 + b\lambda \cos\gamma\,\tau, \qquad (14)$$

а распределение температуры

$$\theta(\tau, \xi) = e^{(1 + a\lambda^2)\xi}\left[1 + \lambda g_1(\tau, \xi) + \lambda^2 g_2(\tau, \xi)\right]. \qquad (15)$$

После подстановки (14) и (15) в уравнение (12) получается система линейных уравнений для g_1 и g_2 с граничными условиями

$$g_1(\tau, 0) = g_2(\tau, 0) = 0.$$

Решение этой системы, конечное на бесконечности, дает с точностью до членов порядка λ^2 градиент $\Phi = \left|\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\right|_0$:

$$\Phi = (1 + a\lambda^2) - \frac{b\lambda}{2\gamma}\left[\left(1 - \frac{2\gamma}{r}\right)\sin\gamma\,\tau - r\cos\gamma\,\tau\right], \qquad (16)$$

где

$$r = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 16\gamma^2} - 1\right)}.$$

Для определения постоянных a, b и сдвига фазы Ψ необходимо подставить (11), (14) и (16) в (8) и потребовать равенства членов, содержащих λ^2, $\lambda\cos\gamma\,\tau$ и $\lambda\sin\gamma\,\tau$ соответственно. В результате получается три алгебраических уравнения для a, b и Ψ, решение которых приводит к следующим выражениям:

$$a = -\frac{b^2}{4},$$

$$b^2 = \beta^2\left[\frac{k^2}{r^2}\left(1 - \frac{r}{2\gamma}\right)^2 + \left(1 - k\left(1 - \frac{r}{2\gamma}\right)\right)^2\right]^{-1},$$

$$\operatorname{tg}\psi = -\frac{\frac{k}{r}(1 - r/2\gamma)}{1 - k(1 - r/2\gamma)}.$$

При больших частотах $\gamma \gg 1$ справедливо приближенное выражение для b^2:

$$b^2 = \frac{\beta^2}{(1-k)^2}\left(1 - \frac{k}{1-k}\sqrt{\frac{2}{\gamma}}\right)$$

и в пределе при $\gamma \to \infty$

$$a \to -\frac{\beta^2}{4(1-k)^2}.$$

В другом предельном случае очень малых частот $\gamma \ll 1$ имеет место выражение

$$b^2 = \beta^2[1 + (4k - k^2)\gamma^2],$$

в пределе при $\gamma \to 0$

$$a \to -\frac{1}{4}\beta^2.$$

Поскольку коэффициент a отрицателен, то средняя скорость горения в нестационарном режиме при гармонически меняющемся потоке тепла в зону горения при всех частотах меньше стационарной скорости при отсутствии теплового потока. Полученный результат объясняется физически тем, что с изменением теплового потока и скорости горения меняется количество продуктов сгорания, оттекающих от пороха; при этом большая часть теплового потока затрачивается на нагрев дополнительной массы газов.

В случае произвольной зависимости скорости m от температуры пламени T_*, $m = F(p, T_*)$, результат отличается от результата, полученного выше, тем, что в выражение для a входит множитель

$$\left[2 - \left(\frac{1}{F}\frac{\partial^2 F}{\partial T_*^2}\right)_{T_b} \Big/ \left(\frac{\partial}{\partial T_*}\ln F\right)^2_{T_b}\right].$$

$$a = -\frac{1}{4} b^2 \left[2 - \left(\frac{1}{F}\frac{\partial^2 F}{\partial T_*}\right)_{T_b} \Big/ \left(\frac{\partial}{\partial T_*}\ln F\right)^2_{T_b}\right];$$

$$b^2 = \beta^2 \left\{\frac{k^2}{r^2}\left(1 - \frac{r}{2\gamma}\right)^2 + \left[1 - k\left(1 - \frac{r}{2\gamma}\right)\right]^2\right\},$$

где

$$\beta = \frac{Q}{C_p}\left(\frac{\partial}{\partial T_*}\ln F\right)_{T_b},$$

$$k = \frac{C_к}{C_p}(T_s - T_0)\left(\frac{\partial}{\partial T_*}\ln F\right)_{T_b}.$$

Поступила в редакцию
2/XII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., 1953.
2. В. В. Новожилов. ПМТФ, 1962, 5.
3. В. В. Новожилов. ФГВ, 1965, 1, 3.
4. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12.

УДК 536.46

УСТАНОВЛЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ И КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПРИ ЗАЖИГАНИИ ГАЗА ТЕПЛОВЫМ ИМПУЛЬСОМ

К. Г. Шкадинский
(Москва)

В работе [1] исследован процесс установления стационарного режима горения газа. Зажигание осуществлялось нагретой поверхностью при непрерывном действии источника. В данной работе исследуется аналогичный вопрос при импульсном действии источника тепла. Кроме процесса