

13. Rouse H. Experiment on the mechanics of sediment suspension // Proc. 5th Int. Congr. Appl. Mech., Cambridge. Mass, 1938.

г. Москва

Поступила 18/II 1991 г.,
в окончательном варианте — 27/VI 1991 г.

УДК 532.546

Ш. А. Ершин, У. К. Жапбасбаев

МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ДВИЖЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В АППАРАТАХ С ПРОНИЦАЕМОЙ ПЕРЕГОРОДКОЙ

Приведена модель турбулентного движения несжимаемой жидкости в аппаратах с неподвижным зернистым слоем, построенная с привлечением современных представлений механики взаимопроникающих континуумов и полуэмпирических теорий турбулентности. Результаты расчета находятся в удовлетворительном согласии с опытом и объясняют известный эффект появления макронеоднородностей в профилях скорости за пористой средой.

Аппараты с проницаемой перегородкой (неподвижный зернистый слой, пакет сеток, пористая вставка) нашли широкое применение в различных технологических процессах [1]. Отличительной особенностью их аэродинамики является то, что поток жидкости (газа) полностью перетекает из одной камеры в другую через пористую среду. При этом на структуру течения в свободных частях аппарата существенным образом оказывает влияние движение в проницаемой перегородке. В последней преобладают струйные и отрывные течения из-за многократного изменения площади проходного сечения пор и направления. Согласно опытным данным [2—5], в порах зернистого слоя достигается высокая степень турбулентности за счет вихреобразования, создаваемого отрывом струй, которое затем распадается между зернами. При этом турбулентные моли состоят из элементов с широким диапазоном линейных масштабов и в макрообъеме имеет место локальное равновесие между генерацией и диссипацией энергии турбулентности. Следуя Хинце [6], можно считать, что интенсивный подвод энергии в каскадном процессе определяется самыми крупными элементами турбулентности, масштабы которых связаны с масштабами среднего движения. В зернистом слое связь между кинетическими энергиями пульсационного и осредненного движения предложена в [7] в виде

$$(1) \quad \langle v^2 \rangle = \frac{1-\varepsilon}{2} |\mathbf{V}|^2$$

(ε — порозность зернистого слоя). С помощью этой зависимости проведены расчеты молярной составляющей коэффициента эффективной теплопроводности (диффузии), которые показали удовлетворительное согласие расчетных и опытных данных.

В поровом пространстве происходит интенсивная диссипация кинетической энергии турбулентности. Причем основную роль играют инерционные силы в струйных и отрывных течениях. Поэтому, согласно гипотезе [8], можно считать, что диссипация энергии пульсационного движения зависит от кинетической энергии турбулентности k и среднего линейного размера вихрей, связанного с масштабом осредненного течения. В пористых средах характерным размером является диаметр элементов зернистого слоя, следовательно, диссипацию кинетической энергии турбулентности можно представить в форме

$$(2) \quad \varepsilon = \left[\frac{1}{4} (1 - \varepsilon) \right]^{1/2} \frac{k^{3/2}}{d_3},$$

где $k = \frac{1}{2} \langle v^2 \rangle$; d_3 — диаметр элемента зернистого слоя.

На основании (1), (2) можно определить коэффициент эффективной вязкости в проницаемой перегородке, воспользовавшись стандартной формулой $k - \varepsilon$ -модели, т. е.

$$(3) \quad \nu_t = 0,09k^2/\varepsilon = 0,09|V|d_3.$$

В такой форме выражение ν_t совпадает с алгебраической моделью турбулентности в пористых средах и с точностью до значения эмпирической константы $C_{\nu} = 0,09$ согласуется с опытными данными [7, 9, 10].

Несколько другой способ нахождения связи между характеристиками пульсационного и осредненного движения в пористых средах предложен в [11]. Там использованы колмогоровские микромасштабы скорости и длины, соответствующие универсальной теории равновесия, когда вязкость жидкости играет основную роль в диссипирующих мельчайших масштабах [6].

Таким образом, описывая турбулентное движение в пористой среде G_2 алгебраической моделью (1)–(3), а в свободных частях G_1, G_3 с помощью известной $k - \varepsilon$ -модели турбулентности, можно привлекать основные положения механики взаимопроникающих континуумов для расчета аэродинамики реакторов с проницаемой перегородкой. Ниже приведены некоторые результаты расчета турбулентного движения несжимаемой жидкости.

Течение рассмотрим в аппаратах плоской или осесимметричной конструкции. Движение считаем стационарным, а характеристики пористой среды — заданными и ее сопротивление подчиняющимся нелинейному закону фильтрации. Влияние решеток, ограничивающих зернистый слой, будем учитывать в сопротивлении пористой среды, как ее некоторую часть [12]. Ось Ox_1 декартовой системы направим вдоль оси аппарата, а ось Ox_2 — ортогонально к ней. Систему обобщенных уравнений турбулентного движения и неразрывности, полученную методом осреднения по жидкой фазе локального объема пористой среды, привлекая гипотезу Буссинеска об эффективной вязкости, запишем в виде

$$(4) \quad u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + 2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\nu_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \\ + \frac{1}{x_2^j} \frac{\partial}{\partial x_2} \left[x_2^j \nu_3 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \right] - \xi u_1;$$

$$(5) \quad u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\nu_3 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \right] + \frac{2}{x_2^j} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(x_2^j \nu_3 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) - \\ - \frac{2\nu_3 u_2^j}{x_2^2} - \xi u_2;$$

$$(6) \quad \frac{\partial \varepsilon u_1 x_2^j}{\partial x_1} + \frac{\partial \varepsilon u_2 x_2^j}{\partial x_2} = 0,$$

где $j = 0,1$ соответственно для плоского и осесимметричного случаев; x_1, x_2 — продольная и поперечная координаты; u_1, u_2 — продольная и поперечная компоненты скорости; p — давление; $\xi = \xi_1 + \xi_2 |V|$; $\xi_1 = 150(1 - \varepsilon)^2 H_0^2 / (\varepsilon^2 d_3^2 \text{Re})$; $\xi_2 = 1,75(1 - \varepsilon) H_0 / (\varepsilon d_3)$; $\text{Re} = u_0 H_0 / \nu$ (H_0 — полуширина или радиус входного сечения канала, u_0 — среднерасходная скорость); $\nu_3 = 1/\text{Re} + \nu_t$.

В свободных частях канала коэффициент эффективной вязкости определяется по известной $k - \varepsilon$ -модели турбулентности [13]:

$$(7) \quad u_1 \frac{\partial k}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial k}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\nu_3 \frac{\partial k}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{x_2^j} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(x_2^j \nu_3 \frac{\partial k}{\partial x_2} \right) + P_k - \varepsilon - \frac{2k}{\text{Re} x_n^2};$$

$$(8) \quad u_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\left(\frac{1}{\text{Re}} + \frac{\nu_t}{\sigma} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} \right] + \frac{1}{x_2^j} \frac{\partial}{\partial x_2} \left[x_2^j \left(\frac{1}{\text{Re}} + \frac{\nu_t}{\sigma} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - \frac{\varepsilon}{k} \left(C_2 f_3 \varepsilon + \frac{2g_3 k}{x_n^2 \text{Re}} \right).$$

Здесь $P_k = \nu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right)^2 + j \left(\frac{u_2}{x_2} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right)^2 \right\}$; $g_3 = \exp(-C_3 \nu_* x_n \text{Re})$; $f_3 = 1 - 0,22 \exp \left[- \left(\frac{k^2}{6\varepsilon} \text{Re} \right)^2 \right]$; $\nu_t = C_\nu \frac{k^2}{\varepsilon}$; $C_1 = 1,35$; $C_2 = 1,8$; $C_3 = 0,5$; $\sigma = 1,3$; $C_\nu = 0,09 [1 - \exp(-0,0115 \nu_* x_n \text{Re})]$; x_n — расстояние по нормали от стенки; ν_* — динамическая скорость.

В проницаемой перегородке кинетическая энергия турбулентности, ее диссипация и коэффициент эффективной вязкости находятся из выражения (1)–(3) соответственно.

Совместное рассмотрение (1)–(8) позволяет замкнуть систему уравнений движения и с единых позиций описать течение во всех частях реактора. Условия сопряжений на границах раздела сред [14]

$$\left(p + \frac{u_1^2 + u_2^2}{2} - 2\nu_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)_- = \left(p + \frac{u_1^2 + u_2^2}{2} - 2\nu_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)_+,$$

$$\left[\nu_3 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \right]_- = \left[\nu_3 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \right]_+, \quad (u_1 \varepsilon)_- = (u_1 \varepsilon)_+, \quad (u_2)_- = (u_2)_+$$

были использованы для построения сквозного счета.

Задача решалась при следующих граничных условиях. На входе (Γ_1 , рис. 1, а) задавались распределения скорости, турбулентных характеристик, соответствующие развитому течению в канале: $u_1 = u_{10}(x_2)$, $k = k_0(x_2)$, $\varepsilon = \varepsilon_0(x_2)$, $u_2 = 0$. На оси Γ_2 использовались условия симметричности $\partial u_1 / \partial x_2 = 0$, $\partial k / \partial x_2 = 0$, $\partial \varepsilon / \partial x_2 = 0$, $u_2 = 0$. На стенках Γ_3 вне пористой среды поставлено условие прилипания $u_1 = u_2 = k = \varepsilon = 0$, а на поверхностях аппарата, ограничивающих зернистый слой, ставились условия скольжения и непротекания для тангенциальной и нормальной компонент скорости соответственно. В выходном сечении Γ_4 задавались мягкие условия, отвечающие стабилизированному течению.

Решение системы уравнений движения и неразрывности производилось численным методом в переменных завихренность ω и функция тока ψ [14]. Транспортные уравнения кинетической энергии турбулентности и ее диссипации решались методом Гаусса — Зайделя в свободных частях канала с привлечением алгебраических выражений для этих величин в пористой среде (1), (2). Разностная сетка была размером 41×41 с неравномерным шагом, сгущающимся вблизи стенки. Все расчеты производились на ЭВМ БЭСМ-6.

Основными режимными параметрами задачи являются число Рейнольдса, сопротивление слоя и геометрические размеры аппаратов с пористой вставкой. Порозность среды задавалась в основном постоянной, соответствующей кубической или хаотической упаковке. В некоторых расчетах для учета пристенной неоднородности порозности распределение ε по нормали к стенке находилось по формуле [15]

$$(9) \quad \varepsilon = \varepsilon_0 [1 - s \exp(-x_n/d_3)]$$

(ε_0 — значение порозности в центре, коэффициент s связан с ε_0).

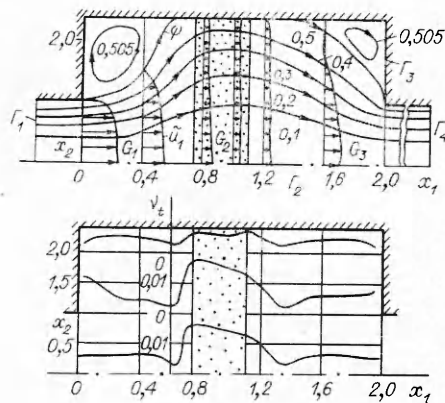


Рис. 1

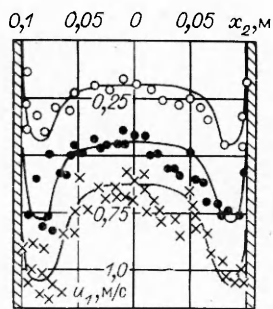


Рис. 2

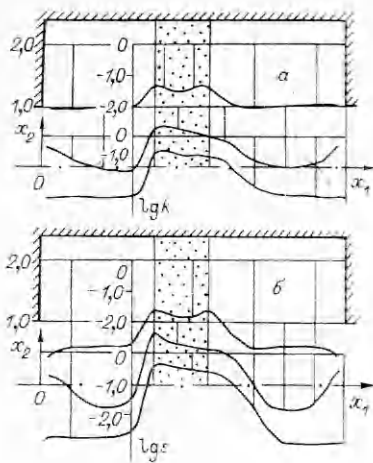
Верификация предлагаемой модели осуществлялась по опытным данным, полученным в проточном реакторе с неподвижным зернистым слоем для синтеза аммиака [16]. Профили продольной скорости найдены за пористой средой при трех значениях перепада давления $(0,1; 0,2; 0,3) \cdot 10^5$ Н/м². Известно [10], что в естественных условиях (в экспериментах) порозность слоя с приближением к ограничивающей стенке несколько возрастает, поэтому в расчетах распределение ϵ задано по формуле (9). На рис. 2 приведено сравнение расчетных профилей продольной скорости с опытными данными. Удовлетворительное их согласие свидетельствует о том, что в рамках модели удастся описать макронеоднородности в профилях скорости, наблюдаемые в многочисленных экспериментах.

Расчеты турбулентного течения проведены для двух типов аппаратов с проницаемой перегородкой. Причем во всех случаях для простоты анализа порозность зернистого слоя задана постоянной, соответствующей кубической упаковке. На рис. 1, а представлены картина линии тока и профили продольной скорости в реакторе с сосредоточенным вводом и выводом ($Re = 4300$, $\epsilon = 0,476$, $d_3 = 0,0045$ м, $H_0 = 0,0225$ м). Видно, что происходит растекание жидкости перед зернистым слоем с полным заполнением камеры реактора. Линии тока продолжают расширяться внутри зернистого слоя и по мере движения начинают изменять свои направления. За слоем они сгущаются на выходе из камеры, огибая застойную зону. Нетрудно заметить, что линии тока неортогональны к свободным границам зернистого слоя, и это указывает на скольжение жидкости при втекании и вытекании из пористой среды. Существенную деформацию претерпевают профили $\tilde{u}_1 = \epsilon u_1$, в частности, они перераспределяются и внутри зернистого слоя. Распределение кинетической энергии k в направлении потока наиболее ярко выражает изменение турбулентных характеристик течения в камере реактора (рис. 3, а). Величины кинетической энергии турбулентности построены в логарифмических координатах ввиду их значительного изменения в области течения. В свободных частях аппарата значения k не очень велики и лишь вблизи входной и выходной границ камеры (в узкой зоне с большими градиентами скоростей) изменение k происходит довольно резко. В зернистом слое k определяется формулой (1) и достигает 30 % кинетической энергии осредненного движения. Деформация профилей скорости, вызванная растеканием жидкости перед зернистым слоем, генерирует энергию турбулентности и повышает k . Интенсивное вихреобразование на выходе из пористой среды поддерживает высокое значение k , а затем происходит вырождение турбулентности. Характер изменения диссипации энергии турбулентности показан на рис. 3, б. Видно, что в пористой среде происходит интенсивная диссипация энергии турбулентности.

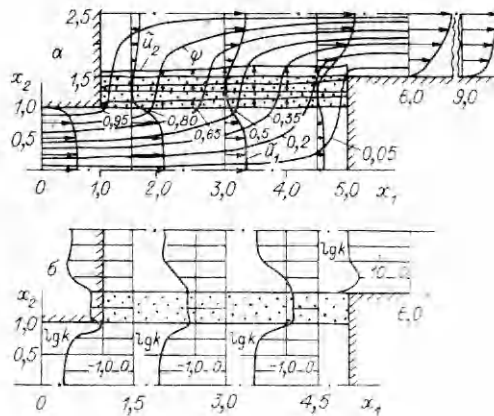
Распределение эффективной вязкости ν_t имеет некоторую аналогию с изменением турбулентных характеристик (см. рис. 1, б). Следует отметить рост ν_t в потоке перед слоем из-за растекания жидкости перед вставкой. В пористой среде ν_t находилась по формуле (3) и изменялась пропорционально фильтрационной скорости.

В расчетах изучалось влияние числа Рейнольдса, отношения диаметра камеры к диаметру входного (выходного) устройства, сопротивления слоя на картину течения. В результате было показано, что увеличение Re и отношения диаметров приводит к росту неравномерности распределения фильтрационной скорости по сечению слоя, а увеличение сопротивления слоя вызывает более равномерное распределение потока в пористой среде.

Результаты расчета турбулентного движения несжимаемой жидкости в плоском аппарате с Z-образной схемой течения приведены на рис. 4.



Р и с. 3



Р и с. 4

Расчет проведен при следующих значениях режимных параметров: $Re = 40\,000$, $H_0 = 0,045$ м, $d_3 = 0,0045$ м, $\varepsilon = 0,476$, $L = 0,18$ м (L — длина проницаемой перегородки). По картине линий тока можно представить закономерности перетока жидкости из раздаточного коллектора в собирающий через зернистый слой. Они иллюстрируют распределение фильтрационного потока в пористой среде, наличие скольжения жидкости на границах раздела сред. Неравномерность распределения потока по длине проницаемой перегородки можно заметить из профилей поперечной компоненты скорости $\tilde{u}_2 = \varepsilon u_2$; так, в данном режиме отношение максимального значения \tilde{u}_2 к минимальному составляет на входе проницаемой перегородки $n = 1,91$, а на выходе из него — $n = 1,98$. Такое изменение объясняется распределением поля давления в коллекторах. В раздаточном коллекторе давление восстанавливается, а в собирающем падает в направлении движения [14].

По распределению продольной скорости $\tilde{u}_1 = \varepsilon u_1$ можно отметить некоторые особенности структуры течения в коллекторах, например, профили u_1 в собирающем коллекторе вытягиваются в приосевой зоне. Значение k в зернистом слое достигает 30 % кинетической энергии осредненного движения. В раздаточном коллекторе сильный отток жидкости приводит к повышению турбулентной энергии в приосевой зоне. За проницаемой перегородкой происходит вырождение кинетической энергии турбулентности, которое продолжается по мере движения жидкости в отводящем канале. Этим объясняется вытягивание профилей u_1 в собирающем коллекторе. Подобная деформация эпюры u_1 неоднократно отмечена в экспериментах [17, 18], что связывается с турбулизацией течения при сильном вдуве и отсосе.

В расчетах показано влияние длины проницаемой перегородки и Re на распределение фильтрационной скорости по длине зернистого слоя, например, их рост при прочих равных условиях приводит к увеличению степени неравномерности профилей поперечной компоненты скорости.

Таким образом, расчетные данные, полученные в широком диапазоне изменения режимных параметров, физически правильно объясняют закономерности турбулентного движения в аппаратах с неподвижным зернистым слоем. Разработанный подход создает теоретическую основу для построения инженерного метода расчета аэродинамики разнообразных конструкций реакторов с проницаемой перегородкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Идельчик И. В. Аэродинамика технологических аппаратов. — М.: Машиностроение, 1983.
2. Накоряков В. Е. Гидродинамика и теплообмен в пористых средах // Теплообмен-ММФ. Секц. 4, 5. — Минск: ИТМО АН БССР, 1989.

3. Волков В. И., Мухин В. А., Накоряков В. Е. Исследование структуры течения в пористой среде // ЖПХ.— 1981.— Т. 34, № 4.
4. Mickley H. S., Smith K. A., Korchah E. T. Fluid flow in packed beds // Chem. Eng. Sci.— 1965.— V. 20, N 3.
5. Van der Merwe D. G., Gauvin W. H. Velocity and turbulence measurement of air flow through a packed bed // AIChE J.— 1971.— V. 17, N 3.
6. Хинце И. О. Турбулентность.— М.: Физматгиз, 1963.
7. Гольдштик М. А. Процессы переноса в зернистом слое.— Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1984.
8. Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. Сер. физ.— 1942.— Т. 2, № 1, 2.
9. Маджумдар, Сингхал, Сполдинг. Численное моделирование градиент. Ч. 1. Математическая и физическая модель // Теплопередача.— 1983.— Т. 105, № 4.
10. Аэров М. Э., Тодес О. М., Наринский Д. А. Аппараты со стационарным зернистым слоем.— Л.: Химия, 1979.
11. Кокорев Л. С., Федосеев В. И., Харитонов В. В., Воскобойников В. В. Новый подход к расчету теплоотдачи в пористых средах.— М., 1986.— (Препр. // МИФИ; № 024—86).
12. Ершин Ш. А., Хадиева Л. Г. О гидравлическом сопротивлении и преломляющем действии мелкоячеистых сеток // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1988.— № 2.
13. Chien K. I. Predictions of channel and boundary layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model // AIAA J.— 1982.— V. 20, N 1.
14. Ершин Ш. А., Жапбасбаев У. К., Кулымбаева М. Ш., Хадиева Л. Г. Исследование аэродинамики аппаратов с неподвижным зернистым слоем // ПМТФ.— 1990.— № 4.
15. Vortmeyer D., Schuster J. Evaluation of steady flow profiles in rectangular and circular packed beds by a variational method // Chem. Eng. Sci.— 1983.— V. 38, N 10.
16. Струминский В. В. Пути совершенствования технологии машиностроения в промышленности и сельском хозяйстве на основе достижений механики неоднородных сред // Гидродинамические проблемы технологических процессов.— М.: Наука, 1988.
17. Ерошенко В. М., Зайчик Л. И. Гидродинамика и тепломассообмен на пронизываемых поверхностях.— М.: Наука, 1984.
18. Aggarwal J. K., Hollingsworth M. A., Mayhew J. R. Experimental friction factors for turbulent flow with suction in porous tube // Int. J. Heat and Mass Transfer.— 1972.— V. 15, N 5.

г. Алма-Ата

Поступила 22/V 1991 г.

УДК 534.1.1/2; 533.6.013.42

В. П. Рейтов

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПРОГИБА ПАНЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Исследование колебательной неустойчивости пластин в потоках жидкости и газа (панельного флаттера)— одна из основных задач теории аэро- и гидроупругости [1, 2]. В данной работе изучается неустойчивость прогиба плоской панельной поверхности, находящейся в турбулентном пограничном слое несжимаемого течения. Рассматривается простая модель такой поверхности — цепочка бесконечных в направлении поперек течения пластин с шарнирно закрепленными краями. Гидродинамическая часть задачи решается в «квазиламинарном» приближении, когда ламинарному потоку присваивается профиль скорости среднего течения в турбулентном пограничном слое. Толщина пограничного слоя предполагается постоянной вдоль цепочки. Изучается неустойчивость одного типа колебаний — периодического прогиба поверхности с разными знаками отклонения смежных пластинок. Известно, что при потенциальном обтекании отдельного гладкого выступа на плоской поверхности над ним образуется область пониженного давления, а за его пределами давление повышается. Поэтому можно предположить, что знакопеременный прогиб пластин будет наиболее типичной формой прогиба при установившихся колебаниях цепочки. Такая форма прогиба была выбрана в [3] при ана-