

УДК 621.373.628.551.510.3

# Дифракция широкополосных импульсных пучков света

В.А. Банах, Л.О. Герасимова, И.В. Залозная, О.В. Тихомирова\*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 10.04.2012 г.

Проведен расчет интенсивности широкополосных световых импульсов, распространяющихся в свободном пространстве, в приближении огибающей узкополосного сигнала и на основе комплексного аналитического сигнала. Показано, что для расчета дифракции импульсных световых пучков независимо от длительности импульса и его когерентности в пространстве и во времени возможно использование приближения огибающей узкополосного сигнала.

*Ключевые слова:* дифракция, интенсивность, широкополосные оптические импульсы, комплексный аналитический сигнал, огибающая узкополосного сигнала, частично когерентные гауссовы пучки; *diffraction, intensity, broadband optical pulses, complex analytic signal, narrowband-signal envelope, partially coherent Gaussian beams.*

## Введение

В работах [1, 2] представлены результаты, показывающие, что использование приближения огибающей узкополосного сигнала для расчетов дифракции коротких импульсов может приводить к большим погрешностям, и утверждается, что это происходит вследствие возрастания ширины спектра импульса по мере уменьшения его длительности. В этом случае, как показано в [1, 2], расчеты дифракции импульсных световых пучков нужно проводить на основе комплексного аналитического сигнала. В [1, 2] исследования распространения широкополосных импульсов выполнены в приближении изодифракции. В настоящей статье анализ распространения широкополосных импульсных световых пучков проводится без использования этого приближения.

## 1. Основные соотношения

Решение волнового уравнения для электрического поля  $E(\mathbf{r}, t)$ , распространяющегося в однородной среде:

$$\Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ;  $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$  – трехмерный вектор в пространстве;  $t$  – время;  $c$  – скорость света, в приближении квазиоптики имеет вид [3]:

\* Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru); Лилия Олеговна Герасимова (lilyan@sibmail.com); Ия Викторовна Залозная (iya@iao.ru), Ольга Владимировна Тихомирова (tov@iao.ru).

$$E(x, \mathbf{p}, t) = \int d\omega U(x, \mathbf{p}, \omega) \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right\}. \quad (2)$$

В (2) считается, что ось  $x$  совпадает с направлением распространения волны;  $\mathbf{p} = \{y, z\}$  – вектор в поперечной к направлению распространения плоскости;

$$U(x, \mathbf{p}, \omega) = \frac{k}{2\pi i x} \int d\mathbf{p}' U_0(\mathbf{p}', \omega) \exp\left\{-i \frac{k(\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2}{2x}\right\},$$

$U_0(\mathbf{p}', \omega) = F(\mathbf{p}', \omega)P(\omega)$  – спектральная комплексная амплитуда начального поля широкополосного импульсного пучка на частоте  $\omega$ ;  $k = \omega/c$ ;  $F(\mathbf{p}', \omega)$  задает пространственное распределение спектральной амплитуды в плоскости  $x = 0$ ;  $P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int G(t) e^{-i\omega t} dt$ ;  $G(t)$  определяет временную форму импульса.

Электрическое поле  $E(x, \mathbf{p}, t)$  (2) в начальной плоскости в точке  $\mathbf{p} = 0$  представляется в виде  $E_0(0, 0, t) = E_{00}(t) = \int d\omega P(\omega) \exp(i\omega t)$ . Для реального импульса  $G(t)$  должно выполняться соотношение  $\text{Re} E_{00}(t) = G(t)$ , т.е.  $E_{00}(t)$  нужно рассматривать как комплексный аналитический сигнал, для которого справедливо соотношение [4]:

$$E_{00}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega P(\omega) \exp(i\omega t) = 2 \int_0^{\infty} d\omega P(\omega) \exp(i\omega t). \quad (3)$$

С учетом (3) формулу для поля (2) удобно переписать в виде

$$E(x, \mathbf{p}, \omega) = 2 \int_0^{\infty} d\omega \exp(i\omega t) P(\omega) U_S(x, \mathbf{p}, \omega), \quad (4)$$

где

$$U_S(x, \rho, \omega) = \frac{ke^{ikx}}{2\pi i x} \int d\rho' F(\rho') \exp\left\{i \frac{(\rho - \rho')^2}{2x}\right\}.$$

Зададим начальный импульс  $G(t)$  в виде гармонического сигнала с огибающей  $A(t)$ , определяющей форму импульса

$$G(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t)). \quad (5)$$

Здесь  $\omega_0$  — круговая частота несущего колебания;  $\varphi$  — начальная фаза сигнала. Тогда Фурье-спектр  $P(\omega)$  импульса (5) запишется в виде [2]:

$$\begin{aligned} P(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(t) e^{-i\omega t} dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt A(t) \frac{1}{2} [\exp(i\varphi(t)) \exp(-i(\omega - \omega_0)) + \\ &\quad + \exp(-i\varphi(t)) \exp(i(\omega - \omega_0))] = \\ &= \frac{1}{2} [g(\omega - \omega_0) + g^*(-\omega - \omega_0)], \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt A(t) \exp(i\varphi(t)) \exp(-i\omega t).$$

Подставляя (6) в (4), получаем

$$\begin{aligned} E(x, \rho, t) &= \int_0^{\infty} d\omega \exp(i\omega t) \times \\ &\times [g(\omega - \omega_0) + g^*(-\omega - \omega_0)] U_S(x, \rho, \omega). \end{aligned} \quad (7)$$

## 2. Когерентный гауссов пучок

Для гауссова в пространстве  $F(\rho') = F_0 \exp\left\{-\frac{\rho'^2}{2a^2} - ik \frac{\rho'^2}{2F}\right\}$  и во времени  $A(t) = A_0 \exp\left\{-\frac{t^2}{2T^2}\right\}$  начального когерентного импульса выражение для поля  $E(x, \rho, t)$  (7) принимает вид

$$\begin{aligned} E(x, \rho, t) &= \frac{F_0 A_0 \Omega_0 (\omega_0 T)}{2\pi i} \int_0^{\infty} \frac{\Omega d\Omega}{1 - i\Omega_0 \Omega \left(1 - \frac{x}{F}\right)} \times \\ &\times \exp\left\{-i \frac{(t - x/c)\Omega(\omega_0 T)}{T}\right\} \exp\left\{\frac{i\Omega \frac{\rho^2}{2a_g^2} \frac{1}{\Omega_0} - \Omega^2 \frac{\rho^2}{2a_g^2} \frac{x}{F}}{1 - i\Omega_0 \Omega \left(1 - \frac{x}{F}\right)}\right\} \times \\ &\times \left[ \exp\left\{-\frac{1}{2}(\Omega - 1)^2 (\omega_0 T)^2\right\} + \exp\left\{-\frac{1}{2}(\Omega + 1)^2 (\omega_0 T)^2\right\} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $T$  — длительность импульса;  $\Omega_0 = k_0 a^2 / x$ ,  $a_g = x / k_0 a$ ,  $k_0 = \omega_0 / c$ ;  $a$  и  $F$  соответственно эффективный радиус передающей апертуры и радиус кривизны фазового фронта в ее центре.

В приближении огибающей узкополосного сигнала (2) выражение для поля  $E(x, \rho, t)$  записывается как

$$\begin{aligned} E(x, \rho, t) &= \frac{F_0 A_0 \Omega_0 (\omega_0 T)}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega d\Omega}{1 - i\Omega_0 \Omega \left(1 - \frac{x}{F}\right)} \times \\ &\times \exp\left\{-i \frac{(t - x/c)\Omega(\omega_0 T)}{T}\right\} \times \\ &\times \exp\left\{\frac{i\Omega \frac{\rho^2}{2a_g^2} \frac{1}{\Omega_0} - \Omega^2 \frac{\rho^2}{2a_g^2} \frac{x}{F}}{1 - i\Omega_0 \Omega \left(1 - \frac{x}{F}\right)} - \frac{1}{2}(\Omega - 1)^2 (\omega_0 T)^2\right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

На рис. 1 представлены результаты расчета по формулам (8), (9) пространственно-временного распределения нормированной интенсивности когерентных импульсных пучков

$$I(x, \rho, t) = \frac{|E(x, \rho, t)|^2}{|E(x, \rho = 0, t = x/c)|^2}.$$

По оси абсцисс отложена нормированная координата вдоль радиуса пучка  $\rho/a_g$ , по оси ординат — нормированное время  $(t - x/c)/T$ . Из сравнения расчетных данных на рис. 1, *a* и *б* коллимированных импульсных пучков  $\Omega_0 = 1$  следует, что даже для импульсов аттосекундной длительности  $\omega_0 T = 0,01$  результаты расчетов в приближении огибающей узкополосного сигнала (9) (рис. 1, *a*) и через аналитический сигнал (8) (рис. 1, *б*) практически совпадают. Численный и аналитический анализ дифракции в пределе нулевой длительности импульсов ( $\delta$ -импульсов) с равномерным спектром во всей полосе частот показывает, что результаты расчетов по формулам (8), (9) не отличаются и в данном случае. Это легко продемонстрировать в частном случае фокусировки пучка в плоскости наблюдения  $x/F = 1$ , когда интегралы (8), (9) вычисляются аналитически.

Действительно, задав  $A(t)$  в виде нормированного  $\delta$ -импульса:

$$A(t) = A_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \delta(t), \quad (10)$$

в приближении огибающей узкополосного сигнала для поля  $E(x, \rho, t)$  с учетом (10) для сфокусированного пучка получаем [5]:

$$\begin{aligned} E(x, \rho, t) &\equiv E_{env}(x, \rho, t) = \\ &= \frac{F_0 A_0}{4\sqrt{2\pi} a^2} \frac{cx}{a^2} \frac{\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2 - \frac{cx}{a^2}\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]}{\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2\right]^{3/2}} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2 - \frac{cx}{a^2}\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]^2 \left/\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2\right]\right.\right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

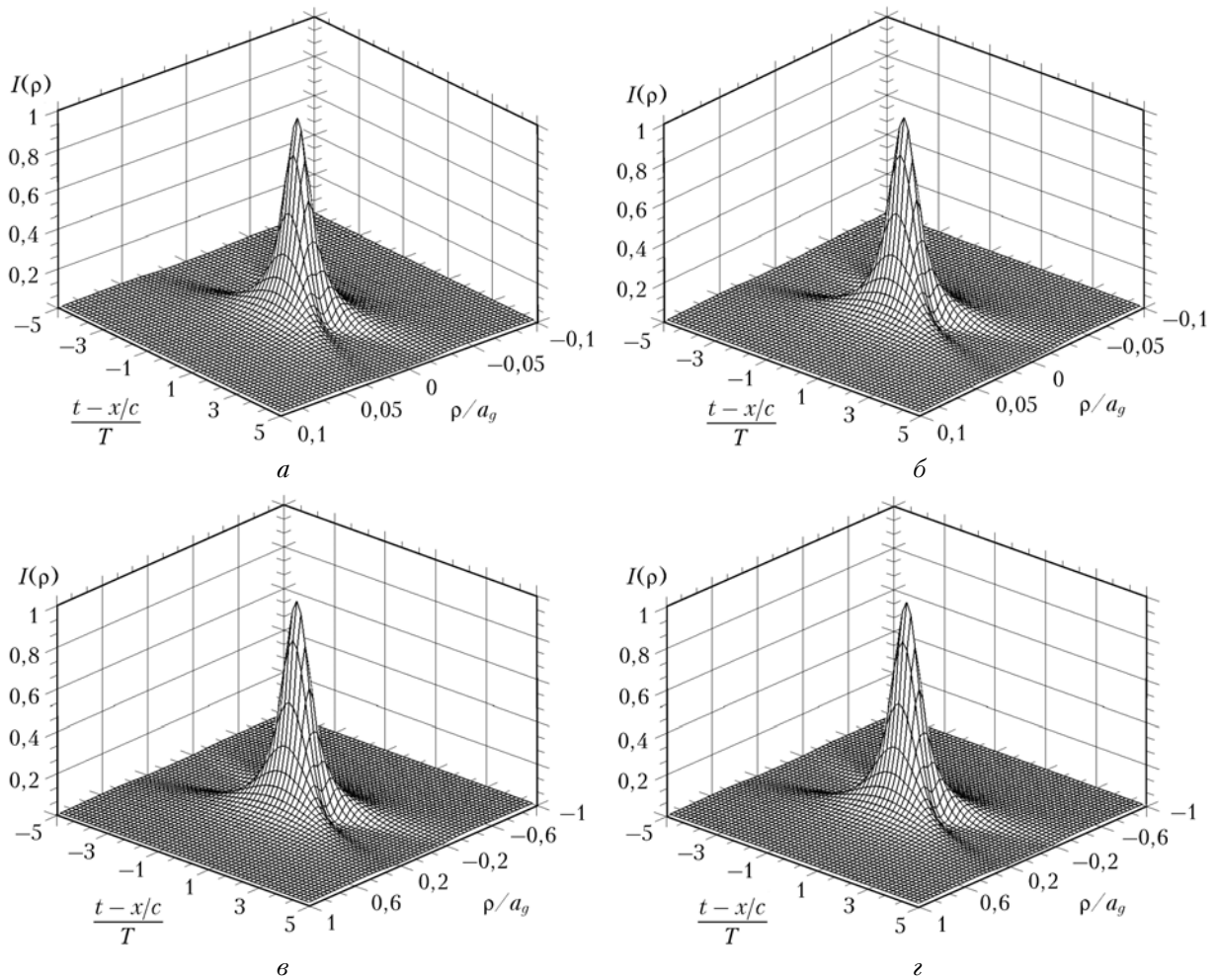


Рис. 1. Интенсивность коллимированного (*а, б*),  $\Omega_0 = 1$ ,  $\omega_0 T = 0,01$  и сфокусированного (*в, г*) пучков,  $\Omega_0 = 20$ ,  $\omega_0 T = 0,1$ ; *а, в* – расчет по формуле (9), *б, г* – по формуле (8)

Выражение для поля  $E(x, \rho, t)$  при  $x/F = 1$  на основе комплексного аналитического сигнала с учетом (10) имеет вид

$$E_{as}(x, \rho, t) = \frac{F_0 A_0}{4\sqrt{2\pi}} \frac{cx}{a^2 i} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\rho}{a} \right)^2 \right]^{-1} + E_{env}(x, \rho, t) \times \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( -i \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\rho}{a} \right)^2 - \frac{cx}{a^2} \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] / \left[ 2 \left( \frac{\rho}{a} \right)^2 \right]^{1/2} \right) \right]. \quad (12)$$

Формулы (11), (12) показывают, что выражение для  $E(x, \rho, t)$  в приближении огибающей узкополосного сигнала является вещественным и совпадает с реальной частью выражения для поля  $E(x, \rho, t)$  (12), полученного на основе комплексного аналитического сигнала, т.е. оба подхода дают одинаковые результаты. На рис. 1, *в* и *г* представлены результаты расчета интенсивности  $I(x, \rho, t)$  сфокусированного пучка  $\Omega_0 = 20$  по формулам (9) и (8) соответственно. Видно, что даже для длительности импульсов  $\omega_0 T = 0,1$  результаты не отличаются и в этом случае. Отсюда следует, что для расчетов дифракции ко-

ротких импульсов может использоваться приближение огибающей узкополосного сигнала без ущерба для точности. Этот вывод не согласуется с результатами [1, 2]. Возможно, различие является следствием использования в [1, 2] приближения изодифракции, в то время как в данной работе анализ проводился в более строгой постановке задачи.

### 3. Частично когерентный гауссов пучок

Рассмотрим вопрос о применимости приближения огибающей узкополосного сигнала в задачах распространения частично когерентных импульсных пучков.

Формула (7) в предположении, что пространственно-временную корреляционную функцию спектральных амплитуд начального поля можно задать в факторизованном виде [3, 6, 7], позволяет записать для пространственно-временной функции взаимной когерентности поля импульсного частично когерентного излучения на расстоянии  $x$   $\Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2, t_1, t_2) = \langle E(x, \rho_1, t_1) E^*(x, \rho_2, t_2) \rangle$ , где угловые скобки означают усреднение по ансамблю, следующее выражение:

$$\Gamma_2(x, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, t_1, t_2) = \int_0^\infty \int_0^\infty d\omega_1 d\omega_2 \exp\{i\omega_1 t_1 - i\omega_2 t_2\} \times$$

$$\times \left[ g(\omega_1 - \omega_0) + g^*(-\omega_1 - \omega_0) \right] \times$$

$$\times \left[ g^*(\omega_2 - \omega_0) + g(-\omega_2 - \omega_0) \right] \times$$

$$\times \langle U_s(x, \mathbf{p}_1, \omega_1) U_s(x, \mathbf{p}_2, \omega_2) \rangle. \quad (13)$$

$$\times \exp \left\{ \frac{\left[ (\Omega_s \Omega_2 - i\Omega_d \Omega_1) \frac{\mathbf{R}}{a_g} + \frac{1}{2} (\Omega_s \Omega_1 - i\Omega_d \Omega_2) \frac{\mathbf{p}}{a_g} \right]^2}{2\Omega_d \Omega_{ds}^2} \right\}, \quad (14)$$

где

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2}{2}, \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2; \quad t = \frac{t_1 + t_2}{2}, \quad \tau = t_1 - t_2;$$

$$\Omega_{ds}^2 = 4 \left( \frac{a}{\rho_0} \right)^2 \Omega_d + \Omega_d^2 + \Omega_s^2, \quad \Omega_d = 1 - i \left( 1 - \frac{x}{F} \right) \Omega_0 \Omega_2,$$

$$\Omega_s = \left( 1 - \frac{x}{F} \right) \Omega_0 \Omega_1.$$

Положим, не умаляя общности, для простоты в выражениях для  $g(\omega)$   $\varphi(t_1) = \varphi(t_2) \equiv 0$ , и для временной  $\langle A(t_1)A(t_2) \rangle$  и пространственной  $\langle F(\mathbf{p}'_1)F(\mathbf{p}'_2) \rangle$  функций когерентности частично когерентного начального поля воспользуемся моделями, использовавшимися в [3, 6–9]:

$$\langle A(t_1)A(t_2) \rangle = \Gamma_{t_0} \exp \left\{ -\frac{(t_1 + t_2)^2}{2T^2} - \frac{(t_1 - t_2)^2}{T_0^2} \right\};$$

$$\langle F(\mathbf{p}'_1, \omega_1)F(\mathbf{p}'_2, \omega_2) \rangle =$$

$$= F_0^2 \exp \left\{ -\frac{\mathbf{p}'_1^2 + \mathbf{p}'_2^2}{2a^2} - \frac{(\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2)^2}{\rho_0^2} - i\frac{k_1}{2F} \mathbf{p}'_1^2 + i\frac{k_2}{2F} \mathbf{p}'_2^2 \right\},$$

где  $\frac{1}{T_0^2} = \frac{1}{4T^2} + \frac{1}{T_k^2}$ ,  $T_k$  – время когерентности поля

источника и  $\rho_0$  – радиус пространственной когерентности начального поля. В результате получаем

$$\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \mathbf{p}, t, \tau) =$$

$$= \frac{A_0^2 F_0^2}{8\pi} (\omega_0 T)^2 \Omega_0^2 \left( \frac{T_0}{T} \right) \int_0^\infty d\Omega_1 \int_{-\Omega_1}^{\Omega_1} d\Omega_2 \frac{(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)}{\Omega_{ds}^2} \times$$

$$\times \exp \left\{ -i2\Omega_2 \frac{t - x/c}{T} (\omega_0 T) - i\Omega_1 \frac{\tau}{T} (\omega_0 T) \right\} \times$$

$$\times \left\{ \exp \left\{ -\Omega_2^2 (\omega_0 T)^2 \right\} \left[ \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 (\omega_0 T)^2 [1 + \Omega_1]^2 \right\} + \right. \right.$$

$$\left. + \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 (\omega_0 T)^2 [1 - \Omega_1]^2 \right\} \right] +$$

$$\left. + \exp \left\{ -\frac{1}{4} \Omega_1^2 \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 (\omega_0 T)^2 \right\} \right\} \times$$

$$\times \left[ \exp \left\{ -(\omega_0 T)^2 [\Omega_2 - 1]^2 \right\} + \exp \left\{ -(\omega_0 T)^2 [\Omega_2 + 1]^2 \right\} \right] \times$$

$$\times \exp \left\{ i\frac{\Omega_2}{\Omega_0} \left( \frac{R^2}{a_g^2} + \frac{\rho^2}{4a_g^2} \right) + i\frac{\Omega_1}{\Omega_0} \frac{\mathbf{R}\mathbf{p}}{a_g a_g} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\Omega_d} \left( \Omega_2 \frac{\mathbf{R}}{a_g} + \Omega_1 \frac{1}{2} \frac{\mathbf{p}}{a_g} \right)^2 \right\} \times$$

Выражение для  $\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \mathbf{p}, t, \tau)$  в приближении огибающей узкополосного сигнала имеет тот же вид, что и (14), с той разницей, что интегрирование по  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  выполняется в бесконечных пределах и вместо четырех слагаемых в фигурной скобке остается лишь первое [3, 7]:

$$\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \mathbf{p}, t, \tau) = \frac{A_0^2 F_0^2}{8\pi} (\omega_0 T)^2 \Omega_0^2 \left( \frac{T_0}{T} \right) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^\infty d\Omega_1 \int_{-\infty}^\infty d\Omega_2 \frac{(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)}{\Omega_{ds}^2} \times$$

$$\times \exp \left\{ -i2\Omega_2 \frac{t - x/c}{T} (\omega_0 T) - i\Omega_1 \frac{\tau}{T} (\omega_0 T) - \Omega_2^2 (\omega_0 T)^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4} \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 (\omega_0 T)^2 [1 + \Omega_1]^2 \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ i\frac{\Omega_2}{\Omega_0} \left( \frac{R^2}{a_g^2} + \frac{\rho^2}{4a_g^2} \right) + i\frac{\Omega_1}{\Omega_0} \frac{\mathbf{R}\mathbf{p}}{a_g a_g} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\Omega_d} \left( \Omega_2 \frac{\mathbf{R}}{a_g} + \Omega_1 \frac{1}{2} \frac{\mathbf{p}}{a_g} \right)^2 \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{\left[ (\Omega_s \Omega_2 - i\Omega_d \Omega_1) \frac{\mathbf{R}}{a_g} + \frac{1}{2} (\Omega_s \Omega_1 - i\Omega_d \Omega_2) \frac{\mathbf{p}}{a_g} \right]^2}{2\Omega_d \Omega_{ds}^2} \right\}. \quad (15)$$

На рис. 2, 3 представлены результаты расчета пространственно-временного распределения нормированной интенсивности частично когерентных импульсных пучков

$$I(x, \mathbf{R}, t) = \frac{|\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \mathbf{p} = 0, t, \tau = 0)|}{\Gamma_2(x, 0, 0, t = \frac{x}{c}, 0)}, \quad (16)$$

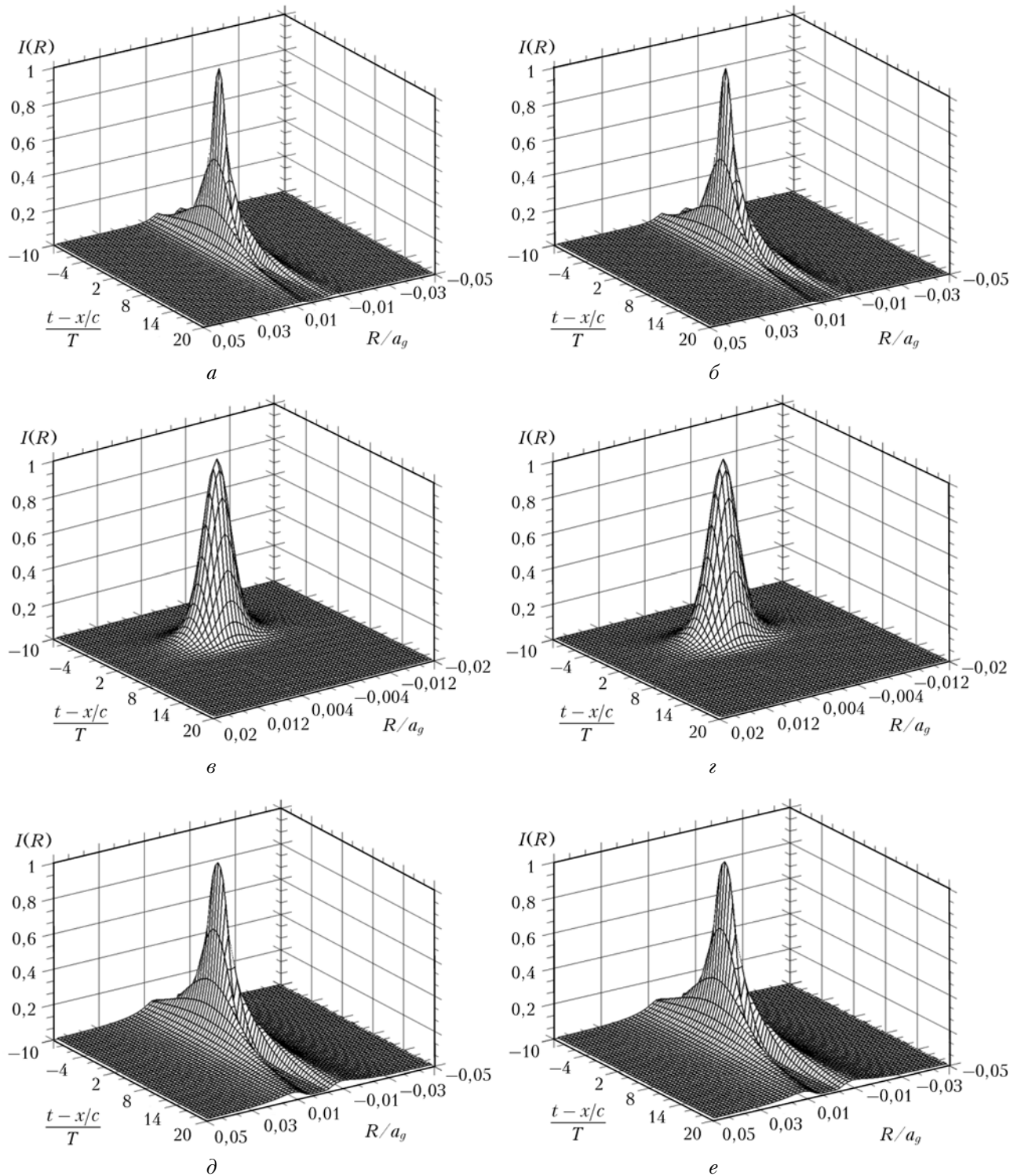


Рис. 2. Средняя интенсивность сфокусированного пучка,  $\Omega_0 = 10$ ,  $\omega_0 T = 0,01$ :  $a, б$  —  $T_0/T = 0,1$ ,  $a/\rho_0 = 10$ ;  $v, z$  —  $T_0/T = 0,1$ ,  $a/\rho_0 = 0$ ;  $д, e$  —  $T_0/T = 1$ ,  $a/\rho_0 = 10$ ;  $a, v, д$  — расчет в приближении огибающей узкополосного сигнала,  $б, z, e$  — на основе комплексного аналитического сигнала

сфокусированного ( $x/F = 1$ ) (см. рис. 2) и коллимированного ( $x/F = 0$ ) (см. рис. 3) импульсных пучков. Расчеты проведены в приближении огибающей узкополосного сигнала по формуле (15) (рис. 2,  $a, v, д$  и 3,  $a, v, д$ ) и на основе представления поля им-

пульсного пучка через комплексный аналитический сигнал (14) (рис. 2,  $б, z, e$  и 3,  $б, z, e$ ).

Рассмотрены случаи частичной когерентности сфокусированных (рис. 2,  $a, б$ ) и коллимированных (рис. 3,  $a, б$ ) импульсных пучков в пространстве

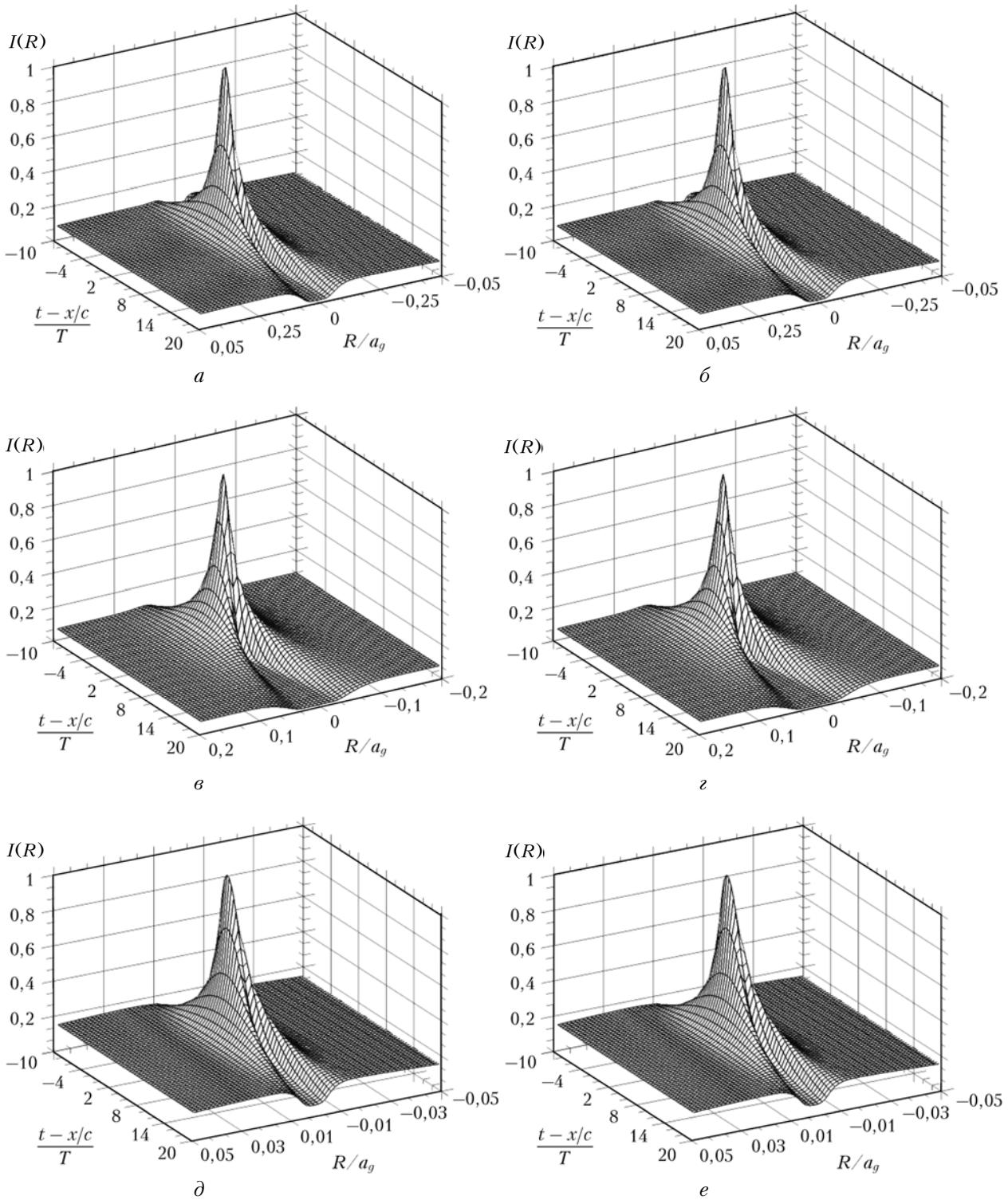


Рис. 3. Средняя интенсивность коллимированного пучка,  $\Omega_0 = 1$ ,  $\omega_0 T = 0,01$ : *a, б* —  $T_0/T = 0,1$ ,  $a/\rho_0 = 10$ ; *в, з* —  $T_0/T = 0,1$ ,  $a/\rho_0 = 0$ ; *д, е* —  $T_0/T = 1$ ,  $a/\rho_0 = 10$ ; *a, в, д* — расчет в приближении огибающей узкополосного сигнала, *б, з, е* — на основе комплексного аналитического сигнала

и во времени, а также случаи частичной когерентности лишь в пространстве (рис. 2, *в, з* и рис. 3, *в, з*) и лишь во времени (рис. 2, *д, е* и 3, *д, е*) сфокусированных и коллимированных пучков соответственно. По осям на горизонтальной плоскости отложены нор-

мированное время  $(t - x/c)/T$  и пространственная координата  $R/a_g$ . Видно, что оба подхода дают одинаковые результаты и для частично когерентных импульсных пучков. Из сравнения результатов на рис. 2, *a* и 2, *д*, а также рис. 3, *a* и 3, *д* видно, что

дифракционный размер пучка, частично когерентного в пространстве ( $a/\rho_0 = 10$ ), практически не зависит от его временной когерентности, что подтверждает результаты в [3].

#### 4. Эффект уменьшения дифракционной расходимости короткоимпульсных световых пучков

Формула (15) допускает предельный переход ( $\omega_0 T \rightarrow \infty$ ). В результате получается хорошо известное аналитическое выражение для пространственной функции взаимной когерентности частично когерентного гауссова пучка непрерывного излучения на частоте  $\omega_0$  в однородной среде [9]. Для непрерывного излучения дифракционный радиус частично когерентного пучка  $r_d$ , определяемый по спадающему нормированной интенсивности (16) до уровня  $I(x, r_d) = e^{-1}$ , определяется формулой [9]:

$$r_d = a \left[ \left( 1 - \frac{x}{F} \right)^2 + \Omega^{-2} \left( 1 + \frac{a^2}{\rho_0^2} \right) \right]. \quad (17)$$

На рис. 4 представлено пространственное распределение интенсивности коллимированного частично когерентного пучка  $I(x, \mathbf{R}, t = x/c)$  при различных значениях параметра  $\omega_0 T$ , характеризующего длительность импульса, в зависимости от нормированной пространственной координаты  $R/r_d$ .

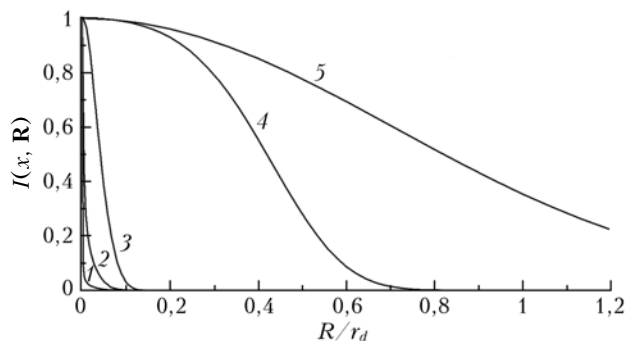


Рис. 4. Средняя интенсивность коллимированного пучка:  $\Omega_0 = 1$ ,  $T_0/T = 0,1$ ,  $a/\rho_0 = 10$ ,  $\omega_0 T = 0,01$  (1); 0,1 (2); 1 (3); 100 (4); 1000 (5)

Видно, что с уменьшением длительности импульса (параметра  $\omega_0 T$ ) характерный масштаб спада интенсивности  $I$  до уровня  $e^{-1}$  уменьшается по сравнению с масштабом  $r_d$ , определяющим дифракционный радиус пучка непрерывного излучения

( $\omega_0 T = 1000$ ). В предельном случае импульсных пучков «нулевой» длительности —  $\delta$ -импульсов, как это следует из аналитической формулы (11) для сфокусированного пучка, дифракционного расплывания вообще не происходит [5]. Когерентность импульсных пучков света также повышается с уменьшением длительности импульса по сравнению с пучками непрерывного излучения [7].

#### Заключение

На основе решения волнового уравнения для электрического поля в однородной среде, полученного в приближении квазиоптики, проведен расчет интенсивности частично когерентных в пространстве и во времени широкополосных импульсных гауссовых пучков света. Расчет проводился для представления электрического поля в приближении огибающей узкополосного сигнала и на основе комплексного аналитического сигнала. Показано, что для расчета дифракции импульсных световых пучков независимо от длительности импульса и его пространственно-временной когерентности возможно использование приближения огибающей узкополосного сигнала. Расчетные данные показали, что у импульсных пучков в отличие от пучков непрерывного излучения дифракционное расплывание уменьшается.

1. *Porras M.A.* Ultrashort pulsed Gaussian light beams // *Phys. Rev. E.* 1998. V. 58, N 1. P. 1086–1093.
2. *Peng R., Fan D.* Comparison between complex amplitude envelope representation and complex analytic signal representation in studying pulsed Gaussian beam // *Opt. Commun.* 2005. V. 246, N 4–6. P. 241–248.
3. *Залозная И.В., Фалиц А.В.* Дифракционное сжатие коротких импульсов // *Оптика атмосф. и океана.* 2009. Т. 22, № 8. С. 734–738.
4. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. Изд. 2-е / Пер. с англ. М.: Наука, 1973. 721 с.
5. *Banakh V.A.* Diffraction free propagation of a focused delta-pulsed beam // *Opt. Lett.* 2011. V. 36, N 23. P. 4554–4556.
6. *Christov I.P.* Propagation of partially coherent light pulses // *Optica Acta.* 1986. V. 33, N 1. P. 63–72.
7. *Герасимова Л.О., Залозная И.В.* Пространственная и временная когерентность коротких импульсов // *Оптика атмосф. и океана.* 2011. Т. 24, № 3. С. 185–189.
8. *Смалуха И.Н.* Флуктуации мощности эхосигнала импульсного когерентного лидара, вызываемые атмосферной турбулентностью // *Оптика атмосф. и океана.* 2011. Т. 24, № 9. С. 799–804.
9. *Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В.* Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 270 с.

*V.A. Banakh, L.O. Gerasimova, I.V. Zaloznaya, O.V. Tikhomirova. Diffraction of broadband pulsed optical beams.*

The intensity of broadband optical pulses propagating in the free space is calculated in the approximation of the envelope of narrowband signal and based on the complex analytic signal. It is shown that the narrowband-signal envelope approximation can be used to calculate the diffraction of pulsed optical beams regardless of the pulse duration and its coherence in space and time.