УДК 532.517.4+621.928.93

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОТОКА ГАЗА И ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ НА ПРОЦЕСС ЦЕНТРОБЕЖНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ ТОНКОДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ

## А. В. Шваб, Ш. Р. Садретдинов, В. Н. Брендаков

Томский государственный университет, 634050 Томск E-mails: avshvab@sibmail.com, shamil@sibmail.com, bvn@ssti.ru

На основе численного моделирования турбулентного закрученного течения рассматриваются массовое движение тонкодисперсных частиц и изменение их траекторий под действием центробежных, гравитационных и аэродинамических сил. Проводится анализ влияния турбулентной миграции твердых частиц за счет пульсационных скоростей потока газа на аэродинамику движения частиц и как следствие на эффективность процесса разделения частиц по размерам. В результате проведенных исследований найдены закономерности поведения вероятностной кривой разделения частиц по размерам, показано влияние режимных и геометрических параметров на процесс классификации тонкодисперсных порошков.

Ключевые слова: тонкодисперсные частицы, классификация, турбулентная диффузия.

Существуют различные способы разделения тонкодисперсных сред, среди которых наиболее перспективными являются центробежные пневматические методы, позволяющие существенно повысить интенсивность производства, понизить энергозатраты и сделать технологический процесс получения порошковой продукции более экологически чистым.

Воздушно-центробежная сепарация частиц представляет собой весьма сложный процесс, зависящий от ряда физических, конструктивных и эксплуатационных характеристик. В общем случае движение ансамбля полидисперсных частиц определяется силовым взаимодействием частиц с газовым потоком; обменом импульса при соударении частиц между собой; влиянием геометрии и стенок аппарата; влиянием пульсаций несущей среды за счет турбулентности и других физико-механических явлений. Известно, что такое движение двухфазного потока имеет как детерминированный, так и случайный характер.

Наиболее существенным параметром, оказывающим влияние на процесс центробежного разделения частиц по размерам, является объемная концентрация твердой фазы в газовом потоке. Экспериментальные и теоретические исследования показывают, что только при малых значениях объемной концентрации твердой фазы может достигаться высокая эффективность процесса разделения частиц по размерам. Это обстоятельство позволяет существенно упростить математическую постановку рассматриваемой задачи. Действительно, при неболыших концентрациях твердой фазы можно не учитывать взаимодействие твердых частиц, а также силовое влияние частиц на несущий поток [1]. В то же время в турбулентном закрученном потоке тонкодисперсные частицы участвуют в пульсацион-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-08-00931-а).

<sup>©</sup> Шваб А. В., Садретдинов Ш. Р., Брендаков В. Н., 2012

ном движении газовой фазы. Это явление турбулентной миграции частиц нарушает детерминированный характер их движения и обусловливает стохастическое распределение частиц в вихревой камере, вследствие чего снижается эффективность процесса их разделения по размерам [2]. Поэтому данные эффекты необходимо учитывать при построении математической модели центробежной сепарации тонкодисперсных твердых частиц.

Физическая постановка задачи. Процесс сепарации частиц по размерам можно описать с помощью кривой разделения Тромпа, которая характеризует вероятность попадания частиц в мелкую или крупную фракцию. Критический размер частиц  $\delta^*$ , по которому происходит процесс разделения, определяется одинаковой вероятностью (50 %) попадания их в мелкую и крупную фракции. Очевидно, что в случае идеального процесса разделения частицы размером  $\delta < \delta^*$  попадают в мелкую фракцию, а частицы размером  $\delta > \delta^*$  — в крупную фракцию. В случае реального процесса разделения существуют крупные частицы ( $\delta > \delta^*$ ), которые попадают в мелкую фракцию, а также мелкие частицы ( $\delta < \delta^*$ ), попадающие в крупную фракцию. Чем меньше таких частиц, тем выше эффективность процесса разделения. Вероятность попадания крупных частиц в мелкую фракцию может быть существенно уменьшена за счет введения частиц в приосевую область потока газа, для того чтобы использовать инерционные силы крупных частиц. С этой целью предложена оригинальная конструкция сепарационной камеры [3], схема которой представлена на рис. 1.

Воздушный поток, содержащий твердые частицы, поступает в нижнюю часть камеры вблизи центральной оси с угловой скоростью  $\Omega_0$  и аксиальной составляющей скорости  $U_0$ , затем за счет перепада давления проходит через рабочую зону камеры, после чего покидает ее через осевой патрубок в верхней части. Под действием центробежной и инерционной сил крупные частицы движутся к периферии сепарационной камеры, а мелкие частицы под действием аэродинамической силы перемещаются вместе с газом. Помимо основного потока с периферийной части рабочей зоны через кольцевое отверстие дополнительно подается воздушный поток без частиц со средней скоростью  $U_1$  и угловой скоростью  $\Omega_1$ , что позволяет исключить возможность уноса частиц мелкой фракции за счет увлечения их крупными частицами. Таким образом, ввод частиц из приосевой области и дополнительный поддув газа с периферии сепарационной камеры позволяют уменьшить вероятность попадания частиц в другую фракцию и тем самым повысить эффективность процесса сепарации.



Рис. 1. Схема сепарационной камеры воздушно-центробежного классификатора: заштрихованная область — элементы, вращающиеся с угловой скоростью Ω<sub>d</sub>

Поскольку концентрация твердых частиц мала, в процессе математического моделирования движения двухфазного потока можно выделить два этапа. На первом этапе рассматривается стационарное закрученное турбулентное течение несущей среды в сепарационной камере, на втором исследуется нестационарное движение группы твердых частиц с использованием известного поля скоростей несущей среды (детерминированный подход) и с учетом влияния турбулентной миграции частиц за счет пульсационного движения газовой фазы (стохастический подход).

Моделирование движения несущей среды. Так как скорость несущей среды (газа или воздуха) относительно небольшая, в качестве модели такой среды используется несжимаемая жидкость. Рассматриваемую задачу целесообразно решать в цилиндрической системе координат ( $r, \varphi, z$ ). В силу осевой симметрии выполняется условие  $\partial/\partial \varphi = 0$ .

При описании закрученного турбулентного движения используется записанная в цилиндрической системе координат система уравнений Рейнольдса, замыкаемая с помощью обобщенной гипотезы Буссинеска, согласно которой рейнольдсовы напряжения пропорциональны скорости деформации осредненного течения.

Для того чтобы получить уравнения в безразмерной форме, в качестве масштаба скорости используем значение среднерасходной скорости U<sub>0</sub>, а в качестве характерного размера — расстояние между дисками H. Безразмерный коэффициент турбулентной вязкости определяется с помощью коэффициента кинематической вязкости газа.

Уравнения Рейнольдса, приведенные к безразмерной и дивергентной формам, имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(u_{r}r\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(u_{z}r\right) = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial r u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} (r u_r^2) + \frac{\partial}{\partial z} (r u_z u_r) - \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \right] = u_{\varphi}^2 - r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{r}{\text{Re}} \left( \frac{\partial \nu_t}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial \nu_t}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} (1+\nu_t) \right); \quad (2)$$

$$\frac{\partial r u_z}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} (r u_r u_z) + \frac{\partial}{\partial z} (r u_z^2) - \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] = u_{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] = u_{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] = u_{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] = u_{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] = u_{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] = u_{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] = u_{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] = u_{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1+\nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right] \right] = u_{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\partial$$

$$= -r\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{r}{\operatorname{Re}}\left(\frac{\partial \nu_t}{\partial r}\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial \nu_t}{\partial z}\frac{\partial u_z}{\partial z}\right); \quad (3)$$

$$\frac{\partial r u_{\varphi}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} \left( r u_r u_{\varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r u_z u_{\varphi} \right) - \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r (1 + \nu_t) \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r (1 + \nu_t) \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial z} \right) \right] = -u_r u_{\varphi} - \frac{1}{\text{Re}} \left( (1 + \nu_t) \frac{u_{\varphi}}{r} + u_{\varphi} \frac{\partial \nu_t}{\partial r} \right).$$
(4)

Для получения единственного решения систему уравнений (1)–(4) необходимо замкнуть соответствующими граничными условиями. На входе в сепарационную камеру задаются постоянные значения компонент вектора скорости. На выходе из расчетной области для всех переменных используются условия Неймана, т. е. равенство нулю производной:  $\partial/\partial z = 0$ . На твердых стенках сепарационной камеры задается условие прилипания, в силу которого радиальная и аксиальная компоненты скорости равны нулю. Окружная компонента скорости в приосевой и периферийной областях на входе в камеру определяется по формулам  $u_{\varphi} = R_0 r$  и  $u_{\varphi} = R_1 r$  соответственно, а на вращающихся поверхностях — по формуле  $u_{\varphi} = R_d r (R_0 = \Omega_0 H/U_0, R_1 = \Omega_1 H/U_0, R_d = \Omega_d H/U_0$  — безразмерные комплексы (обратные критерии Россби)). Таким образом, имеем четыре независимых критерия, определяющих движение несущей среды: критерий Рейнольдса  $\text{Re} = U_0 H/\nu$  и параметры вращения  $R_0, R_1, R_d$ . Модель турбулентности. Существуют различные подходы к моделированию турбулентной вязкости. В данной работе используется дифференциальная  $(k-\omega)$ -модель турбулентности Уилкокса [4], согласно которой записываются два дополнительных уравнения переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций k и удельной скорости диссипации этой энергии  $\omega$ . В цилиндрической системе координат с учетом осевой симметрии эти уравнения имеют следующий вид:

$$\frac{\partial rk}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} (ru_r k) + \frac{\partial}{\partial z} (ru_z k) =$$

$$= \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1 + \nu_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1 + \nu_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial z} \right) \right] + G - \beta^* r k \omega; \quad (5)$$

$$\frac{\partial r\omega}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} (ru_r \omega) + \frac{\partial}{\partial z} (ru_z \omega) =$$

$$= \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1 + \nu_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1 + \nu_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) \right] + \gamma G \frac{\omega}{k} - \beta r \omega^2; \quad (6)$$

$$G = \frac{\nu_t r}{\text{Re}} \Big\{ \Big( \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \Big)^2 + \Big( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \Big)^2 + \Big( \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \Big)^2 + 2 \Big[ \Big( \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big)^2 + \Big( \frac{u_r}{r} \Big)^2 + \Big( \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big)^2 \Big] \Big\}.$$

Здесь  $\nu_t = \operatorname{Re} k/\omega$ ;  $\beta = 3/40$ ,  $\beta^* = 0.09$ ,  $\gamma = 5/9$ ,  $\sigma = \sigma^* = 0.5$  — значения констант, используемых в модели турбулентности.

Граничные условия для величин k,  $\omega$  на входе в аппарат определяются на основе экспериментальных данных для закрученных течений. В частности, значения кинетической энергии пульсационного движения и коэффициента турбулентной вязкости принимались равными k = 0,1,  $\nu_t = 0,08$  Re соответственно. По этим данным определялось значение удельной скорости диссипации  $\omega = \text{Re } k/\nu_t$ . На выходе из сепарационной камеры для kи  $\omega$  ставятся условия Неймана  $\partial/\partial z = 0$ , на стенках в силу условия прилипания значение кинетической энергии турбулентных пульсаций равно нулю. Величину удельной скорости диссипации  $\omega$  на твердой поверхности можно получить из исходного уравнения переноса. В этом случае граничное условие для удельной скорости диссипации на твердой стенке сводится к балансу между молекулярной диффузией и диссипацией. Для радиально или аксиально ориентированной границы получаем соответственно уравнения

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \, \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = r \operatorname{Re} \beta \omega^2, \qquad \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} = \operatorname{Re} \beta \omega^2. \tag{7}$$

При  $r \to r_w, \, z \to z_w$  решения уравнений (7) имеют вид

$$\omega\big|_{r \to r_w} = \frac{4}{\operatorname{Re}\beta(r - r_w)^2}, \qquad \omega\big|_{z \to z_w} = \frac{6}{\operatorname{Re}\beta(z - z_w)^2},$$

где индекс w соответствует координатам на стенке.

Таким образом, уравнения (1)–(6) с соответствующими граничными условиями представляют собой замкнутую систему дифференциальных уравнений, описывающих закрученное турбулентное течение несжимаемой жидкости.

Моделирование нестационарного движения частиц и процесса их фракционного разделения. Анализ работ, посвященных моделированию двухфазных потоков, состоящих из смеси газа и тонкодисперсных тяжелых частиц, показал, что наиболее перспективным способом расчета движения частиц является так называемый траекторный метод. Как известно, в случае множественной неоднозначности параметров твердой фазы в поле турбулентного течения, обусловленной пересечением траекторий частиц, при использовании классической модели взаимопроникающих континуумов возникает ряд трудностей. В задачах сепарации частиц в случае, когда направление действия центробежной

പ

силы противоположно направлению действия аэродинамической силы, неоднозначность параметров существенно возрастает, особенно для частиц граничного размера, вероятность попадания которых как в мелкую, так и в крупную фракцию составляет 50 %. Для преодоления указанных трудностей, возникающих при описании дисперсной фазы, следует использовать не эйлерову систему координат, а лагранжеву.

Движение тонкодисперсной фазы моделируется совокупностью решений для *i*-й исходной фракции частиц порошка, которые в начальный момент времени находятся в *j*-х точках (точках старта). Уравнения, с помощью которых можно определить траекторию и скорость движения частицы, имеют вид

$$\frac{d\boldsymbol{r}^{i,j}}{dt} = \boldsymbol{W}^{i,j}; \tag{8}$$

$$m^{i,j} \frac{d\boldsymbol{W}^{i,j}}{dt} = \boldsymbol{F}^{i,j},\tag{9}$$

где m, r, W — масса, радиус-вектор, вектор скорости частицы соответственно; F — вектор сил, действующих на частицу. Соотношение (8) можно записать в проекциях на оси цилиндрической системы координат в конечных приращениях:

$$\Delta r^{i,j} = \Delta t \, w_r^{i,j}, \qquad \Delta \varphi^{i,j} = \Delta t \, w_{\varphi}^{i,j} / r^{i,j}, \qquad \Delta z^{i,j} = \Delta t \, w_z^{i,j}. \tag{10}$$

Уравнения (8), (9) представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, справедливых для любой фиксированной частицы. Единственное решение этой системы определяется только начальными условиями в момент времени t = 0. На твердые тяжелые (истинная плотность частицы значительно больше истинной плотности газа) тонкодисперсные частицы, находящиеся в сепарационной камере, действуют в основном инерционные, центробежные, аэродинамические и гравитационные силы. В цилиндрической системе координат уравнения движения для *i*-й исходной фракции частиц порошка с *j*-ми точками старта (в дальнейшем для упрощения записи индексы *i*, *j* опускаются) с учетом действующих на частицу сил можно представить в безразмерном виде

$$\frac{dw_r}{d\tau} = \frac{w_{\varphi}^2}{r} + \frac{u_r - w_r}{\mathrm{Sk}}\xi, \qquad \frac{dw_{\varphi}}{d\tau} = -\frac{w_{\varphi}w_r}{r} + \frac{u_{\varphi} - w_{\varphi}}{\mathrm{Sk}}\xi, \quad \frac{dw_z}{d\tau} = \frac{u_z - w_z}{\mathrm{Sk}}\xi - \frac{1}{\mathrm{Fr}}, \quad (11)$$

где  $\xi = 1 + 1/(6 \operatorname{Re}_p^{2/3})$  — коэффициент, учитывающий отклонение коэффициента аэродинамического сопротивления частицы от его значения, найденного из закона Стокса;  $\operatorname{Re}_p = |\mathbf{V} - \mathbf{W}|\delta/\nu$  — критерий Рейнольдса для частицы;  $\operatorname{Sk} = \rho_p \delta^2 U_0/(18 H \rho \nu)$  — безразмерное число Стокса;  $\operatorname{Fr} = U_0^2/(gH)$  — критерий Фруда. Уравнения (8), (9) в безразмерной форме получены также с помощью масштабов скорости  $U_0$  и длины H. Путем интегрирования системы уравнений (11) определяются составляющие скорости частицы и в соответствии с уравнением (10) находится траектория движения пробной частицы. В зависимости от того, какая сила преобладает: центробежная или аэродинамическая, определяется фракция (мелкая или крупная), в которую эта частица попадет. Повторяя расчеты для всех исходных фракций и всех точек старта, можно построить кривую разделения Тромпа и определить эффективность процесса разделения.

Рассмотренный метод расчета процесса разделения имеет детерминированный характер, так как одна и та же частица при одних и тех же начальных условиях будет иметь одну и ту же траекторию движения. Однако экспериментальные данные показывают, что в таких расчетах обычно существенно завышена реальная эффективность процесса разделения, поскольку в них не учитываются случайные факторы, которые могут изменить траекторию движения частицы. Одним из факторов, влияющих на дополнительную миграцию частиц в зоне сепарации пневматических центробежных аппаратов, является участие частиц в пульсационном движении несущей среды. Согласно результатам экспериментальных и теоретических исследований на диффузию тонкодисперсных частиц существенное влияние оказывает турбулентность. Будем учитывать турбулентную диффузию в соответствии с работой [5], т. е. будем использовать приближение, согласно которому пульсационные значения скоростей определяются вероятностным законом Гаусса, причем дисперсией в этом законе является кинетическая энергия пульсационного движения. В случае турбулентных пульсаций вероятностный закон Гаусса можно записать в виде

$$f = \frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \exp\left(\frac{(u'-u'_m)^2}{2k}\right).$$

Здесь  $u'_m$  — математическое ожидание, значение которого, очевидно, равно нулю; k — дисперсия, равная кинетической энергии пульсационного движения; f — плотность вероятности, максимальное значение которой определяется величиной  $1/\sqrt{2\pi k}$ . Логарифмируя закон Гаусса, найдем значение пульсационной скорости

$$u' = \pm \sqrt{-2k \ln\left(f \sqrt{2\pi k}\right)}.$$

Как известно, значение f определяется в диапазоне  $0 < f < 1/\sqrt{2\pi k}$ . Используя датчик случайных чисел, который определяет случайное число N в диапазоне 0 < N < 1, найдем случайную величину пульсационной скорости

$$u' = \pm \sqrt{-2k \ln N} \,. \tag{12}$$

Здесь знак перед корнем также определяется с помощью датчика случайных чисел. Учитывая полуэмпирический характер соотношения (12), введем в него эмпирическую постоянную  $\gamma$ , которая определяется с использованием экспериментальных данных:

$$u' = \pm \gamma \sqrt{-2k \ln N} \,. \tag{13}$$

При использовании предлагаемого подхода распределение турбулентных пульсаций задается нормальным законом распределения (законом Гаусса). При интегрировании уравнений движения частицы (11) необходимо к осредненной скорости газа добавить пульсационную составляющую. В результате имеем

$$\frac{dw_r}{d\tau} = \frac{w_{\varphi}^2}{r} + \frac{u_r + u' - w_r}{\mathrm{Sk}}\xi, \qquad \frac{dw_{\varphi}}{d\tau} = -\frac{w_{\varphi}w_r}{r} + \frac{u_{\varphi} + u' - w_{\varphi}}{\mathrm{Sk}}\xi, \\
\frac{dw_z}{d\tau} = \frac{u_z + u' - w_z}{\mathrm{Sk}}\xi - \frac{1}{\mathrm{Fr}}.$$
(14)

Проводя аналогичные расчеты поля скорости путем интегрирования системы (14) и расчета траекторий по формуле (10) с учетом пульсационных скоростей u', найденных по зависимости (13) для каждой *i*-й исходной фракции частиц порошка с *j*-ми точками старта, получаем распределение траекторий частиц. Данные расчеты повторяются многократно (*l* раз) для достижения более полной статистической обусловленности получаемых результатов. Таким образом, в результате расчетов имеем *ijl* траекторий, которые позволяют определить вероятность попадания частицы *i*-й исходной фракции порошка с *j*-й точки старта в мелкую (крупную) фракцию с учетом турбулентной миграции частиц (стохастический подход). Далее, зная вероятность попадания частицы каждой *i*-й исходной фракции порошка в мелкую фракцию, можно построить вероятностную кривую разделения Тромпа с использованием как детерминированного, так и стохастического метода расчета процесса разделения частиц по размерам. Метод численного решения. Численное решение системы уравнений (1)–(4) проводилось в физических переменных скорость — давление путем физического расщепления полей скорости и давления [6]. Согласно этому методу уравнения Рейнольдса, записанные в векторном виде, расщепляются на две системы векторных уравнений

$$\frac{\boldsymbol{v}^{+} - \boldsymbol{v}^{n}}{\Delta \tau} = -\nabla p^{n} + F(\boldsymbol{v}^{+}, \boldsymbol{v}^{n}); \qquad (15)$$

$$\frac{\boldsymbol{v}^{n+1} - \boldsymbol{v}^+}{\Delta \tau} = -\nabla \left(\delta p\right). \tag{16}$$

Уравнения (15), (16) представляют собой систему уравнений (2), (3), записанных в символическом виде и векторной форме. Верхний индекс "+" обозначает промежуточную сеточную функцию для вектора скорости;  $\delta p = p^{n+1} - p^n$  — поправка к давлению. Умножая уравнение (16) на градиент и учитывая соленоидальность вектора скорости на (n + 1)-м временном слое, получаем уравнение Пуассона для определения поправки к давлению

$$\nabla^2 \left( \delta p \right) = \frac{\nabla \cdot \boldsymbol{v}^+}{\Delta \tau}.$$
(17)

Стационарная задача решается методом установления по времени, поэтому зависимость (17) записывается в виде нестационарного дифференциального уравнения

$$\frac{\partial \,\delta p}{\partial \tau_0} - \nabla^2 \left(\delta p\right) = -\frac{\nabla \cdot \boldsymbol{v}^+}{\Delta \tau},\tag{18}$$

где фиктивное время  $\tau_0$  является итерационным параметром. При решении уравнения (18) для шага по времени можно записать  $\Delta \tau_0 = A \Delta \tau$ , причем значение постоянной A, как правило, меньше единицы и выбирается из условия быстрой сходимости численного процесса. В качестве граничного условия для поправки к давлению используется условие Неймана, которое выполняется, в случае если для  $v^+$  на границе используется точное значение  $v^{n+1}$  [7].

Таким образом, используя метод физического расщепления полей скорости и давления, получаем систему шести уравнений (4)–(6), (15), (18), описывающих турбулентное закрученное течение, которая сводится к системе нестационарных уравнений переноса скалярной величины, записываемых в консервативном дивергентном виде. Численное решение системы уравнений проводится на гибридной, шахматной разностной сетке методом контрольного объема с помощью эволюционного метода установления по времени на основе неявной обобщенной схемы переменных направлений, записанной в  $\Delta$ -форме [7]. При интегрировании уравнения (18) на каждом временном слое вводятся дополнительные итерации, что в целом приводит к повышению устойчивости задачи и увеличению скорости сходимости численного решения. Конвективные и диффузионные члены уравнений переноса представляются в конечных разностях с помощью экспоненциальной схемы, которая обеспечивает второй порядок точности по координатам и снимает ограничение по сеточному числу Рейнольдса.

Интегрирование системы нестационарных уравнений (14) проводилось с использованием неявной схемы (в силу жесткости системы уравнений движения для тонкодисперсных частиц), имеющей второй порядок точности по времени. Для частицы, попадающей на стенку, использовались условия идеального упругого удара.

Результаты расчетов. Достоверность и эффективность разработанного метода проверялись с использованием тестовых и численных расчетов [8], а также путем их сравнения с экспериментальными данными [9], полученными в случае турбулентного течения между плоскопараллельными дисками в направлении от периферии к оси вращения. На рис. 2 представлены экспериментальные данные [9] и расчетная зависимость безразмерной ради-



Рис. 2. Зависимость безразмерной радиальной компоненты скорости от безразмерной координаты z/H на различных расстояниях от оси вращения (Re = 2204): линии — результаты расчета, точки — экспериментальные данные [9]; 1 - r = 0.6, 2 - r = 0.4, 3 - r = 0.275, 4 - r = 0.185

альной компоненты скорости  $u_r$  от безразмерной координаты z на различных расстояниях от оси вращения.

В результате расчетов турбулентного закрученного течения в зоне сепарации центробежного аппарата установлено существование практически безотрывных режимов течения. Распределение функции тока при таком режиме закрученного течения представлено на рис. 3, *a*. Видно, что практически во всей сепарационной камере линии тока распределены равномерно. Исключением является небольшая область в верхней части на периферии среднего диска, в которой происходит отрыв. Линии тока жидкости в выходном сечении прижимаются к правой стенке, что можно объяснить действием центробежной силы на несущий поток. Распределение изолиний окружной составляющей скорости при том же режиме течения показано на рис. 3, *б*. Вблизи выходного сечения окружная составляющая скорости существенно увеличивается, что объясняется сохранением вращающегося момента.

Достоверность результатов численных расчетов поля скоростей частиц и траекторий их движения в поле действия центробежных и аэродинамических сил, полученных с помощью детерминированного подхода, проверялась в тестовых расчетах с использованием данных работы [10].

На рис. 4 приведены результаты расчета типичных траекторий движения частиц с учетом турбулентной диффузии (для наглядности представлены траектории только некоторых частиц). Численные эксперименты показали, что для получения статистически стабильных результатов при расчете вероятностных кривых разделения Тромпа, представленных на рис. 5, необходимо использовать очень большое количество траекторий частиц.

Результаты расчета процесса фракционного разделения частиц, выполненного с помощью детерминированного и стохастического подходов, приведены на рис. 5. Сравнение результатов показывает, что турбулентная диффузия оказывает существенное влияние как на граничный размер, так и на "остроту" сепарации (в зависимости от угла наклона кривой разделения в области критического размера).

Разработанный метод инженерного расчета процесса классификации порошковых материалов позволяет оптимизировать параметры режима и геометрические параметры вихревой камеры и может быть использован как при проведении предварительной оценки эф-



Рис. 3. Изолинии тока (a)и окружной компоненты скорости (b) при  $\mathrm{Re}=5000,$   $R_0=2,5,$   $R_1=2,2,$   $R_d=2,5$ 



Рис. 4. Траектории движения частиц размером  $\delta = 1,8$  мкм с учетом турбулентной диффузии при Re = 5000,  $R_0 = 2,5, R_1 = 2,2, R_d = 2,5, j = 35, i = 1, l = 1, \gamma = 0,2$ 



Рис. 5. Кривые разделения Тромпа при Re = 5000,  $R_0 = 2,5, R_1 = 2,2, R_d = 2,5$ : 1 — детерминированный подход (i = 13, j = 35, l = 1); 2, 3 — стохастический подход ( $2 - \gamma = 0, 1, i = 9, j = 70, l = 50$ ; 3 —  $\gamma = 0,5, i = 7, j = 70, l = 50$ )

фективности разделения частиц при усовершенствовании существующих установок, так и при разработке новых конструкций пневматических центробежных аппаратов.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Шваб А. В., Чепель А. Г. Численное моделирование процесса разделения частиц по фракциям в биконическом сепараторе // Изв. вузов. Физика. 2009. № 7/2. С. 222–229.
- 2. Шваб А. В., Брендаков В. Н. Влияние гидродинамики и турбулентной диффузии на процессы разделения в центробежных и гравитационных аппаратах порошковой технологии // Изв. вузов. Физика. 1993. № 4. С. 69–80.
- 3. Шваб А. В., Воросцова Е. Ю., Садретдинов Ш. Р. Моделирование процесса разделения частиц при турбулентном режиме течения в воздушно-центробежном классификаторе // Изв. вузов. Физика. 2008. Т. 51, № 8/2. С. 271–276.
- Wilcox D. C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models // AIAA J. 1988. V. 26, N 11. P. 1299–1310.
- 5. Мостафа А. А., Монджиа Х. Ц., Макдонелл В. Г., Самуэлсен Г. С. Распространение запыленных струйных течений: Теоретическое и экспериментальное исследование // Аэрокосм. техника. 1990. № 3. С. 65–82.
- Chorin A. J. Numerical solution of Navier Stokes equation // Math. Comput. 1968. V. 22. P. 745–762.
- 7. **Пейре Р.** Вычислительные методы в задачах механики жидкости / Р. Пейре, Т. Д. Тейлор. Л.: Гидрометеоиздат, 1986.
- 8. Шваб А. В., Зятиков П. Н., Садретдинов Ш. Р., Чепель А. Г. Численные исследования закрученного турбулентного течения в сепарационной зоне воздушно-центробежного классификатора // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 2. С. 39–48.
- Singh A., Vyas B. D., Powle U. S. Investigations on inward flow between two stationary parallel disks // Intern. J. Heat Fluid Flow. 1999. N 20. P. 395–401.
- 10. Шваб А. В., Зятиков П. Н., Садретдинов Ш. Р., Чепель А. Г. Моделирование процесса фракционного разделения частиц в воздушно-центробежном классификаторе // Теорет. основы хим. технологии. 2010. Т. 44, № 6. С. 641–650.

Поступила в редакцию 15/IV 2011 г., в окончательном варианте — 28/VI 2011 г.