

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ВОЛНЫ ДЕТОНАЦИИ В ВОДОРОДНО-КИСЛОРОДНОЙ СМЕСИ

С. А. Ждан, Ф. А. Быковский, Е. Ф. Ведерников

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, zhdan@hydro.nsc.ru

В двумерной нестационарной постановке сформулирована математическая модель вращающейся детонации в кольцевой цилиндрической камере сгорания типа ракетного двигателя. Численно исследована динамика волны в камере сгорания для водородно-кислородной смеси.

Ключевые слова: непрерывная детонация, камера сгорания, поперечные детонационные волны, структура течения, математическое моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

В качестве альтернативы традиционному сжиганию топлив в турбулентном пламени в настоящее время рассматривается способ их детонационного сжигания. Он позволяет интенсивно, более термодинамически выгодно и стабильно производить сжигание различных топлив в камерах небольших габаритов, определяемых характерным размером фронта детонационной волны [1–8].

Теоретические исследования режима детонационного сгорания топливной смеси, непрерывно поступающей в кольцевую камеру с сужением на выходе [9] и без него [5], проводились в одномерном приближении и предположении однородного, звукового в осевом направлении истечения продуктов детонации. В этом случае выходные параметры потока однозначно определялись геометрией камеры, термохимическими и газодинамическими константами топливной смеси и не зависели от механизма ее сгорания. Детонационный характер превращения учитывался лишь при рассмотрении внутренней структуры течения в камере. Максимальное ускорение продуктов детонации получается [10] при изоэнтропическом расширении продуктов за фронтом поперечной детонационной волны (ПДВ). При этом скорость истечения в конце камеры постоянного сечения оказывается сверхзвуковой, а при одномерном процессе обычного горения она, как известно, звуковая. Одномерная модель непрерывной вращающейся детонации в цилиндрической ка-

мере [5, 10] позволяет прогнозировать основные параметры потока с ПДВ в кольцевой камере, если из экспериментов известны величина относительного размера ПДВ и угол наклона волны к оси камеры.

Математическая модель вращающейся детонации в двумерной стационарной постановке [10–12], когда осуществляется переход в систему координат ПДВ, позволила без привлечения экспериментальной информации рассчитать подробную двумерную периодическую картину поля течения, относительные размеры ПДВ и ударно-волнового шлейфа и показать реализацию в режиме вращающейся детонации трансзвукового перехода в камере сгорания постоянного сечения. Однако сформулированное упрощающее предположение о малости длины зоны энерговыделения по отношению к размеру ПДВ, позволившее исключить из рассмотрения узкую дозвуковую зону в области решения за фронтом ПДВ, сужает круг вопросов, на которые могут быть получены ответы при численном моделировании непрерывной вращающейся детонации. В частности, двумерная стационарная модель вращающейся детонации [10] не позволяет определять абсолютные значения размеров ПДВ и расстояний между ними, а значит, и находить расчетным путем геометрические и концентрационные пределы распространения спинового режима детонации с ПДВ. Учет в математической модели конечной длины зоны химической реакции (зоны энерговыделения) приводит к значительному усложнению задачи о непрерывной вращающейся детонации с необходимостью ее математической формулировки и решения в двумерной нестационарной постановке.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-01-00298) и фонда Президента РФ по поддержке ведущих научных школ (НШ-8583.2006.1).

Цель данной работы — численно исследовать процесс сжигания водородно-кислородной смеси в режиме непрерывно вращающейся детонации.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу о детонационном сжигании водородно-кислородной смеси в камере сгорания типа кольцевой цилиндрической геометрии (рис. 1, *a*, диаметр камеры d_c , длина L , ширина кольцевого канала Δ). Здесь ϕ — коэффициент избытка горючего. Течение происходит в кольцевом пространстве камеры с границами Γ_1 (верхний торец камеры, через форсунки в котором поступает горючая смесь) и Γ_2 (открытый конец камеры, через который вытекают продукты сгорания). Поскольку $\Delta \ll d_c$, то аналогично [10] можно разрезать по вертикали кольцевую область и развернуть ее в прямоугольную область решения $\Omega = (0 < x <$

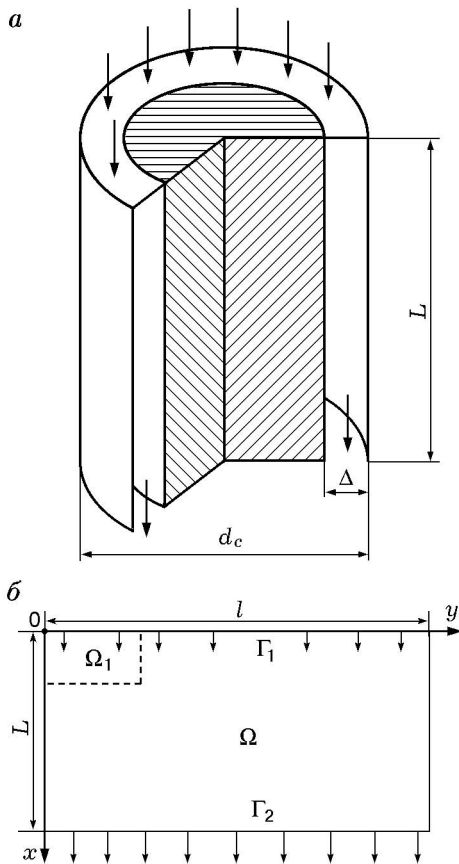


Рис. 1. Схема кольцевой цилиндрической камеры сгорания (*a*) и область численного решения задачи (*б*)

$L, 0 < y < l = \pi d_c)$, которая представлена на рис. 1, *б*.

Пусть в некоторый момент времени после начала вдува через границу Γ_1 реагирующей смеси в части области решения Ω_1 выделяется энергия, достаточная для инициирования детонации. В результате инициирования в области Ω будет распространяться нестационарная детонационная волна. Требуется определить ее динамику, структуру, а также условия выхода на самоподдерживающийся режим вращающейся детонации в зависимости от определяющих параметров задачи.

Течение смеси в области решения Ω будем описывать системой уравнений двумерной нестационарной газовой динамики с химическими превращениями:

$$\begin{aligned} (\rho)_t + (\rho u)_x + (\rho v)_y &= 0, \\ (\rho u)_t + (\rho u^2)_x + (\rho uv)_y + p_x &= 0, \\ (\rho v)_t + (\rho uv)_x + (\rho v^2)_y + p_y &= 0, \\ (\rho E)_t + [\rho u(E + p/\rho)]_x + [\rho v(E + p/\rho)]_y &= 0, \\ Y_t + uY_x + vY_y &= f_5, \\ \mu_t + u\mu_x + v\mu_y &= f_6. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь x, y — пространственные переменные ортогональной системы координат; t — время; ρ — плотность; u, v — компоненты вектора скорости \mathbf{u} ; p — давление; $E = U + (u^2 + v^2)/2$; $U(T, \mu)$ — полная внутренняя энергия газа, T — температура, μ — текущая молярная масса смеси, Y — доля периода химической индукции. Энерговыведение описывалось в рамках двухстадийной модели кинетики [13]: индукционная стадия ($0 < Y \leq 1, f_5 = -1/t_{ind}, f_6 = 0$), когда энерговыведения нет; стадия химического превращения ($Y = 0, f_5 = 0, f_6 \neq 0$), когда скорость энерговыведения определяется скоростью химических реакций.

В зоне индукции ($0 < Y \leq 1$) химические задержки воспламенения для водородно-кислородной смеси, согласно экспериментальным данным [14], определяются соотношением

$$t_{ind} = \frac{K_a \mu_{O_2}}{\rho z} \exp\left(\frac{\varepsilon_a}{RT}\right), \tag{2}$$

где $\varepsilon_a = 17.15$ ккал/моль — энергия активации, $K_a = 5.38 \cdot 10^{-11}$ моль \cdot с/л — предэкспонент, R — универсальная газовая постоянная, μ_{O_2} — молярная масса кислорода, $z = (1 + \phi/8)^{-1}$ — массовая доля кислорода.

Дополним систему уравнений (1) уравнениями состояния

$$p = \rho RT/\mu, \quad U = U_{th} + U_{ch}, \quad (3)$$

где U_{th} , U_{ch} — термодинамическая и химическая составляющие внутренней энергии.

Если отсчитывать внутреннюю энергию газа U от предельно диссоциированного состава при нулевой температуре, то в зоне индукции справедливы выражения

$$U_{th} = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho}, \quad (4)$$

$$U_{ch} = -\frac{E_2^0 z}{\mu_{O_2}} - \frac{E_1^0(1 - z)}{\mu_{H_2}},$$

где γ — показатель адиабаты газа в зоне химической индукции, E_1^0 , μ_{H_2} — энергия диссоциации и молярная масса водорода, E_2^0 — энергия диссоциации молекул кислорода.

В зоне химических превращений, согласно [15, 16], термодинамическая и химическая составляющие внутренней энергии газа имеют вид

$$U_{th} = \left[\frac{\mu}{\mu_{\min}} + \frac{1 - \delta}{2} + \left(\frac{\mu}{\mu_{\min}} + \delta - 1 \right) \frac{\theta/T}{\exp(\theta/T) - 1} \right] \frac{RT}{\mu}, \quad (5)$$

$$U_{ch} = E_d \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_{\min}} \right),$$

где $\delta = \delta_{\max}(\mu/\mu_{\min} - 1)/(\mu_{\max}/\mu_{\min} - 1)$; μ_{\min} , μ_{\max} — молярные массы газа в предельно диссоциированном и предельно рекомбинированном состояниях соответственно; δ_{\max} — молярная доля трехатомных молекул в предельно рекомбинированном состоянии; θ — эффективная температура возбуждения колебательных степеней свободы молекул; E_d — средняя энергия диссоциации продуктов реакции. Все параметры однозначно определяются атомарным составом смеси (массовой долей z кислорода). Для водородно-кислородной смеси $\mu_{\max}^{-1} = (1 - z)/\mu_{H_2}$, $\delta_{\max} = 2z \cdot \mu_{\max}/\mu_{O_2}$, $\theta = 3000 + 500\delta_{\max}$ для $z \leq 8/9$ и $\mu_{\max}^{-1} = z/\mu_{O_2} + 0.5(1 - z)/\mu_{H_2}$, $\delta_{\max} = (1 - z)\mu_{\max}/\mu_{H_2}$, $\theta = 1500 + 2000\delta_{\max}$ для $z > 8/9$; $\mu_{\min}^{-1} = 2(z/\mu_{O_2} + (1 - z)/\mu_{H_2})$, $\mu_0^{-1} = z/\mu_{O_2} + (1 - z)/\mu_{H_2}$, $E_d \approx E_1^0 \approx E_2^0$.

За фронтом воспламенения состав газовой фазы начинает меняться в соответствии с уравнением химической кинетики [17], согласованным со вторым началом термодинамики, и для уточненного описания термодинамической составляющей внутренней энергии (5) уравнение имеет вид

$$f_6 = W_1(\mu)\rho^2 - W_2(T, \mu)\rho,$$

$$W_1(\mu) = 4K_+(1 - \mu/\mu_{\max})^2/\mu, \quad (6)$$

$$W_2(T, \mu) = 4K_+K_-(\mu/\mu_{\min} - 1)(T/T_0)^{\beta/2} \times$$

$$\times [1 - \exp(-\theta/T)]^\beta \exp(-E_d/RT),$$

где K_+ — константа скорости рекомбинации, K_- — константа равновесия, T_0 — начальная температура смеси, $\beta = 1 + \delta_{\max}/(\mu_{\max}/\mu_{\min} - 1)$.

Система уравнений (1)–(6) замкнута и полностью определяет двумерное нестационарное движение реагирующей водородно-кислородной смеси с переменным тепловыделением в зоне реакции ПДВ.

Граничные условия. На входе в камеру (граница Γ_1 : $x = 0$; $0 \leq y \leq l$) аналогично [10] задается связь параметров вдува горючей смеси из коллектора через систему микросопел Лавы в камеру с давлением $p(0, y, t)$:

$$v = 0, \quad Y = 1, \quad \mu = \mu_0;$$

если $p_m \leq p(0, y, t)$, то $p = p(0, y, t)$, $u = 0$;

если $p'' \leq p(0, y, t) < p_m$, то $p = p(0, y, t)$,

$$u = u_{\max}[1 - (p/p_m)^{(\gamma-1)/\gamma}]^{1/2},$$

$$\rho = \rho_m(1 - u^2/u_{\max}^2)^{1/(\gamma-1)}; \quad (7)$$

если $p' \leq p(0, y, t) < p''$, то $p = p(0, y, t)$,

если $p(0, y, t) < p'$, то $p = p'$, $\rho u S = \rho_* u_* S_*$,

$$\gamma/(\gamma - 1)p/\rho + u^2/2 = u_{\max}^2/2.$$

Здесь p_m , ρ_m , $T_m = p_m\mu_0/(\rho_m R)$ — давление, плотность и температура торможения смеси в коллекторе; ρ_* , u_* , u_{\max} — критические плотность, скорость и максимально возможная скорость, которые являются известными функциями γ , p_m и ρ_m ; S и S_* — площади выходного и критического сечений микросопел (S совпадает с площадью сечения камеры); p' и p'' —

расчетные давления сверх- и дозвукового режимов истечения, определяемые из уравнения

$$(p/p_m)^{1/\gamma} [1 - (p/p_m)^{(\gamma-1)/\gamma}]^{1/2} = \quad (8)$$

$$= [2/(\gamma + 1)]^{1/(\gamma-1)} [(\gamma - 1)/(\gamma + 1)]^{1/2} S_*/S.$$

На выходе из камеры (граница Γ_2 : $x = L$; $0 \leq y \leq l$) при истечении струи с дозвуковой в направлении оси x скоростью в пространство с достаточно низким противодавлением происходит переход компоненты вектора скорости u через скорость звука, поэтому вдоль всей границы Γ_2 осевая составляющая вектора скорости u не меньше местной скорости звука c , т. е. условие свободного истечения продуктов детонации представимо в виде

$$u(L, y, t) \geq c(L, y, t). \quad (9)$$

На левой и правой границах области Ω должно выполняться условие периодичности решения. В силу периодичности (с периодом l) течения по координате x любая газодинамическая функция $F(x, y, t)$ удовлетворяет условию

$$F(x, 0, t) = F(x, l, t), \quad 0 \leq x \leq L. \quad (10)$$

Начальные условия. В области решения $\Omega = (0 < x < L, 0 < y < l)$ зададим в качестве начальных данных стационарное решение задачи о вдуве через форсунки в верхнем торце камеры Γ_1 ($x = 0$) газообразной смеси, которое однозначно определяется по заданным значениям параметров в системе подачи $p_m, \rho_m, \gamma, S_*/S$:

$$p(x, y, 0) = p_0, \quad u(x, y, 0) = u_{00}, \quad v = 0,$$

$$\rho(x, y, 0) = G_0/u, \quad Y = 1, \quad \mu = \mu_0.$$

Здесь $G_0 = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{0.5(\gamma+1)}{\gamma-1}} \sqrt{\gamma p_m \rho_m} \left(\frac{S_*}{S}\right)$ — удельный расход, $u_{00} = -u_1 + \sqrt{u_{\max}^2 + u_1^2}$ — скорость смеси в камере, $u_1 = \gamma/(\gamma - 1)p_0/G_0$, p_0 — начальное давление в камере.

Пусть в момент времени $t = 0$ в части области решения $\Omega_1 = (0 < x < x_* < L, 0 < y < y_* < l)$ произошел мгновенный энергоподвод с объемной плотностью энергии Q . Тогда в этой области скачком возрастут давление и температура газообразных продуктов сгорания. (Область Ω_1 моделирует область инициирования детонации.) При $t > 0$ в результате распада произвольного разрыва в область

$\Omega_2 = \Omega \cap \Omega_1$ будет распространяться нестационарная детонационная волна с энергосвободным за ее фронтом.

Сформулированная задача (1)–(10) решалась численно. Область решения Ω покрывалась неподвижной сеткой с общим числом ячеек ($N_x \times N_y$), с равномерными шагами ячеек по оси y ($N_y = 100$) и неравномерными шагами по оси x ($N_x = 80$). Для интегрирования системы дифференциальных уравнений (1), описывающей течение реагирующего газа, применялась конечно-разностная схема второго порядка аппроксимации Годунова — Колгана [18, 19].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Численное исследование выполнено для стехиометрической водородно-кислородной газовой смеси при следующих значениях констант: $\mu_{\text{H}_2} = 2$ кг/кмоль, $\mu_{\text{O}_2} = 32$ кг/кмоль, $E_1^0 \approx E_2^0 \approx E_d = 110$ ккал/моль, $R = 8.3144 \times 10^3$ Дж/(кмоль · К), $K_+ = 6 \cdot 10^8$ м⁶/(кмоль² · с), $K_- = 1.769 \cdot 10^3$ кмоль/м³, $\gamma = 1.397$, $T_0 = 300$ К, $p_0 = 1.013 \cdot 10^5$ Па, $\rho_0 = p_0 \mu_0 / (RT_0)$.

Приводя искомые функции, координаты и время в уравнениях (1)–(6) и условиях (7)–(10) к безразмерному виду $p/p_0, \rho/\rho_0, T/T_0, \mu/\mu_0, u/u_0, v/u_0, x/l, y/l, t/t_0$ относительно параметров $p_0, \rho_0, T_0, \mu_0, u_0 = \sqrt{p_0/\rho_0}$, $l, t_0 = l/u_0$, получаем, что при заданных термодинамических свойствах смеси H_2 — O_2 решение сформулированной нестационарной задачи о вращающейся детонации зависит от пяти определяющих параметров: трех безразмерных параметров в системе подачи (давления торможения смеси p_m/p_0 , температуры торможения смеси T_m/T_0 , отношения площадей критического и выходного сечений S_*/S) и двух масштабных факторов (длины камеры L и ее периметра l). В отличие от стационарной постановки задачи [10], где размеры кольцевой цилиндрической камеры характеризовались только отношениями S_*/S и L/l , в данной постановке в систему определяющих параметров входит в явном виде линейный размер камеры, ее периметр l .

Иницирование детонационной волны

Предварительные расчеты вращающейся детонации смеси H_2 — O_2 проведены при следующих значениях определяющих параметров:

$$\begin{aligned} p_m/p_0 &= 5, \quad T_m/T_0 = 1, \\ S_*/S &= 0.0657, \quad L = 6 \text{ см.} \end{aligned} \quad (11)$$

Этим данным в системе подачи соответствует удельный расход смеси $G_0 = 50 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$.

При численном моделировании на стадии инициирования на боковых границах области интегрирования Ω ($0 < x < L$, $y = 0$, $y = l$) ставилось граничное условие непротекания ($v = 0$), которое при подходе ПДВ к боковой границе $y = l$ заменялось условием периодичности решения (10). Такая постановка граничных условий соответствует приему, примененному в экспериментах Войцеховского [2], где для управления вращением волн вблизи места инициирования устанавливался полностью перекрывающий сечение канала затвор, который с помощью специального взрывного устройства быстро открывался, прежде чем детонационная волна успевала совершить полный оборот.

Для определенности зададим размер области мгновенного энерговыделения Ω_1 : $x_* = 1 \text{ см}$, $y_* = 1 \text{ см}$. Предварительные расчеты инициирования детонации, в которых варьировалась объемная плотность энергии Q , показали, что при $Q > Q_*$ в области решения вдоль оси y распространяется самоподдерживающаяся детонационная волна со средней скоростью $D = 2.8 \pm 0.1 \text{ км}/\text{с}$. На рис. 2 приведена типичная динамика профилей давления вдоль оси y для сверхкритического ($Q = 2 \text{ МДж}/\text{м}^3$, сплошные линии) и докритического ($Q = 0.5 \text{ МДж}/\text{м}^3$,

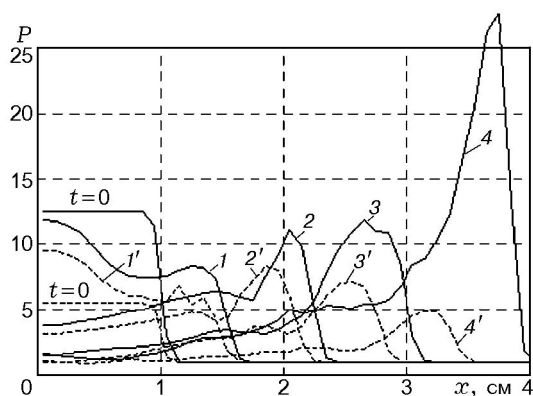


Рис. 2. Профили давления $P = p(0, y, t)/p_0$ для ряда моментов времени t при сверхкритическом (сплошные линии) и докритическом (штриховые) энерговыделении:

1-4 — $Q = 2 \text{ МДж}/\text{м}^3$, t , мкс: 1 — 3.72, 2 — 7.68, 3 — 11.85, 4 — 15.84; 1'-4' — $Q = 0.5 \text{ МДж}/\text{м}^3$, t , мкс: 1 — 4.27, 2 — 8.7, 3 — 13.33, 4 — 17.9

штриховые) энерговыделения. Видно, что при $Q < Q_*$ наблюдается монотонное затухание нестационарной волны, а при $Q > Q_*$ волна выходит «снизу» на самоподдерживающийся детонационный режим.

Поиск критических параметров инициирования детонации водородно-кислородной смеси в трехмерном пространстве параметров (x_* , y_* , Q_*) выходит за рамки данного исследования, поэтому сверхкритические параметры инициирования $x_* = 1 \text{ см}$, $y_* = 1 \text{ см}$, $Q = 2 \text{ МДж}/\text{м}^3$ использовались во всех дальнейших расчетах.

Периодическое решение

Для нахождения периодического решения о вращающейся детонационной волне необходимо доопределить область решения (т. е. задать период l). Полагаем $l = 10 \text{ см}$. При указанных константах проведены расчеты двумерной нестационарной задачи (1)–(10). На рис. 3 представлены зависимости давления $P(t) = p(0, 0, t)/p_0$ от времени t в фиксированной точке с координатами $x = 0$, $y = 0$ в течение первых 0.5 мс от момента инициирования детонационной волны. Видно, что давление меняется немонотонно — пульсирует со временем. Первый пик давления ($P_{\max,1} \approx 20$) соответствует моменту прихода ПДВ в эту точку пространства первый раз, второй пик давления ($P_{\max,2} \approx 14$) — второй раз и т. д. Причем на ранней стадии процесса (четыре-пять пульсаций) давление совершает нерегулярные колебания с уменьшающейся амплитудой, а затем переходит на почти периодические (с периодом $\Delta t \approx 44 \text{ мкс}$) колебания с максимальной амплитудой $P_{\max} \approx 6.5$, минимальной амплитудой $P_{\min} \approx 0.38$ и отношением амплитуд

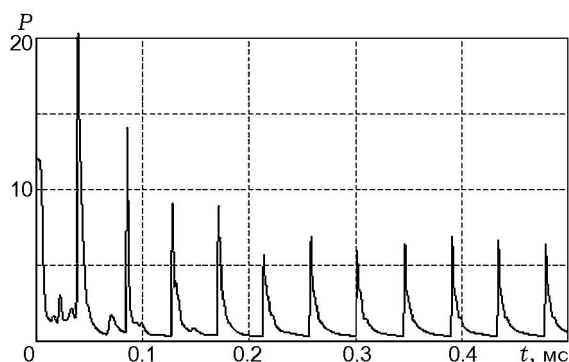


Рис. 3. Зависимости безразмерного давления от времени в точке $x = 0$, $y = 0$ при $l = 10 \text{ см}$

$P_{\max}/P_{\min} = 17.1$. Среднее давление на торце камеры сгорания $P_c = \frac{1}{lp_0} \int_0^l p(0, y, t) dy \approx$

1.125. Зная период по времени Δt , можно вычислить среднюю за период скорость ПДВ $\langle D \rangle = l/\Delta t = 2.27 \pm 0.02$ км/с и отношение $\langle D \rangle/D_0 = 0.8$. Здесь $D_0 = 2.84$ км/с — скорость идеальной детонации Чепмена — Жуге для стехиометрической смеси $2\text{H}_2\text{—O}_2$ [3]. Таким образом, по слою вдуваемой через верхнюю границу Γ_1 водородно-кислородной смеси распространяется с постоянной скоростью $\langle D \rangle$ неидеальная детонационная волна, скорость которой меньше скорости детонации Чепмена — Жуге.

Для дополнительного контроля выхода решения на установившийся детонационный режим в каждый момент времени вычислялись на границе Γ_2 следующие величины:

$$\langle G \rangle(L, t) = \frac{1}{l} \int_0^l \rho u dy;$$

$$\langle J \rangle(L, t) = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{(p + \rho u^2) dy}{\langle G \rangle(L, t)};$$

$$V(L, t) = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{\rho v dy}{\langle G \rangle(L, t)}.$$

Здесь $\langle G \rangle(L, t)$ — средний удельный расход смеси, $\langle J \rangle(L, t)$ — средний удельный импульс, $V(L, t)$ — степень вращения газодинамического потока.

Для рассматриваемого варианта указанные величины выходят со временем на следующие постоянные значения:

$$\langle G \rangle(L, t) \approx 48.9 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2) < G_0;$$

$$\langle J \rangle(L, t) \approx 2500 \text{ м}/\text{с}; V(L, t) \approx 0.$$

Последнее равенство означает, что при непрерывном детонационном режиме с вращающейся ПДВ никакого вращения газового потока на выходе из камеры постоянного сечения нет.

Найдем при фиксированных значениях параметров в системе подачи (11) «минимальный» период l_{\min} . Для этого будем уменьшать

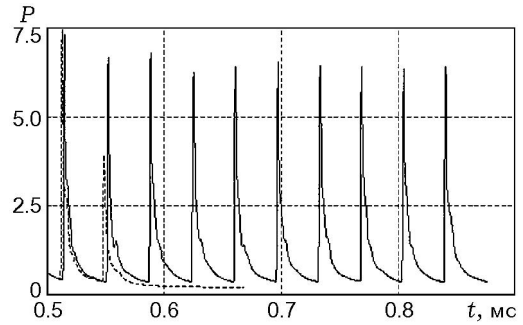


Рис. 4. Зависимости безразмерного давления от времени в точке $x = 0, y = 0$:

сплошная линия — $l = 8$ см, штриховая — $l = 7.5$ см

параметр l , что физически означает уменьшение диаметра камеры d_c . Для сокращения времени расчетов в качестве начальных данных задавалось полученное при $l = 10$ см решение периодической задачи с ПДВ в момент времени $t = 0.5$ мс. Зависимости безразмерного давления P от времени t в точке с координатами $x = 0, y = 0$ для двух вариантов расчета при $l = 8$ см (сплошная линия) и $l = 7.5$ см (штриховая) представлены на рис. 4. Видно, что при $l = 8$ см осуществляются периодические колебания давления с периодом $\Delta t \approx 35.6$ мкс ($P_{\max} \approx 6.6$; $P_{\min} \approx 0.375$; $P_{\max}/P_{\min} = 17.6$; $\langle D \rangle = 2.25 \pm 0.02$ км/с), т. е. волна выходит на режим непрерывно вращающейся детонации. При $l = 7.5$ см после двух пульсаций с уменьшающейся амплитудой давления наблюдается его монотонный спад с последующим выходом на почти постоянное значение $P \approx 0.21$. Анализ решения показал, что при $l = 7.5$ см произошел «срыв» вращающейся ПДВ и унос фронта горения и продуктов сгорания вниз по потоку из области Ω . После этого в области решения реализуется обычное газодинамическое течение исходной не реагирующей водородно-кислородной смеси, вытекающей через верхнюю границу Γ_1 и вытекающей через нижнюю границу Γ_2 . В расчетах при варьировании параметра l установлено существование такого минимального его значения l_{\min} , что при всех $l < l_{\min}$ отсутствует периодическое решение с вращающейся в одном направлении ПДВ. В частности, для стехиометрической смеси $\text{H}_2\text{—O}_2$ с параметрами (11) рассчитанное минимальное значение l_{\min} находится в диапазоне $7.8 < l_{\min} \leq 8$ см. Существование l_{\min} означает существование в цилиндрической

камере сгорания нижнего предела по диаметру ($d_{c,\min} = l_{\min}/\pi$) для режима вращающейся детонации водородно-кислородной смеси. Заметим, что наличие нижнего предела по диаметру для режима вращающейся детонации ацетиленокислородных смесей было экспериментально показано в работах [4, 5].

Структура ПДВ

Рассмотрим структуру установившегося газодинамического течения при распространении ПДВ. На рис. 5 представлена двумерная структура течения для $l = 8$ см и $L/l = 0.75$ в момент времени $t = 0.787$ мс. Волна движется слева направо со скоростью ПДВ $D = 2.25$ км/с по треугольной области, содержащей непрореагировавшую смесь $2\text{H}_2\text{—O}_2$, поступающую через верхнюю границу Γ_1 (граница раздела горючей смеси и продуктов сгорания хорошо видна на рис. 5, б). Высота слоя горючей смеси перед ПДВ при указанных значениях параметров равна $h = 1.06$ см. За волной продукты детонации постепенно расширяются и при давлении продуктов, меньшем давления подачи, отесняются вниз новыми порциями газов. Создаются условия для распространения новой ПДВ на следующем периоде. Вниз от ПДВ отходит косая ударная волна (УВ), движущаяся по продуктам детонации. Изобары (рис. 5, а) и изохоры (рис. 5, б) показывают быстрый спад давления и плотности за фронтом ПДВ. Заметим, что перед ПДВ газодинамические параметры неоднородны. На рис. 5, в представлены изомахи для проекции вектора скорости на ось x ($M_x = u/c$). Видно, что в треугольной области перед ПДВ проекция вектора скорости на ось x меньше скорости звука, т. е. в этой области поток дозвуковой. С удалением от Γ_1 вниз по оси x вплоть до $x/l < 0.45$ поток также дозвуковой, за исключением локальной сверхзвуковой зоны протяженностью 0.4 по оси y и 0.2 по оси x в окрестности точки пересечения ПДВ с косой УВ, формирующейся за фронтом ПДВ из-за бокового расширения продуктов детонации. При $x/l > 0.45$ за фронтом косой УВ начинает формироваться расширяющаяся вниз по потоку сверхзвуковая зона, в которой число Маха M_x постепенно увеличивается и достигает за косой УВ значения $M_x = 1.2$. Изолиния $M_x = 1$ выделена толстой кривой. Из рис. 5, в видно, что на нижней границе Γ_2 реализуется сверхзвуковое в среднем течение. Это означает, что в области решения Ω при распространении

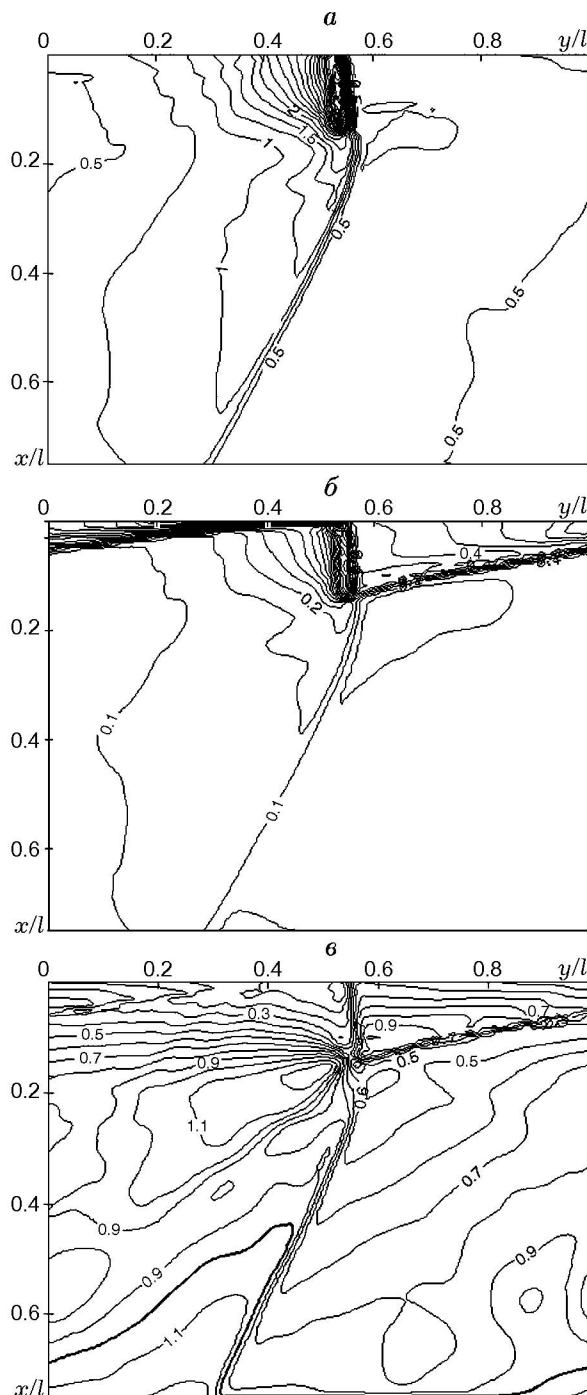


Рис. 5. Расчетная двумерная структура вращающейся детонации в цилиндрической камере при $l = 8$ см:

а — изобары p/p_0 ; б — изохоры ρ/ρ_0 ; в — изомахи $M_x = u/c$

ПДВ реализуется трансзвуковой переход. Поэтому никакие звуковые возмущения на выходе не могут повлиять на параметры ПДВ.

Отметим, что представленная двумерная структура ПДВ в смеси $\text{H}_2\text{—O}_2$ и течение в ее окрестности качественно соответствуют структуре, полученной ранее экспериментально [20] и численно [10] для пропанокислородной смеси. В эксперименте [20] за косой УВ регистрируется еще один ударный скачок — волна торможения, вызванный возрастающей толщиной пограничного слоя за УВ, рекомбинацией продуктов и догоранием смеси, замедляющих сверхзвуковой поток. По этим причинам течение за фронтом ПДВ не является течением Прандтля — Майера и происходит в области пересечения характеристик, что приводит к формированию «бочек» за фронтом ПДВ, а волна торможения сливается с отсоединенной волной «бочки».

Варьирование длины камеры L

Рассмотрим вопрос о влиянии длины камеры L на параметры и структуру газодинамического течения с ПДВ. Будем варьировать длину L в диапазоне $L/l \in [0.15 \div 1]$, зафиксировав остальные значения определяющих параметров:

$$p_m/p_0 = 5, \quad T_m/T_0 = 1, \quad (12)$$

$$S_*/S = 0.0657, \quad l = 10 \text{ см.}$$

Результаты расчетов скорости вращающейся детонации D , среднего давления $\langle p \rangle$, относительного размера ПДВ $\eta = h/l$, среднего удельного импульса $\langle J \rangle$ для ряда значений геометрического параметра L/l представлены в табл. 1.

Установлено, что при уменьшении параметра L/l от 1 до 0.2 детонационный режим с вращающейся ПДВ сохраняется. Причем

расход практически не меняется $\langle G \rangle(L, t) = 48.9 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$. Наблюдается незначительное уменьшение скорости волны D , среднего давления $\langle p \rangle$, среднего удельного импульса $\langle J \rangle$ и небольшое увеличение относительного размера ПДВ η . В то же время с уменьшением геометрического параметра L/l значительно увеличивается степень неоднородности газодинамических переменных на выходе из камеры (см. последний столбец табл. 1). Так, если при $L/l = 1$ косая УВ на выходе вырождается в акустическую (скачок давления на ее фронте $((p_2 - p_1)/p_1)_{exit} = 1.2$), то при $L/l = 0.2$ косая УВ на выходе сильная $((p_2 - p_1)/p_1)_{exit} = 6.5$). На рис. 6 представлена двумерная структура течения для $L/l = 0.2$. Волна движется слева направо со скоростью ПДВ $D = 2.21 \text{ км}/\text{с}$. Срав-

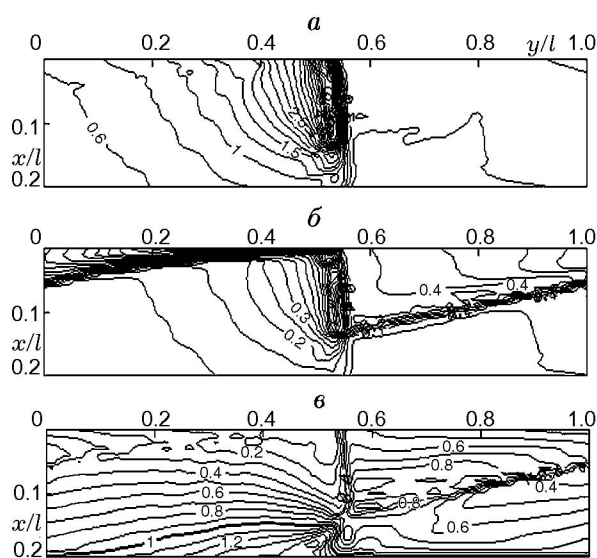


Рис. 6. Расчетная двумерная структура вращающейся детонации в цилиндрической камере при $l = 10 \text{ см}$ и $L/l = 0.2$:

a — изобары p/p_0 ; b — изохоры ρ/ρ_0 ; c — изомахи $M_x = u/c$

Таблица 1

L/l	D , км/с	$\langle p \rangle/p_0$	$\eta = h/l$	$p_m/\langle p \rangle$	$\langle J \rangle$, м/с	J , м/с	$(p_2/p_1)_{exit}$
0.15	—	0.2	—	25	844	—	1
0.2	2.21	1.1	0.135	4.54	2 460	2 545	7.5
0.3	2.24	1.1	0.13	4.54	2 480	2 545	5.7
0.6	2.26	1.125	0.13	4.44	2 500	2 545.5	3.3
1	2.25	1.15	0.13	4.35	2 530	2 546	2.2

Таблица 2

p_m/p_0	$\langle G \rangle$, кг/(с · м ²)	$\langle p \rangle/p_0$	l_{\min} , см	$\eta = h/l$	D , км/с	$\langle J \rangle$, м/с	J , м/с
5	48.9	1.1	7.9 ± 0.1	0.133	2.25	2 498	2 545
7	68.4	1.6	5.9 ± 0.1	0.127	2.25	2 508	2 558
10	96.7	2.3	4.8 ± 0.2	0.125	2.3	2 576	2 570
15	145	3.5	3.9 ± 0.1	0.125	2.33	2 598	2 585

нение рис. 5 и рис. 6 показывает, что уменьшение параметра L/l приводит к приближению зоны сверхзвукового истечения к нижнему краю ПДВ и, как следствие, к более сильному расширению продуктов детонации за фронтом ПДВ.

При $L/l = 0.15$ наблюдаются «срыв» вращающейся ПДВ и унос фронта горения и продуктов сгорания вниз по потоку из области Ω . После этого в области решения реализуется обычное течение исходной не реагирующей водородно-кислородной смеси, втекающей через верхнюю границу Γ_1 и вытекающей через нижнюю границу Γ_2 . То есть существует нижний предел по длине камеры L_{\min} , в которой может распространяться ПДВ в самоподдерживаемом непрерывном детонационном режиме. Согласно расчетным данным с параметрами подачи (12) нижний предел L_{\min} , отнесенный к размеру h ПДВ, находится в диапазоне $1.15 < L_{\min}/h < 1.54$. Подобная картина поведения спиновых детонационных волн в зависимости от длины камеры наблюдалась экспериментально на пропанокислородной смеси [20]. С уменьшением L линии тока сильнее отклонялись вниз, а зона $M_x > 1$ сужалась. Наконец, при $L = 20$ мм ($L/l = 0.18$) исходная смесь перед попаданием во фронт ПДВ приобретала сверхзвуковую скорость и частично покидала пределы камеры. Однако детонация не пропала и со скоростью $D = 2.04$ км/с распространялась по оставшейся в камере смеси.

В табл. 1 для сравнения удельных импульсов приведены также значения удельного импульса J обычного ракетного двигателя в критическом сечении сопла, рассчитанные при тех же давлениях в камере сгорания $\langle p \rangle/p_0$, что и для детонационного режима. Расчеты J проведены по программе [21]. Результаты сравнения показывают, что при $L/l > 0.6$ отличие удельных импульсов детонационного режима и обычного горения не превышает 2 %, а при $L/l_1 \geq 1$ — 1 %. То есть в рассчитанном

диапазоне давлений в камере сгорания $\langle p \rangle/p_0 \in (1.1 \div 3.5)$ реактивный импульс при детонационном сжигании водородно-кислородной смеси во вращающейся ПДВ коррелирует с величиной импульса при обычном горении. Варьированием в расчетах давления подачи p_m установлено, что с ростом p_m уменьшаются линейные размеры ПДВ h и минимальный период l_{\min} . Обобщающие данные при значениях $T_m/T_0 = 1$, $S_*/S = 0.0657$, $L = 6$ см приведены в табл. 2.

Варьирование степени расширения выходного сечения канала

Все предыдущие расчеты проведены для канала постоянного сечения $S = \text{const}$. Анализ структуры течения и ПДВ при реализации режима вращающейся детонации показал наличие трансзвукового перехода в камере постоянного сечения. Поэтому добавление к цилиндрической части камеры расширяющегося сопла, вообще говоря, должно увеличивать тягу и удельный импульс. Для проверки этого предположения рассмотрим вопрос о влиянии расширения канала камеры сгорания на параметры и структуру вращающейся ПДВ, а главное на удельный импульс.

Данная задача решалась в квазидвумерном приближении, когда степень расширения канала $S = S(x)$. Система уравнений (1) естественным образом обобщается на этот случай:

$$\begin{aligned}
 \rho_t + S^{-1}(\rho u S)_x + (\rho v)_y &= 0, \\
 (\rho u)_t + S^{-1}(\rho u^2 S)_x + (\rho u v)_y + p_x &= 0, \\
 (\rho v)_t + S^{-1}(\rho u v S)_x + (\rho v^2)_y + p_y &= 0, \\
 (\rho E)_t + S^{-1}[\rho u(E + p/\rho)S]_x + & \\
 + [\rho v(E + p/\rho)]_y &= 0, \\
 Y_t + uY_x + vY_y &= f_5,
 \end{aligned} \tag{13}$$

Таблица 3

S_{exit}/S_0	$\langle G \rangle$, кг/(с·м ²)	$\langle p \rangle/p_0$	$\eta = h/l$	D , км/с	$\langle J \rangle$, м/с	J , м/с
1	145	3.5	0.125	2.33	2 595	2 585
1.5	145	3.5	0.125	2.34	2 905	2 916
2	145	3.5	0.125	2.36	3 040	3 094
4	145	3.5	0.125	2.36	3 330	3 438

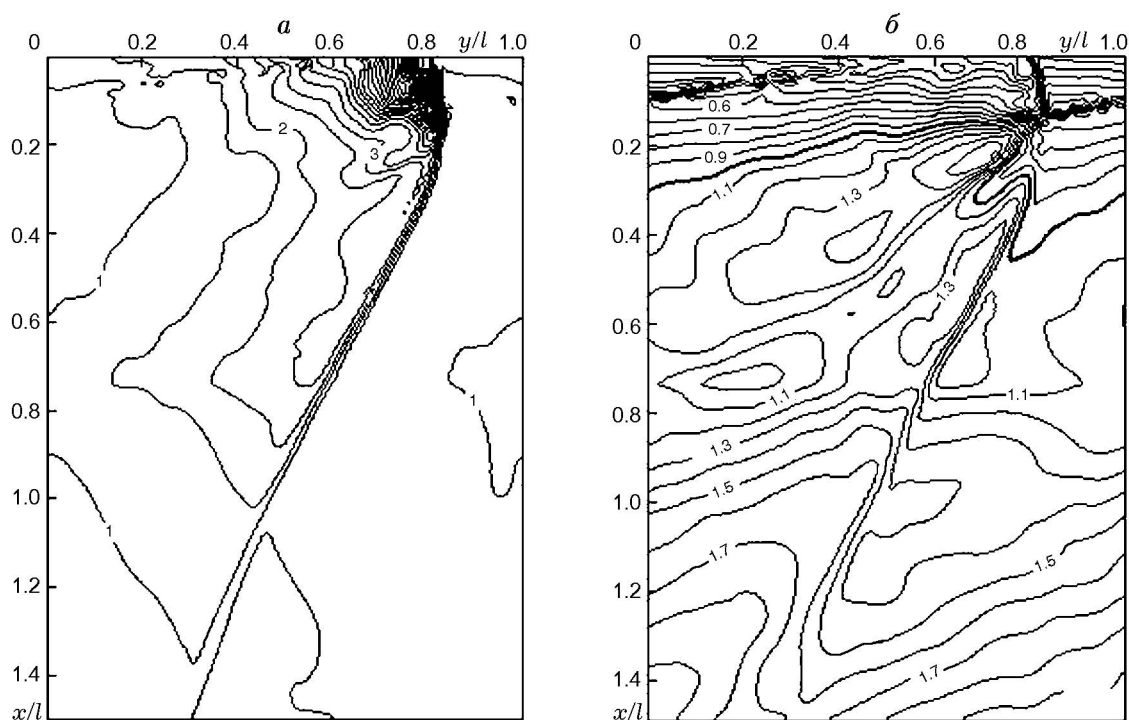


Рис. 7. Расчетная двумерная структура вращающейся детонации в расширяющейся камере при $l = 4$ см, $L/l = 1.5$ и $S_{exit}/S_c = 1.5$:

a — изобары p/p_0 ; b — изомахи $M_x = u/c$

$$\mu_t + u\mu_x + v\mu_y = f_6.$$

Рассмотрены следующие геометрические параметры канала: верхняя его часть длиной L_1 постоянного сечения $S = S_0$, далее расширение канала с постоянным углом расширения до площади выходного сечения $S = S_{exit}$. То есть функциональная зависимость площади $S(x)$ представима в виде $S(x) = S_0$ при $0 < x < L_1$; $S(x) = S_0 + (S_{exit} - S_0)(x - L_1)/(L - L_1)$ при $L_1 < x < L$.

Расчеты проведены при $p_m/p_0 = 15$, $T_m/T_0 = 1$, $S^*/S = 0.0657$, $L = 6$ см, $l = 4$ см, $L_1 = 3$ см, площадь выходного сечения S_{exit} варьировалась. Некоторые результаты представ-

лены на рис. 7 и в табл. 3. Видно, что добавление расширяющегося канала не изменяет скорости и размера ПДВ, расхода, среднего давления у верхнего торца камеры, поскольку выше нейтральной линии Маха течение не меняется. В то же время удельный импульс $\langle J \rangle$ монотонно растет с увеличением площади выходного сечения S_{exit} , так же как при обычном горении в жидкостном реактивном двигателе (см. последний столбец табл. 3). То есть при реализации в камере постоянного сечения непрерывно вращающейся детонации не нужна, в отличие от обычного горения, наиболее теплонпряженная сужающаяся часть сопла, а для увеличения тяги достаточно присоединения расширяющегося сопла.

ВЫВОДЫ

1. В двумерной нестационарной постановке сформулирована математическая модель вращающейся детонации в кольцевой цилиндрической камере сгорания типа ракетного двигателя.

2. Численно исследована динамика детонационной волны в камере для газовой водородно-кислородной смеси. Установлено, что при сверхкритических параметрах инициирования реализуется периодическое течение с вращающейся поперечной детонационной волной, когда длина камеры больше полутора размеров ПДВ.

3. Рассчитана двумерная структура ПДВ. Показано, что трансзвуковой переход происходит в канале постоянного сечения, а увеличение расхода компонентов смеси повышает среднее давление в камере и уменьшает размер ПДВ. Определен минимальный диаметр камеры в зависимости от определяющих параметров задачи — давления торможения смеси в системе подачи и длины камеры. Различие удельных импульсов детонационного режима и обычного горения не превышает 1 %.

4. Показано, что для случая вращающейся детонации добавление к каналу постоянного сечения расширяющегося сопла приводит, так же как при обычном горении в жидкостном реактивном двигателе, к увеличению удельного импульса с увеличением площади выходного сечения.

5. Рассчитанная структура ПДВ и течение в ее окрестности качественно согласуются с экспериментальными данными, ранее полученными на пропанокислородных смесях. Выполненное численное исследование является, по нашему мнению, достаточно убедительным обоснованием необходимости экспериментов в водородно-кислородных смесях с целью получения вращающейся детонации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Войцеховский Б. В.** Стационарная детонация // Докл. АН СССР. 1959. Т. 129, № 6, С. 1254–1256.
2. **Войцеховский Б. В.** Спиновая стационарная детонация // ПМТФ. 1960. № 3. С. 157–164.
3. **Войцеховский Б. В., Митрофанов В. В., Топчян М. Е.** Структура фронта детонации в газах. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1963.
4. **Быковский Ф. А., Клопотов И. Д., Митрофанов В. В.** Спиновая детонация газов в цилиндрической камере // Докл. АН СССР. 1975. Т. 224, № 5. С. 1038–1041.
5. **Быковский Ф. А., Митрофанов В. В.** Детонационное сжигание газовой смеси в цилиндрической камере // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 5. С. 107–117.
6. **Vukovskii F. A., Mitrofanov V. V.** A continuous spin detonation in liquid fuel sprays // Control of Detonation Processes / G. Roy, S. Frolov, D. Netzer, A. Borisov (Eds). Moscow: Elex-KM Publishers, 2000. P. 209–211.
7. **Быковский Ф. А., Митрофанов В. В., Ведерников Е. Ф.** Непрерывное детонационное сжигание топливно-воздушных смесей // Физика горения и взрыва. 1997. Т. 33, № 3. С. 120–131.
8. **Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф.** Спиновая детонация топливно-воздушной смеси в цилиндрической камере // Докл. АН. 2005. Т. 400, № 3. С. 338–340.
9. **Shen P. I., Adamson T. C.** Theoretical analysis of a rotating two-phase detonation in liquid rocket motors // Astronaut. Acta. 1972. V. 17, N 4/5. P. 715–728.
10. **Ждан С. А., Мардашев А. М., Митрофанов В. В.** Расчет течения спиновой детонации в кольцевой камере // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 2. С. 91–95.
11. **Ждан С. А., Мардашев А. М., Митрофанов В. В.** Математическое моделирование детонационного сжигания газовой смеси в цилиндрической камере // Химическая физика процессов горения и взрыва. Детонация и ударные волны. Черноголовка, 1986. С. 118–121.
12. **Ждан С. А., Мардашев А. М.** Структура спиновой детонации в кольцевой цилиндрической камере // Динамика многофазных сред. Новосибирск, 1987. Вып. 83. С. 88–98.
13. **Левин В. А., Коробейников В. П.** Сильный взрыв в горючей смеси газов // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1969. № 6. С. 48–51.
14. **Strehlow R. A., Crooker A. J., Cusey R. E.** Detonation initiation behind an acceleratin shock wave // Combust. Flame. 1967. V. 11, N 4. P. 339–351.
15. **Николаев Ю. А., Фомин П. А.** О расчете равновесных течений химически реагирующих газов // Физика горения и взрыва. 1982. Т. 18, № 1. С. 66–72.
16. **Прохоров Е. С.** Приближенная модель для расчета равновесных течений химически реагирующих газов // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 3. С. 77–85.
17. **Николаев Ю. А., Зак Д. В.** Согласование моделей химических реакций в газах со вторым началом термодинамики // Физика горения и взрыва. 1988. Т. 24, № 4. С. 87–90.

18. **Численное** решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин и др. М.: Наука, 1976.
19. **Колган В. П.** Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Учен. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3, № 6. С. 68–77.
20. **Быковский Ф. А.** О некоторых свойствах потока при непрерывной детонации в кольцевой цилиндрической камере // Материалы VIII Всесоюз. симп. по горению и взрыву. Ташкент, 1986. С. 16–19.
21. **Трусов Б. Г.** Моделирование химических и фазовых равновесий при высоких температурах // Программный комплекс Астра-4 / рс. МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1991.

*Поступила в редакцию 16/IV 2006 г.,
в окончательном варианте — 4/XII 2006 г.*