

УДК 532.516.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА В УГЛЕВОДОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ИНДУКЦИОННОМ НАГРЕВЕ

Л. А. Ковалева, В. Н. Киреев*, А. А. Мусин

Башкирский государственный университет, 450074 Уфа

* Институт механики Уфимского научного центра РАН, 450054 Уфа

E-mails: liana@ic.bashedu.ru, kireev@anrb.ru, mus-airat@yandex.ru

Приведены результаты численного моделирования процесса теплового воздействия на высоковязкую углеводородную жидкость, вязкость и теплопроводность которой зависят от температуры. В качестве основных уравнений, описывающих конвекцию углеводородной жидкости, принята система уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска. Исследована динамика изменения температурного поля и конвективных структур в жидкости. Установлено, что в пространстве имеет место локально-неоднородное движение жидкости, сопровождающееся вихревыми течениями, вследствие которого в среде образуются две существенно различающиеся по температуре области.

Ключевые слова: индукционный нагрев, углеводородная жидкость, тепловая конвекция, теплообмен, математическая модель.

Введение. В работе [1] приведены результаты экспериментальных исследований нагрева тяжелых углеводородных систем с использованием индукционного нагревателя, а также результаты математического моделирования этого эксперимента. При этом учет тепловой конвекции жидкости производился путем введения эффективного коэффициента теплопроводности. Исследуемая жидкость представляла собой тяжелую углеводородную систему, при низких температурах практически нетекучую и слаботеплопроводную. На основе результатов экспериментальных и численных исследований сделан вывод о существенном увеличении эффективного коэффициента теплопроводности при повышении температуры, что является следствием возникновения локальных очагов вихревого движения жидкости в областях, где температура превышает некоторое пороговое значение, соответствующее началу текучести жидкости. При этом область пространства, охваченная движением, и температурное поле в этой области непрерывно менялись нерегулярным образом, что наблюдалось визуально и фиксировалось расположенными внутри резервуара датчиками температуры. В настоящей работе для описания отмеченных эффектов предложена математическая модель нагрева тяжелой углеводородной системы в замкнутом резервуаре, учитывающая не только влияние температуры на значения коэффициентов вязкости и теплопроводности жидкости, но и наличие свободноконвективного движения жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 08-01-97032).

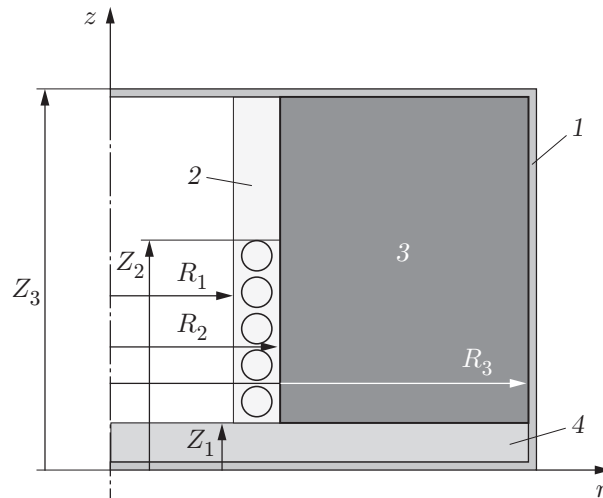


Рис. 1. Геометрия расчетной области:

1 — металлическая емкость; 2 — труба индуктора; 3 — углеводородная жидкость; 4 — слой бетона

Математическая модель. Рассматривается замкнутая металлическая емкость, основание которой покрыто слоем бетона, а в центре расположена труба индуктора. Пространство между трубой индуктора и внешней стенкой емкости заполнено высоковязкой углеводородной жидкостью. С помощью индукционного нагревателя на части стенки трубы индуктора выделяется тепло, в результате чего происходит нагрев жидкости. Схема расчетной области, соответствующей описанной физической модели, приведена на рис. 1. Задача решается в аксиально-симметричной постановке в цилиндрической системе координат, начало которой находится в центре основания емкости, а ось z направлена вверх перпендикулярно основанию. С точки зрения математического моделирования физическая модель представляет собой многослойную систему, состоящую из трубы индуктора, слоя бетона, углеводородной среды (см. рис. 1). В каждом слое рассчитывается поле температур, а в углеводородной среде, кроме того, определяется поле скоростей конвективного течения жидкости.

В стенке трубы индуктора тепло, генерируемое вихревыми токами, создаваемыми катушкой индуктивности, моделируется с помощью введения внутренних распределенных источников тепла. Уравнение теплопроводности в стенке трубы индуктора имеет вид

$$\rho_m c_m \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k_m}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + k_m \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + q, \quad R_1 < r \leq R_2, \quad Z_1 < z \leq Z_3, \quad (1)$$

где

$$q = \begin{cases} N_0 / [\pi(R_2^2 - R_1^2)l], & Z_1 < z \leq Z_2, \\ 0, & Z_2 < z \leq Z_3 \end{cases}$$

представляет собой плотность распределенных источников тепла; ρ_m , c_m , k_m — плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности металла; N_0 — мощность индуктора; R_1 , R_2 — внутренний и внешний радиусы трубы индуктора; l — высота индуктора; Z_1 — толщина слоя бетона; Z_2 , Z_3 — расстояния от основания емкости до верхней поверхности индуктора и поверхности жидкости соответственно.

Уравнение теплопроводности в слое бетона имеет вид

$$\rho_b c_b \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k_b}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + k_b \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad R_1 < r \leq R_3, \quad 0 \leq z \leq Z_1, \quad (2)$$

где ρ_b , c_b , k_b — плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности бетона; R_3 — радиус емкости.

Конвективное движение углеводородной жидкости описывается системой уравнений тепловой конвекции в линейном приближении Буссинеска [2]:

$$\begin{aligned} \rho_f \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ruu) + \frac{\partial}{\partial z} (vu) \right) &= -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\eta_f \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta_f \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \eta_f \frac{u}{r^2}, \\ \rho_f \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ruv) + \frac{\partial}{\partial z} (vv) \right) &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\eta_f \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta_f \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \beta \rho_f g T, \\ \rho_f c_f \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ruT) + \frac{\partial}{\partial z} (vT) \right) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rk_f \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_f \frac{\partial T}{\partial z} \right), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{\partial v}{\partial z} &= 0, \quad R_2 < r \leq R_3, \quad Z_1 < z \leq Z_3. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь ρ_f , η_f , c_f , k_f — плотность, коэффициент динамической вязкости, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности углеводородной жидкости; u , v — компоненты скорости теплового движения жидкости вдоль осей r и z соответственно; P — давление; β — коэффициент теплового расширения жидкости; g — ускорение свободного падения; T — температура.

Зависимость коэффициента теплопроводности жидкости от температуры принята линейной [1]:

$$k_f(T) = k_{f0}[1 + b(T - T_0)]$$

(k_{f0} — коэффициент теплопроводности при температуре $T = T_0$; b — температурный коэффициент теплопроводности). Вязкость углеводородной жидкости также зависит от температуры: используется аппроксимированная зависимость вязкости от температуры в виде двух экспонент, полученная экспериментальным путем [1]:

$$\eta(T) = \begin{cases} \eta_{01} \exp(-\gamma_1(T - 35,5)), & 35,5 \text{ }^\circ\text{C} < T < 54,2 \text{ }^\circ\text{C}, \\ \eta_{02} \exp(-\gamma_2(T - 54,2)), & 54,2 \text{ }^\circ\text{C} < T < 75,0 \text{ }^\circ\text{C}. \end{cases}$$

Здесь $\eta_{01} = 1460 \text{ Па} \cdot \text{с}$ — вязкость углеводородной жидкости при $T = 35,5 \text{ }^\circ\text{C}$; $\eta_{02} = 0,228 \text{ Па} \cdot \text{с}$ — вязкость углеводородной жидкости при $T = 54,2 \text{ }^\circ\text{C}$; $\gamma_1 = 0,497 \text{ K}^{-1}$ — температурный коэффициент при $T = 35,5 \div 54,2 \text{ }^\circ\text{C}$; $\gamma_2 = 0,031 \text{ K}^{-1}$ — температурный коэффициент при $T > 54,2 \text{ }^\circ\text{C}$.

Краевые условия. В начальный момент времени жидкость покоится и установка имеет постоянную температуру, равную температуре окружающей среды:

$$u(r, z, 0) = v(r, z, 0) = 0, \quad T(r, z, 0) = T_0. \quad (4)$$

Для скоростей на всех твердых стенках задаются условия прилипания

$$u|_G = v|_G = 0 \quad (5)$$

(индекс G соответствует внутренним границам емкости). На внешней поверхности емкости задается условие теплообмена с окружающей средой по закону свободной конвекции в неограниченном пространстве. Внешняя стенка емкости и ее основание являются теплоизолированными. На внутренней поверхности трубы индуктора задается условие теплообмена с воздухом в замкнутом пространстве. Соответствующие граничные условия имеют вид

$$\alpha_h(T(r, Z_3, t) - T_0) = -k_m \frac{\partial T(r, Z_3, t)}{\partial z},$$

$$\begin{aligned}\alpha_h(T(r, Z_3, t) - T_0) &= -k_f \frac{\partial T(r, Z_3, t)}{\partial z}, \\ \alpha_v(T(R_1, z, t) - T_0) &= -k_m \frac{\partial T(R_1, z, t)}{\partial r}, \\ \frac{\partial T(R_3, z, t)}{\partial r} &= 0, \quad \frac{\partial T(r, 0, t)}{\partial z} = 0,\end{aligned}\tag{6}$$

где α_h, α_v — коэффициенты теплоотдачи вдоль горизонтальной и вертикальной стенок; T_0 — начальная температура среды и температура воздуха, окружающего экспериментальную установку. На остальных границах слоев принимаются равенства температур и тепловых потоков (граничные условия четвертого рода).

Все уравнения и краевые условия приводятся к безразмерному виду. При этом определяющими параметрами задачи являются число Грасгофа $Gr = \beta g L^3 \theta / \mu_0^2$ и число Прандтля $Pr = \mu_0 / a$ (θ — характерная разность температур; L — характерный размер; $\mu_0 = \eta / \rho$ — коэффициент кинематической вязкости; $a = k / (\rho c_p)$ — коэффициент температуропроводности). От чисел Грасгофа и Прандтля зависит число Био [3]:

$$Bi = \alpha L / k_a = f(Gr_a, Pr_a)$$

(α — коэффициент теплоотдачи; k_a — коэффициент теплопроводности воздуха; индекс a соответствует воздуху).

Для определения коэффициента теплоотдачи вдоль горизонтального участка используется уравнение [3]

$$Bi = 0,65(Gr_a Pr_a)^{1/4} (Pr_a / Pr_w)^{1/4},$$

где индекс w соответствует стенке. Коэффициент теплоотдачи в кольцевом зазоре вычисляется по формуле [3]

$$Bi = 0,18(Gr_a Pr_a)^{1/4} (Pr_a / Pr_w)^{1/4}.$$

Результаты вычислений. Система уравнений (1)–(3) с краевыми условиями (4)–(6) решается численно методом контрольного объема с использованием алгоритма “Simple” [4]. В расчетах приняты следующие значения параметров среды и постоянных физической модели: $k_f = 0,125$ Вт/(м·К); $c_f = 1864$ Дж/(кг·К); $\rho_f = 954$ кг/м³; $k_m = 45$ Вт/(м·К); $c_m = 461$ Дж/(кг·К); $\rho_m = 7900$ кг/м³; $k_b = 0,279$ Вт/(м·К); $c_b \rho_b = 2,6 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К); $k_a = 0,02896$ Вт/(м·К); $c_a \rho_a = 1065$ Дж/(м³·К); $\mu_a = 1,897 \cdot 10^6$ м²/с; $Z_1 = 0,04$ м; $Z_2 = 0,29$ м; $Z_3 = 0,39$ м; $R_1 = 0,074$ м; $R_2 = 0,08$ м; $R_3 = 0,225$ м; $N_0 = 1224$ Вт; $T_0 = 24$ °С.

Сравнение результатов математического моделирования и экспериментальных данных показывает, что наиболее хорошо они согласуются при следующих неизвестных параметрах жидкости: $b = 0,0095$ К⁻¹, $\beta = 2,1 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹.

Из результатов расчетов следует, что в течение достаточно длительного промежутка времени с момента начала индукционного нагрева перенос тепла в жидкости происходит только за счет молекулярной теплопроводности. Это обусловлено тем, что в начальный момент времени углеводородная жидкость имеет высокую вязкость и является практически нетекучей. С увеличением температуры жидкости ее вязкость уменьшается и в верхней части емкости возникает зона конвективного течения. Вблизи горячей стенки трубы индуктора развиваются течения с достаточно высокими скоростями (до 4 мм/с), направленными снизу вверх. На рис. 2 показаны температурное поле и линии тока в момент времени $t = 150$ мин с начала нагрева. Видно, что область интенсивного конвективного перемешивания увеличивается, однако сохраняется и “застойная” область, в которой движение отсутствует.

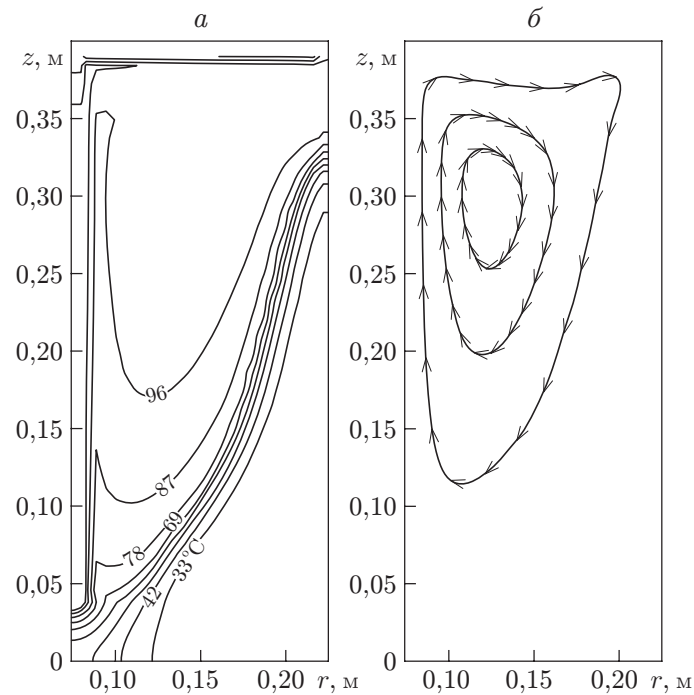
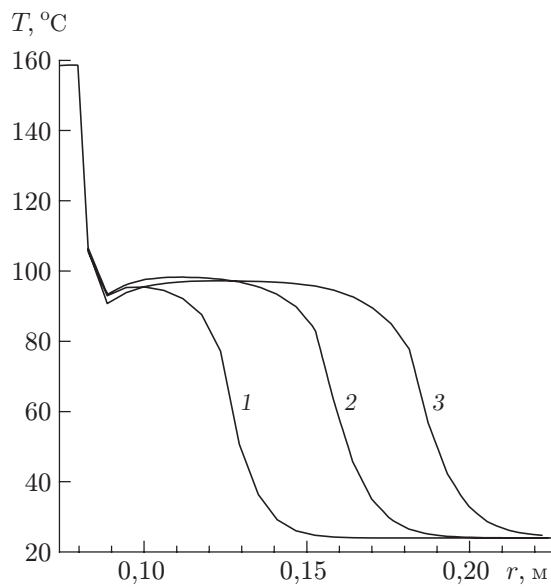
Рис. 2. Температурное поле (а) и линии тока (б) при $t = 150$ мин

Рис. 3

Рис. 3. Распределение температуры в центральном горизонтальном сечении емкости в различные моменты времени:

1 — $t = 50$ мин; 2 — $t = 100$ мин; 3 — $t = 150$ мин

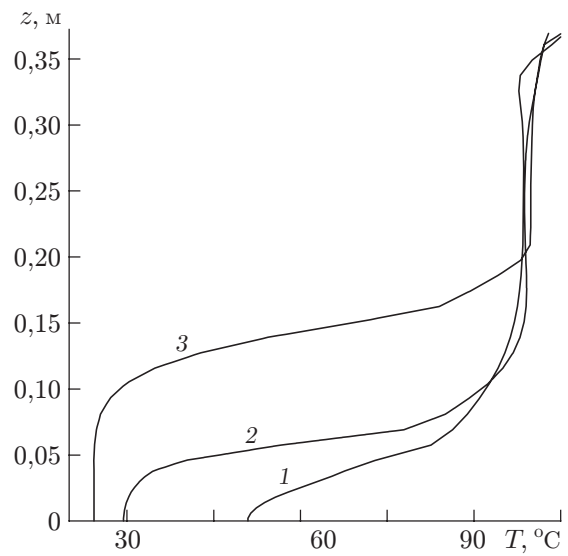


Рис. 4

Рис. 4. Распределения температуры в вертикальных сечениях емкости на различных расстояниях от ее оси:

1 — $r = 0,10$ м; 2 — $r = 0,15$ м; 3 — $r = 0,20$ м

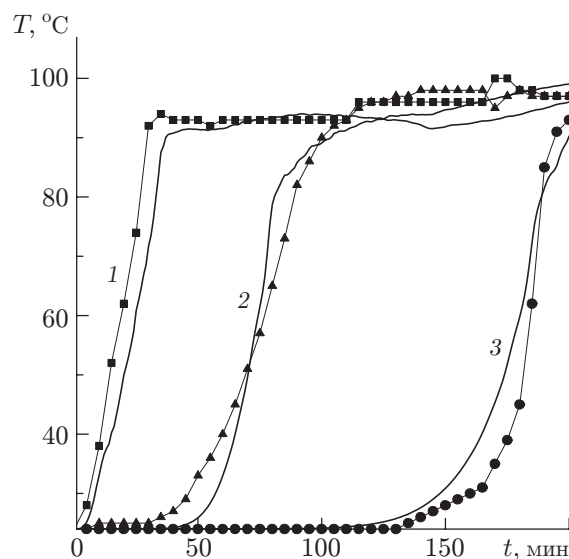


Рис. 5. Зависимость температуры жидкости от времени:

1, 2, 3 — первая, вторая и третья термопара соответственно; точки — экспериментальные данные; сплошные линии — результаты расчета

Представление о динамике распространения температурного фронта в жидкости позволяет получить рис. 3, на котором показано распределение температуры в центральном горизонтальном сечении емкости в различные моменты времени. В тонком пограничном слое вблизи стенки трубы индуктора температура резко уменьшается, что обусловлено наличием вблизи стенки трубы индуктора вихревого конвективного течения, которое уносит тепло внутрь емкости и способствует притоку к стенке более холодной жидкости.

На рис. 4 показано распределение температуры в вертикальных сечениях, находящихся на разных расстояниях от оси емкости, в различные моменты времени. Из рис. 4 следует, что в результате интенсивного конвективного перемешивания жидкости в верхней части емкости температура во всех сечениях практически одинакова, в то время как в нижней части сохраняется значительный градиент температур.

На рис. 5 приведена зависимость температуры жидкости от времени при нагреве. Видно, что экспериментальные данные и результаты расчета хорошо согласуются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалева Л. А., Насыров Н. М., Максимочкин В. И., Суфьянов Р. Р. Изучение теплопроводности высоковязких углеводородных систем методом экспериментального и математического моделирования // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 6. С. 96–102.
2. Гершуни Г. З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий. М.: Наука, 1972.
3. Теплоэнергетика и теплотехника. Кн. 2. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент: Справ. / Под общ. ред. А. В. Клименко, В. М. Зорина. М.: Изд-во Моск. энерг. ин-та, 2001.
4. Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.

Поступила в редакцию 29/1 2008 г.