

УДК 536.46

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО РЕЖИМА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА ГОРЕНИЯ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

А. П. Алдушин, Т. П. Ивлева

Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения РАН, 142432 Черноголовка
analdushin@mail.ru, tanja@chgnnet.ru

Рассмотрена двумерная модель распространения волны фильтрационного горения в плоском канале при спутном продуве газа, содержащего окислитель. Показано, что увеличение проницаемости пористой среды при выгорании топлива приводит к потере устойчивости плоского фронта и возникновению структуры, называемой фингером. Дано объяснение причин возникновения фингера, и определены зависимости его наиболее важных характеристик от соотношения проницаемостей исходного топлива и продуктов сгорания, от теплоемкости вдуваемого газа и ширины канала, в котором осуществляется процесс фильтрационного горения.

Ключевые слова: фильтрационное горение, переменная пористость, гидродинамическая неустойчивость плоского фронта, фингеры.

ВВЕДЕНИЕ

Специфической особенностью фильтрационного горения (ФГ) является необходимость транспорта газообразного реагента в зону реакции. Течение газа может возникать вследствие потребления окислителя на фронте горения (естественная фильтрация) либо в результате продува газа через пористую среду (вынужденная фильтрация). Газ, протекая по порам продукта, нагревается, что влияет на скорость его взаимодействия с твердым пористым горючим и, следовательно, на скорость горения. Сущность ФГ изложена в [1].

Особый раздел ФГ — нестационарные явления. Потеря устойчивости плоской волной впервые получена экспериментально в [2]. В этой работе было показано, что при определенных условиях проведения эксперимента кольцо фронта, перемещающегося по цилиндрическому образцу, разрывается, на поверхности образца возникает высокотемпературная зона в виде очага, который движется по поверхности образца по винтовой траектории. Численное решение этой трехмерной задачи приведено в [3].

Другой тип неустойчивости плоского фронта ФГ — ячеистое пламя, теоретически

описанное для газовых сред в [4]. Искривление плоского фронта при ФГ и встречном течении газа получено численно в [5].

При моделировании и теоретическом исследовании ФГ используется ряд упрощающих предположений. Одно из них — постоянство теплофизических характеристик среды и постоянство пористости. Однако изменение пористости при горении может привести к новым эффектам. Численное исследование нестационарных волн ФГ при изменяющейся (уменьшающейся при горении) пористости проведено в [6]. В данной работе, напротив, предполагается, что пористость продуктов превышает пористость исходного горючего. При таких условиях возникает иной тип неустойчивости плоского фронта ФГ — гидродинамический. Примером гидродинамической неустойчивости могут служить явления, наблюдаемые в ячейках Хелле — Шоу при вытеснении жидкости [7].

В приближении бесконечно тонкой зоны горения анализ устойчивости плоской стационарной волны ФГ к бесконечно малым возмущениям выполнен в [8]. Показано, что причиной гидродинамической неустойчивости плоских волн ФГ может быть повышенная (по сравнению с исходной шихтой) проницаемость продуктов горения. Нестационарная волна ФГ такого типа получена экспериментально в [9]. В этой работе исследовалось распространение волны горения в плоском щелевом (имеющем малую высоту/толщину) реакторе, заполнен-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-03-00944).

ном пористым горючим (опилками), при продуве воздуха в направлении распространения фронта реакции. Длина канала реактора выбрана достаточно большой, чтобы обеспечить выход на самораспространяющийся режим горения, ширина канала варьировалась в экспериментах. Показано, что при увеличении ширины канала плоский фронт реакции теряет устойчивость к искривлениям. В отличие от эффекта теплодиффузионной неустойчивости при горении газов, искривление фронта ФГ не сопровождается формированием ячеистого пламени, а приводит к структурированию фронта в виде пальца. Аналогичную структуру, называемую фингером, принимает фронт вытеснения маловязкой жидкостью сильновязкой жидкости в плоском канале [7].

В настоящей работе проведено математическое моделирование нестационарного процесса ФГ, направленное на выяснение условий возникновения фингер-эффекта, обнаруженного в экспериментах [9].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 представлена принципиальная схема рассматриваемого процесса. В реактор, заполненный пористым топливом, подается газ, содержащий окислитель. Реакция инициируется на левом торце реактора, через который осуществляется вдув газа с постоянным расходом. Газ фильтруется слева направо и покидает реактор через открытый правый торец. Фронт горения движется в направлении фильтрации, оставляя за собой продукты горения, проницаемость которых отличается от проницаемости исходного топлива. При малой высоте канала реактора распределением параметров по толщине пористого слоя можно прене-

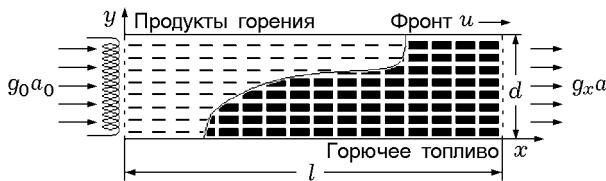


Рис. 1. Схема щелевидного реактора:

l, d — длина и ширина канала, x, y — координаты вдоль и поперек канала (длина и ширина), a — концентрация окислителя в газе, a_0 — ее начальное значение, g_0, g_x — горизонтальная составляющая потока газа на входе и в канале, u — горизонтальная составляющая скорости фронта

бречь и рассматривать распространение фронта в двумерном приближении.

При формулировке математической модели используются предположения, принятые при исследовании ФГ. В частности, пористая среда с газом, находящимся в порах, рассматривается как гомогенная в тепловом отношении, что позволяет использовать однотемпературное приближение для описания процесса.

Система уравнений, описывающая распространение волны выгорания топлива в условиях вынужденной фильтрации, имеет тот же вид, что и в случае ФГ при естественной фильтрации окислителя [3, 5, 6]. Принципиально новым элементом рассматриваемой модели процесса является учет изменения коэффициента фильтрации пористой среды вследствие выгорания топлива. В данной работе принята линейная зависимость коэффициента фильтрации от глубины выгорания η . Выпишем уравнения системы:

$$k_f = k_{f,0} + (k_{f,1} - k_{f,0})\eta;$$

$$\begin{aligned} (c_f \rho_f + c_p \rho_p + c_g \rho_g) \frac{\partial T}{\partial t} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \\ + c_g \rho_g k_f \left(\frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + QW; \end{aligned}$$

$$Q = \text{const} \rightarrow c_f = \mu_g c_g + \mu_p c_p;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{M \sigma p}{RT} \right) = \\ = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_f \rho_g \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_f \rho_g \frac{\partial p}{\partial y} \right) \right] + \mu_g W; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_g \frac{\partial a}{\partial t} = \rho_g k_f \left(\frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial a}{\partial y} \right) + \\ + D_0 \rho_{g,0} \left(\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} \right) - (\mu + \mu_g a)W; \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{\rho_{f,0} - \rho_f}{\rho_{f,0}}; \quad \rho_p = \mu_p (\rho_{f,0} - \rho_f);$$

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = -\rho_{f,0} \frac{\partial \eta}{\partial t};$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = W = \begin{cases} \rho_{f,0}(1 - \eta) p a k_0 \exp(-E/RT) & \text{при } \eta < 1 \text{ и } a > 0, \\ 0 & \text{при } \eta = 1 \text{ или } a = 0; \end{cases}$$

$$p = \frac{R \rho_g T}{\sigma M}; \quad g_x = -\rho_g k_f \frac{\partial p}{\partial x}; \quad g_y = -\rho_g k_f \frac{\partial p}{\partial y}.$$

Начальные условия:

$$t = 0: \quad T = T_0, \quad a = a_0, \quad \rho_g = \rho_{g,0}, \\ \rho_f = \rho_{f,0}.$$

Граничные условия:

$$x = 0: \quad g_x = g_0, \quad a = a_0, \quad T = T_g;$$

$$T_g = \begin{cases} T_{ign}(y) & \text{при } t \leq t_{ign}, \\ T_0 & \text{при } t > t_{ign}; \end{cases}$$

$$x = l: \quad p = p_0, \quad \frac{\partial a}{\partial x} = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = 0;$$

$$y = 0: \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial a}{\partial y} = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = 0;$$

$$y = d: \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial a}{\partial y} = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = 0.$$

Граничные условия отражают отсутствие потоков тепла и газа через боковые стенки канала, фиксированную плотность потока газа на входе в канал и постоянство давления на выходе из реактора. Предполагается, что иницирование горения осуществляется тепловым импульсом, действующим на входе газа в реактор в течение времени t_{ign} . Температура источника поджигания T_{ign} может быть постоянной (иницирование плоской волны реакции) или распределенной по сечению канала реактора $T_{ign}(y)$ (иницирование искривленного фронта). По окончании действия теплового импульса температура на входе в канал принималась равной температуре вдуваемого газа T_0 .

Здесь использованы следующие размерные величины: $k_f, k_{f,0}, k_{f,1}$ — коэффициенты фильтрации: текущий, исходный и в продуктах; t — время; c_g, c_f, c_p — теплоемкость газа, горючего, продукта; T, T_0 — текущая и начальная температура; $\rho_g, \rho_{g,0}$ — текущая и начальная

плотность газа, $\rho_f, \rho_{f,0}$ — текущая и начальная плотность горючего, ρ_p — плотность продукта; p — давление газа; λ — теплопроводность; σ — пористость; Q — тепловой эффект на 1 г топлива; μ, μ_g, μ_p — стехиометрические коэффициенты реакции по окислителю, газу и конденсированному продукту; k_0 — предэкспоненциальный множитель; D_0 — коэффициент диффузии; E — энергия активации реакции; R — универсальная газовая константа; M — молекулярная масса газа; T_g — температура газа, втекающего через левый торец канала; $T_{ign}(y)$ — температура источника поджигания; t_{ign} — время действия источника поджигания; p_0 — давление газа на выходе из реактора.

МАСШТАБИРОВАНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ. БЕЗРАЗМЕРНАЯ ФОРМА ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ

Для численного моделирования процесса проводилось масштабирование независимых переменных и функций. Выбор масштабов осуществлялся так же, как и в работах [10, 11]:

$$T_* = T_0 + \frac{Q}{c_f}; \quad E_a = \frac{E}{RT_*}; \quad t_* = \frac{1}{k_0} \exp E_a;$$

$$x_*^2 = \alpha t_*; \quad \alpha = \frac{\lambda_0}{c_f \rho_{f,0}}; \quad \tau = \frac{t}{t_*}; \quad \xi = \frac{x}{x_*};$$

$$\zeta = \frac{y}{x_*}; \quad \theta = \frac{T}{T_*}; \quad \theta_0 = \frac{T_0}{T_*}; \quad \theta_g = \frac{T_g}{T_*};$$

$$\theta_{ign} = \frac{T_{ign}}{T_*}; \quad \rho = \frac{\rho_g}{\rho_{g,0}}; \quad K_s = \frac{k_{f,1}}{k_{f,0}}; \quad G_\xi = \frac{g_x}{g_*};$$

$$G_\zeta = \frac{g_y}{g_*}; \quad G_{\xi,0} = \frac{g_0}{g_*}; \quad g_* = \frac{\rho_{f,0} x_*}{t_*}; \quad \varepsilon = \frac{\rho_{g,0}}{\rho_{f,0}};$$

$$Le = \frac{D_0}{\alpha}; \quad c_s = \frac{c_g}{c_f}; \quad \tau_{ign} = \frac{t_{ign}}{t_*}; \quad L_\xi = \frac{l}{x_*};$$

$$L_\zeta = \frac{d}{x_*}.$$

Здесь T_*, t_*, g_* — характеристические величины, α — температуропроводность.

Математическая модель описывает эксперименты, в которых размерное давление в канале почти не менялось ($p \cong p_0$), а проницаемость горючего была столь велика, что

$\frac{\rho_{g,0} k_{f,0} p_0}{\rho_{f,0} \varepsilon} \approx 10^4$. Поэтому для удобства расчетов безразмерное давление определяли по формуле

$$P = \varepsilon \frac{k_{f,0} p_0}{\varepsilon} \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right).$$

Введенное таким образом, оно может меняться в широких пределах.

С учетом принятых приближений и выбранного способа масштабирования формулировка задачи в безразмерных переменных имеет вид:

$$(1 + c_s \varepsilon \rho - c_s \mu_g \eta) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} - c_s \left(G_\xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + G_\zeta \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right) + (1 - \theta_0) \frac{\partial \eta}{\partial \tau};$$

$$\varepsilon \rho \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = - \frac{\partial G_\xi}{\partial \xi} - \frac{\partial G_\zeta}{\partial \zeta} + \mu_g \frac{\partial \eta}{\partial \tau}; \quad (1)$$

$$\rho = \frac{\theta_0}{\theta};$$

$$G_\xi = -\rho [1 + (K_s - 1)\eta] \frac{\partial P}{\partial \xi};$$

$$G_\zeta = -\rho [1 + (K_s - 1)\eta] \frac{\partial P}{\partial \zeta};$$

$$\varepsilon \rho \frac{\partial a}{\partial \tau} = -G_\xi \frac{\partial a}{\partial \xi} - G_\zeta \frac{\partial a}{\partial \zeta} + \varepsilon \text{Le} \left(\frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial \zeta^2} \right) - (\mu + \mu_g a) \frac{\partial \eta}{\partial \tau};$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \begin{cases} (1 - \eta) a \exp[E_a(1 - 1/\theta)] & \text{при } \eta < 1, a > 0, \\ 0 & \text{при } \eta = 1, a = 0. \end{cases}$$

Начальные условия:

$$\tau = 0: \quad \theta = \theta_0, \quad \eta = 0, \quad \rho = 1, \quad a = a_0.$$

Граничные условия:

$$\xi = 0: \quad G_\xi = G_{\xi,0}, \quad a = a_0, \quad \theta = \theta_g,$$

$$\theta_g = \begin{cases} \theta_{ign}(\zeta) & \text{при } \tau \leq \tau_{ign}, \\ \theta_0 & \text{при } \tau > \tau_{ign}; \end{cases}$$

$$\xi = L_\xi: \quad P = 0, \quad \frac{\partial a}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0;$$

$$\zeta = 0: \quad G_\zeta = 0, \quad \frac{\partial a}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = 0;$$

$$\zeta = L_\zeta: \quad G_\zeta = 0, \quad \frac{\partial a}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = 0.$$

В настоящей работе численное исследование математической модели проводилось в предположении, что поглощение газа в химической реакции близко газовыделению во фронте горения, т. е. $\mu_g = 0$. Приведенные ниже результаты расчетов соответствуют фиксированным значениям параметров

$$G_{\xi,0} = 0.005, \quad \varepsilon = 10^{-3}, \quad \text{Le} = 0,$$

$$E_a = 10, \quad a_0 = 0.2, \quad \theta_0 = 0.3, \quad \mu = 0.2.$$

Принятое значение расхода газа $G_{\xi,0}$ соответствует фильтрационному режиму распространения плоской волны горения с полным потреблением окислителя при всех значениях используемых в расчете параметров. При проведении расчетов варьировались следующие параметры: K_s — нормированная по проницаемости горючего проницаемость продуктов, c_s — нормированная по теплоемкости горючего теплоемкость газа, L_ζ — безразмерная ширина канала.

Математическая модель содержит систему дифференциальных уравнений различного типа с необходимым набором начальных и граничных условий. Наибольшую сложность представлял поиск решения уравнения неразрывности (1), которое при данном выборе параметров представляет собой эллиптическое уравнение для P ($\text{div}(\mathbf{G}) \approx 0$) с условиями первого и второго рода на границах рассматриваемой области. Как известно, системы сеточных уравнений, возникающие при решении эллиптических уравнений методами сеток, плохо обусловлены. Для их решения используются итерационные методы, причем сходимость итераций представляет серьезную проблему. В нашем случае ситуация осложнялась тем, что коэффициенты эллиптического уравнения могли быстро меняться (на 1–2 порядка в зоне реакции).

Учет специфического свойства рассматриваемого процесса (высокая проницаемость пористой среды) и аналитических оценок (постоянства интегрального по поперечнику образца потока газа и т. д.) позволил создать расчетный алгоритм, при котором итерации сходятся с удовлетворительной скоростью. Разностные схемы для решения других уравнений выбирали исходя из стандартных условий — устойчивости, сходимости и консервативности.

На графиках продольный и поперечный масштабы не совпадают, но в каждом случае длина и ширина графика нормированы по длине и ширине канала. Эволюция горения представлена в виде последовательности линий фронта реакции через равные промежутки времени $\Delta\tau$. На рисунках показана локализация зоны поджигания и приведены значения τ_{ign} , $\theta_{ign}(\zeta)$. Зона зажигания, где $\theta = \theta_{ign}(\zeta)$, отмечена на рисунках жирной линией слева (левый торец). Вне ее $\theta(0, \zeta) = \theta_0$. Вопрос зажигания представляет самостоятельный интерес, но в данной работе не рассматривается. Тем не менее о некоторых проблемах, связанных с зажиганием, сказать необходимо.

Данная работа посвящена изучению свойств единичных фингеров. Как показано в [12], если ширина канала мала, фингер распространяется вдоль стенки, в противном случае «носик» фингера может двигаться вдоль осевой линии. При значениях параметров поджигания, далеких от оптимальных, требуется длительное время для выхода фингера в нужную зону канала. На рис. 2 приведены примеры такого рода. Все графики соответствуют одному набору параметров, отличие состоит только в условиях зажигания. При выбранных параметрах фингер должен двигаться вдоль оси канала. При однородном зажигании вдоль всего левого торца (рис. 2,а) из-за ошибок округления возникают возмущения плоского фронта. Наиболее сильное из них, развиваясь, формирует фингер. По мере продвижения фронта слабые искривления сглаживаются, а «носик» фингера смещается к оси канала. При зажигании около нижней стенки (рис. 2,б) наблюдается зарождение искривления фронта и развитие фингера, «носик» которого смещается вверх, к оси канала. На рис. 2,в видно, что зажигание привело к рождению двух фингеров, слившихся в один, «носик» которого также смещается к оси канала. На рис. 2,г, наоборот, возникший фингер

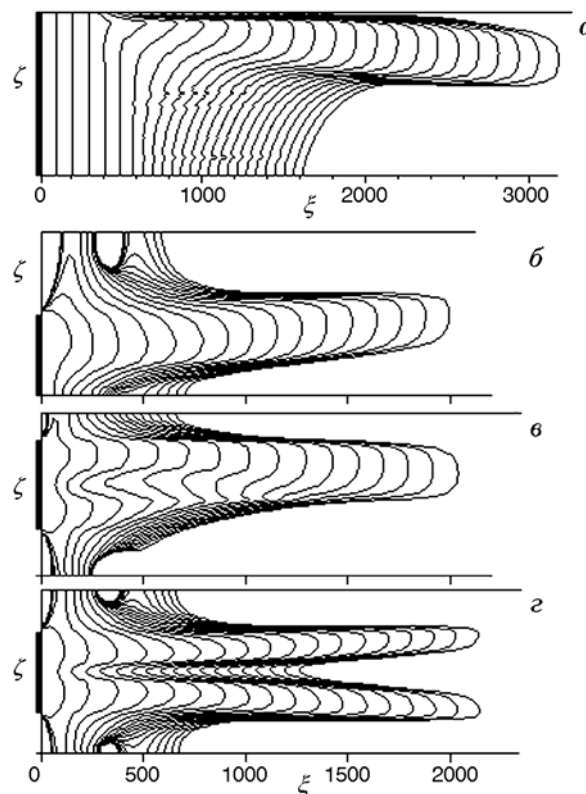


Рис. 2. Формирование волны горения при различных зонах инициирования реакции при $K_s = 100$, $c_s = 0.1$, $\tau_{ign} = 100\,000$, $\theta_{ign}(\zeta) = 0.9$, $L_\zeta = 200$, $\Delta\tau = 20\,000$

раздваивается и оба фингера удаляются друг от друга. Возможно огромное количество всяких вариантов такого рода. Проблемы, связанные с зажиганием, и медленная сходимость итераций сделали проведение расчетов очень трудоемким процессом. Ниже представлены только случаи, когда условия зажигания обеспечивают быстрый выход на установившийся режим. При гидродинамической неустойчивости установившийся режим не является стационарным, так как скорости авангарда фронта и его флангов отличаются, что приводит к постоянному росту расстояния между передовой и отстающей частями фронта. Однако если рассматривать только «носик» фингера, можно говорить о его стационарности, поскольку все его характеристики — форма, скорость, распределение температуры и других величин — остаются постоянными в процессе распространения фронта реакции.

Цель численного исследования данной математической модели ФГ состояла в выяснении причин возникновения и существования фин-

гера и определении характеристик авангардной части фронта на этапе автономного (установившегося) режима его распространения, не подверженного влиянию торцов канала. После достижения волной горения правого торца формируется «прогар»: фронт представляет собой границы воронки внутри которой находятся продукты горения, обладающие высокой проницаемостью. Основная масса окислителя, вытекающего через левый торец, вытекает через образовавшийся высокопроницаемый канал и покидает реактор, в результате горение прекращается. Детальный анализ переходных процессов — инициирования и завершения горения — не входил в задачу настоящей работы.

ГИДРОДИНАМИКА ФИНГЕРА

На рис. 3,а показаны положения фронта горения в последовательные моменты времени через равные промежутки $\Delta\tau = 20\,000$. Авангардная часть фронта движется к правому торцу с большей скоростью, чем скорость перемещения фронта во флангах, т. е. формируется структура фронта, которую принято называть фингером. На рис. 3,б приведены распределения параметров P , θ , η вдоль канала при $\zeta = 0$ и $\zeta = 0.5L_\zeta$, соответствующие последнему положению фронта на рис. 3,а. Распределения как P , так и θ по поперечнику канала почти отсут-

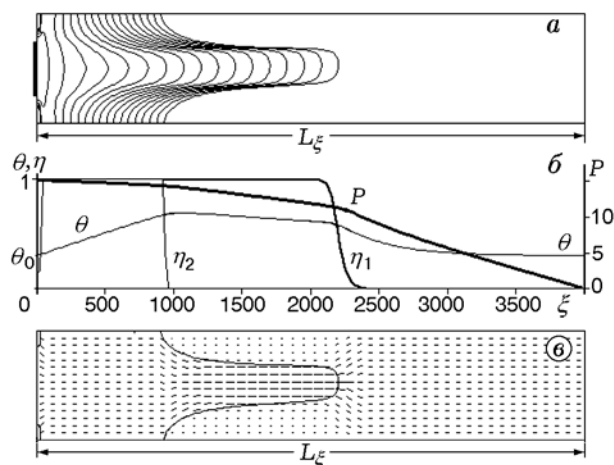


Рис. 3. Положения фронта горения в последовательные моменты времени ($\Delta\tau = 20\,000$) при $L_\xi = 4\,000$, $L_\zeta = 100$, $\tau_{ign} = 100\,000$, $\theta_{ign}(\zeta) = 0.9$, $c_s = 0.1$, $K_s = 10$:

а — положения фронта горения ($\eta = 0.5$); б — распределение η , P , θ ; в — последнее положение фронта горения и соответствующее ему векторное поле потока газа

ствуют: графики P и θ на оси и около стенки практически совпадают. Тепло, выделяющееся при реакции в кончике фингера, распределяется по всему поперечнику канала. Температура достигает максимума в зоне фронта на флангах. За фронтом в зоне продуктов температура убывает из-за поступления в систему через левый торец холодного газа. По поперечнику канала распределение η существует: график η_1 относится к оси канала, η_2 — к его нижней стенке.

Векторное поле потока в канале \mathbf{G} , относящееся к тому же моменту времени, представлено на рис. 3,в. Направление векторов не указаны, чтобы не загромождать рисунок. Они очевидны, так как горизонтальные составляющие векторов всегда неотрицательны. Сплошной линией нарисован фронт горения. Поскольку вдоль всего канала интегральный поток газа по его поперечнику должен быть постоянным, увеличение потока газа в зоне с высокой проницаемостью ведет к уменьшению потока газа в зонах с низкой проницаемостью на том же поперечном сечении канала.

Важным обстоятельством, влияющим на скорость фингера, является распределение окислителя в системе (рис. 4). В представлении аксонометрической проекции на рис. 4 использованы не все расчетные точки. Видно, что сквозь кончик фингера протекает окислитель, т. е. горение в кончике контролируется кинетикой реакции. В то же время перед фланговой зоной фронта окислителя нет. Это связано с тем, что незначительная часть окислителя, протекающего мимо фланга при перетекании в фингер, потребляется во фланге в фильтрационном режиме. Поэтому, хотя в зоне флангов температура выше, чем в кончике фингера, фронт около стенок канала движется с суще-

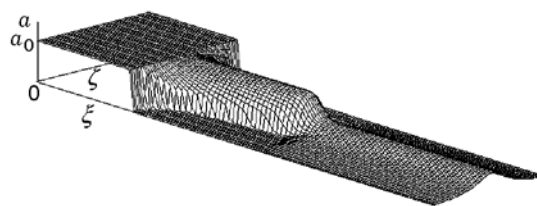


Рис. 4. Аксонометрическая проекция распределения концентрации окислителя в канале в момент времени, соответствующий последнему положению фронта на рис. 3,а ($L_\xi = 4\,000$, $L_\zeta = 100$, $\tau_{ign} = 100\,000$, $\theta_{ign}(\zeta) = 0.9$, $c_s = 0.1$, $K_s = 10$)

ственно меньшей скоростью, а расстояние между кончиком фингера и флангами фронта горения растет.

Поток окислителя, протекающего через кончик фингера, как следует из рис. 4, с большой точностью соответствует потоку окислителя, вытекающего через правый торец канала (так как по бокам фингера окислителя нет). Поскольку поток окислителя через левый торец канала составляет $a_0 L_\zeta G_{\xi,0}$, относительная доля потока окислителя, вытекающего через правый торец канала, определяется выражением

$$Sa = \frac{1}{a_0 L_\zeta G_{\xi,0}} \int_0^{L_\zeta} a(L_\xi, \zeta) G_\xi(L_\xi, \zeta) d\zeta.$$

Как показано в [13], скорость одномерного фронта при спутном горении в фильтрационном режиме определяется формулой $u^* = g_0 a_0 / (\mu \rho_{f,0})$ (в безразмерном виде $U^* = G_{\xi,0} a_0 / \mu$). На приведенных ниже рисунках показаны параметры: $U_s = U_f / U^*$ — скорость кончика фингера, нормированная на U^* , θ_{fr} — температура в наиболее выступающей части фронта, dH_f — доля ширины фингера в поперечнике канала, Sa — отношение потока окислителя, вытекающего из канала, к потоку окислителя, втекающему через левый торец.

ЗАВИСИМОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК ФИНГЕРА ОТ ОТНОШЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФИЛЬТРАЦИИ ПРОДУКТОВ И ГОРЮЧЕГО

В [8] показано, что потеря устойчивости плоским фронтом происходит при отношении коэффициентов фильтрации продуктов и горючего $K_s > 1$. Расчеты подтверждают, что от параметра K_s зависит устойчивость фронта горения. При $K_s < 1$ даже при неоднородном зажигании фронт горения становится плоским. Нас интересуют неустойчивые режимы, т. е. $K_s > 1$.

Если рассматривать горение топлив с различной степенью увеличения пористости продуктов по отношению к исходному горючему, то видно, что проявление неустойчивости плоского фронта по мере увеличения K_s происходит в мягком режиме. С ростом K_s разница скоростей переднего фронта и флангов возрастает, а фингер становится «сильным» (рис. 5, б). По мере продвижения «носика» фингера отставание флангов всё больше увеличивается, при

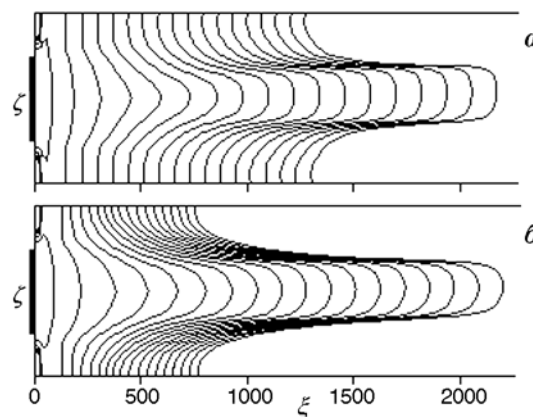


Рис. 5. Положения фронта горения ($\eta = 0.5$) с шагом по времени $\Delta\tau = 20\,000$ при $c_s = 0.1$, $L_\zeta = 100$ и значениях $K_s = 3$ (а) и 50 (б)

этом скорость «носика», температура в передней части фронта и ширина фингера приближаются к стационарным значениям, зависящим от величины K_s .

Как показано выше, существует протекание окислителя через кончик фингера, которое характеризуется величиной Sa . На рис. 6 видно, что Sa уменьшается при уменьшении K_s . Тем не менее везде $U_s > 1$, так как в ведущей части фронта нет дефицита окислителя. Расчеты показали, что гидродинамическая неустойчивость плоского фронта возникает при меньших значениях $K_s > 1$, чем режимы в виде фингеров. При K_s , незначительно превышающих единицу, плоский фронт искривляется и перемещается практически параллельно самому себе в фильтрационном режиме. Структуры

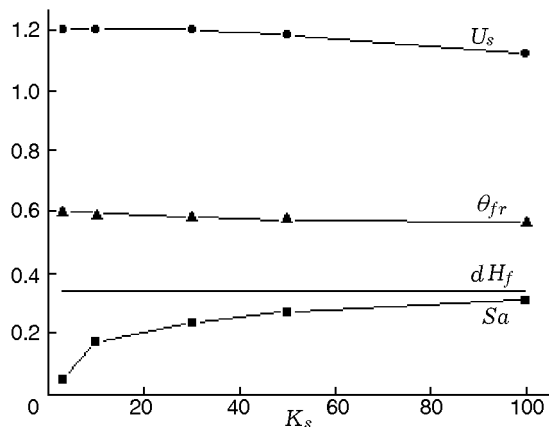


Рис. 6. Зависимость характеристик фингера от коэффициента K_s при $c_s = 0.1$ и $L_\zeta = 100$

такого рода не являются фингерами и не исследуются в данной работе.

Итак, с ростом $K_s > 1$ ширина фингера практически не меняется, скорость его кончика уменьшается, а количество окислителя, протекающего сквозь кончик, увеличивается. Эта тенденция сохраняется при дальнейшем увеличении K_s , но при этом счет становится всё более трудоемким.

Степень увеличения проницаемости продуктов по сравнению с проницаемостью горючего наиболее значительно сказывается на скорости отрыва «носика» фингера от его хвостовой части, времени формирования фингера и на увеличении массы окислителя, протекающего сквозь «носик» фингера.

ВЛИЯНИЕ СООТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМОСТЕЙ ГАЗА И ТОПЛИВА НА ПАРАМЕТРЫ ФИНГЕРА

Выше было показано, что газ, поступивший в канал через левый торец, стекает в фингер, фильтруется сквозь продукты горения, нагревается, вступает в реакцию с твердым горючим в кинетическом режиме или протекает сквозь кончик фингера. Температура вступающего в реакцию с твердым реагентом газа определяется степенью его нагрева при протекании сквозь продукты. Поэтому и характеристики фингера зависят от теплоемкости газа. Параметр $c_s = c_g/c_f$ представляет собой отношение теплоемкостей газа и топлива.

Представленные на рис. 7 результаты расчетов иллюстрируют влияние параметра c_s . При увеличении c_s скорость движения фингера возрастает. Это естественно, так как газ

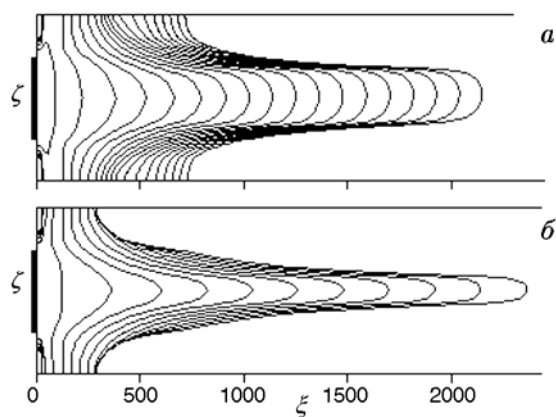


Рис. 7. Положения фронта горения ($\eta = 0.5$) с шагом по времени $\Delta\tau = 20\,000$ при $K_s = 100$, $L_\zeta = 100$ и значениях $c_s = 0.1$ (а) и 1.0 (б)

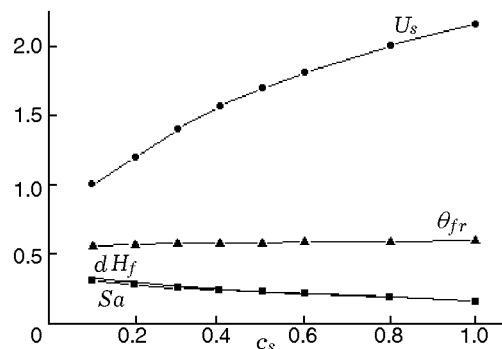


Рис. 8. Изменение характеристик фингеров при $K_s = 100$ и $L_\zeta = 100$ в зависимости от параметра c_s

при этом приходит в кончик фингера более прогретым, повышая θ_{fr} . Увеличение скорости потребления окислителя уменьшает относительную долю потока окислителя, протекающего через кончик фингера, а это, в свою очередь, ведет к уменьшению ширины фингера. На рис. 8 показаны сводные результаты, полученные при различных значениях c_s .

Итак, при увеличении теплоемкости газа температура в авангарде фронта и его скорость растут, а ширина фингера и относительное значение потока окислителя, протекающего через «носик» фингера, убывают.

ЗАВИСИМОСТЬ СТРУКТУРЫ ФРОНТА ГОРЕНИЯ ОТ ШИРИНЫ КАНАЛА

При экспериментальном изучении гидродинамической неустойчивости фильтрационного горения опилок от опыта к опыту менялась ширина канала [12]. В узких каналах фингер двигался вдоль стенки, а в широких стремился занять положение в центральной зоне канала.

Численное исследование дало аналогичные результаты. На рис. 9, а, б показано распространение волн ФГ в виде пристеночных фингеров. Несмотря на то, что графики соответствуют каналам различной ширины, относительная ширина фингера практически одна и та же. На рис. 9, б видно, что, хотя зона зажигания сдвинута к верхней стенке канала, фингер движется вдоль нижней стенки. Какой бы ни была зона зажигания в каналах малой ширины, фингер будет двигаться вдоль стенки, хотя выход на такой режим может быть очень долгим. Если ширина канала мала, влияние его стенок на процесс проявляется в том, что со сторо-

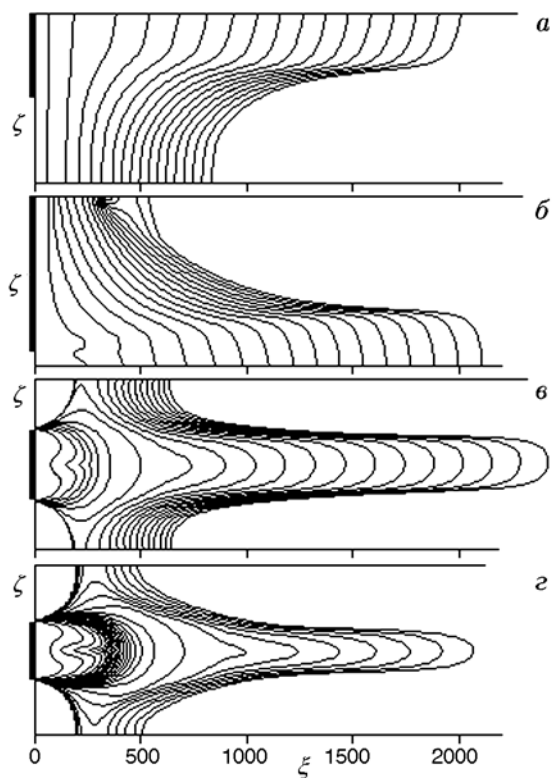


Рис. 9. Положения фронта горения ($\eta = 0.5$) с шагом по времени $\Delta\tau = 20000$ при $c_s = 0.1$, $K_s = 100$ и различных значениях L_ζ :
 а — $L_\zeta = 10$, б — $L_\zeta = 80$, в — $L_\zeta = 500$, г — $L_\zeta = 800$

ны стенки, более близкой к возникшему выступу фронта, температура выше, чем со стороны отдаленной стенки, в то время как окислитель, протекая сквозь кончик фингера, растекается в сторону обеих стенок. Это дает преимущество реакции в кончике фингера со стороны ближней стенки, т. е. приводит к постепенному приближению кончика фингера к этой стенке. В широких каналах, напротив, фингер стремится уйти от стенки (см. рис. 2, а, б). Это объясняется тем, что прогретый окислитель, протекающий через «носик» фингера, течет преимущественно в сторону дальней стенки, провоцируя смещение «носика» фингера к оси канала. Таким образом, в узких каналах превалирует влияние температуры, а в широких — гидродинамики течения окислителя.

Вид фингеров в широких каналах можно сравнить по рис. 7, а, рис. 9, в, г, отличающихся только значением L_ζ . При средних значениях L_ζ относительная ширина фингера меняется крайне мало: на рис. 7, а ($L_\zeta = 100$) и на

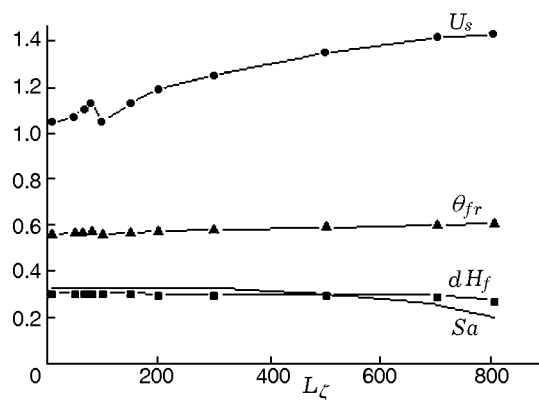


Рис. 10. Зависимость характеристик фингера при $c_s = 0.1$ и $K_s = 100$ от ширины канала L_ζ

рис. 9, в ($L_\zeta = 500$) она практически одинакова. Естественно, что реальная ширина фингера при увеличении ширины канала растет. При больших значениях L_ζ , когда влияние стенок канала снижается, величина dH_f начинает уменьшаться. Так, на рис. 9, г, где $L_\zeta = 800$, относительная ширина фингера существенно меньше, чем на рис. 9, в. Отсюда следует, что возможно $dH_f \ll 0.5$.

Переход от пристеночного к внутреннему фингеру проявляется изломом на кривых скорости и температуры во фронте горения (рис. 10), так как при отходе фингера от адиабатической стенки сначала снижается температура в наиболее выступающей части фронта.

Увеличение толщины фингера ослабляет влияние отвода тепла в соседние с фингером области на его температуру в центральной зоне. Повышение с ростом L_ζ температуры в ведущей зоне фингера θ_f , в свою очередь, увеличивает скорость кончика фингера U_s (рис. 10). Это относится как к фингером в центральной зоне, так и к фингером, движущимся вдоль стенок канала.

Следует отметить, что конфигурация фронта горения, возникающая при гидродинамической неустойчивости плоского фронта ФГ, имеет отличительное свойство. При распространении ячеистого пламени увеличение протяженности фронта горения ведет к росту количества ячеек. При спиновом горении увеличение диаметра образца влечет возникновение дополнительных очагов реакции. Но одиночный фингер может существовать в канале сколь угодно большой ширины. Хотя при увеличении L_ζ толщина фингера составляет

всё меньшую долю от ширины канала, реальная толщина фингера H_f сначала растёт, а затем практически перестаёт меняться. Возможность распространения горения в виде одиночного фингера, естественно, не исключает возможности формирования и длительного существования нескольких фингеров.

ВЫВОДЫ

1. В случае проницаемости продуктов, существенно превышающей проницаемость исходного горючего, плоский фронт становится неустойчивым и может приобрести форму фингера.

2. Фингер существует из-за того, что в зону продуктов с повышенной проницаемостью затекает газ из соседних с основанием фингера областей. Газ, протекая внутри фингера через горячие продукты, нагревается. Это приводит к повышению температуры горения в «носике» фингера и увеличению его скорости. У основания фингера, на флангах фронта, наоборот, горение замедляется из-за недостатка окислителя.

3. Избыточный окислитель протекает сквозь «носик» фингера, а затем растекается по поперечнику образца. Степень увеличения проницаемости продуктов по сравнению с проницаемостью горючего наиболее значительно сказывается на скорости отрыва «носика» фингера от его хвостовой части (времени формирования фингера) и на увеличении доли потока окислителя, протекающего сквозь «носик» фингера.

4. При увеличении теплоемкости газа температура в авангарде фронта и скорость кончика фингера растут, а ширина фингера и количество протекающего через его «носик» окислителя убывают.

5. При горении в узких каналах образуются фингеры,двигающиеся вдоль стенки канала, в широких — внутренние фингеры. Определены закономерности изменения параметров фингеров при увеличении ширины канала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мержанов А. Г., Боровинская И. П., Володин Ю. Е. О механизме горения пористых

- металлических образцов в азоте // Докл. АН СССР. — 1972. — Т. 206, № 4. — С. 905–908.
2. Мержанов А. Г., Филоненко А. К., Боровинская И. П. Новые явления при горении конденсированных систем // Докл. АН СССР. — 1973. — Т. 208, № 4. — С. 892–894.
3. Ивлева Т. П., Мержанов А. Г. Влияние давления газа на закономерности распространения спиновых волн при фильтрационном горении // Физика горения и взрыва. — 2009. — Т. 45, № 5. — С. 33–41.
4. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980.
5. Озерковская Н. И., Фирсов А. Н., Шкадинский К. Г. Возникновение пространственных структур в процессе фильтрационного горения // Физика горения и взрыва. — 2010. — Т. 46, № 5. — С. 28–36.
6. Боровинская И. П., Ивлева Т. П., Лорян В. Э., Шкадинский К. Г. Естественное изменение пористости реагирующего спрессованного вещества и неоднородные режимы фильтрационного горения // Физика горения и взрыва. — 1995. — Т. 31, № 2. — С. 47–58.
7. Saffman P. G., Taylor G. I. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele — Shaw cell containing a more viscous liquid // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. — 1958. — V. 245, N 1242. — P. 312–329.
8. Aldushin A. P., Matkowsky B. J. Instabilities, fingering and the Saffman — Taylor problem in filtration combustion // Combust. Sci. Technol. — 1998. — V. 133, N 4. — P. 293–344.
9. Алдушин А. П., Браверман Б. Ш. Гидродинамическая неустойчивость волны фильтрационного горения // Докл. АН. — 2009. — Т. 427, № 3. — С. 340–343.
10. Matkowsky B. J., Sivashinsky G. I. Propagation of a pulsating reaction front in solid fuel combustion // SIAM J. Appl. Math. — 1978. — V. 35, N 3. — P. 465–478.
11. Aldushin A. P., Baylis A., Matkowsky B. J. On the transition from smoldering to flaming // Combust. Flame. — 2006. — V. 145, N 3. — P. 579–606.
12. Алдушин А. П., Браверман Б. Ш. Проблема Саффмана — Тэйлора в фильтрационном горении // Хим. физика. — 2010. — Т. 29, № 10. — С. 47–51.
13. Алдушин А. П., Сеплярский Б. С. Распространение волны экзотермической реакции в пористой среде при продуве газа // Докл. АН СССР. — 1978. — Т. 241, № 1. — С. 72–75.