

существенное влияние указанных выше несовершенств. Это позволяет при расчетах таких камер пренебречь учетом несовершенств и получить результаты, сравнимые с экспериментом.

Возбуждение изгибных форм на различные от начала деформации моменты времени в рассматриваемой оболочке показано на фиг. 4. Здесь виден процесс распространения изгибных форм меридиана полуоболочки и рост их амплитуд с течением времени (полюс — слева, начальное положение нанесено жирной линией).

Для удобства отношение максимально достигаемой величины деформации в конкретной точке (счетной ячейке) оболочки к амплитуде первого периода колебаний полюсной точки будем называть коэффициентом раскачки оболочки в этой точке  $K_p$ . На фиг. 5 приведено распределение  $K_p$  по меридиану полуоболочки на ее наружной (штриховые кривые) и внутренней поверхностях как для меридиональных (а), так и для кольцевых (б) деформаций. Из фиг. 5 видно существенное отличие в распределении  $K_p$  на наружной и внутренней поверхностях оболочки. При этом наибольшее значение достигается на внутренней поверхности оболочки вблизи полюса.

Сравнение результатов расчета с экспериментом по наиболее важным характеристикам реакции взрывных камер на действующую нагрузку позволяет заключить, что применяемая в расчетах модель теории оболочек типа Тимошенко, достаточно хорошо описывает как качественную, так и количественную сторону явления циклического роста амплитуд деформаций, происходящего в этих камерах при взрывном нагружении.

Величина циклического роста амплитуд деформаций наблюдается в локальных областях камеры и может достигать больших величин, поэтому рассматриваемое явление необходимо учитывать при проектировании и обработке взрывных камер.

Поступила 29 IV 1983

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бузуков А. А. Особенности поведения стенок взрывных камер под действием импульсной нагрузки. — ФГВ, 1976, № 4.
2. Корнев М. В., Адищев В. В. и др. Экспериментальное исследование и анализ колебаний оболочки взрывной камеры. — ФГВ, 1979, № 6.
3. Шитов А. Т., Мичнев В. Н. и др. Проволочный датчик для непрерывной регистрации больших деформаций при динамическом нагружении конструкций. — ФГВ, 1977, № 2.
4. Зубарев В. Н., Телегин Г. С., Жерноклетов М. В. Изэнтропы расширения продуктов взрыва конденсированных ВВ. — ПМТФ, 1969, № 4.
5. Кузнецов Н. М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1965.
6. Куропатенко В. Ф. Метод построения разностных схем численного интегрирования уравнений газодинамики. — Изв. вузов. Математика, 1962, № 3(28).
7. Куропатенко В. Ф. О разностных схемах численного интегрирования уравнений газодинамики. — Тр. Мат. ин-та АН СССР, 1966, № 74.
8. Баженов В. Г., Ломунов В. К. Исследование упругопластического выпучивания оболочек вращения при ударном нагружении. — В кн.: Прикладные проблемы прочности и пластичности. Вып. 2 (Всесоюз. межвуз. сб. Горьк. ун-та), 1975.

УДК 539.375

#### О ПОЛЮС-ВЕРНЫХ ДИАГРАММАХ СЛОЖНОГО РАЗРУШЕНИЯ

Ю. И. ФАДЕЕНКО

(Киев)

В кинетической теории разрушения зависимость долговечности твердого тела  $\tau$  от приложенного напряжения  $\sigma$  описывается формулой, типичной для термоактивируемых процессов:

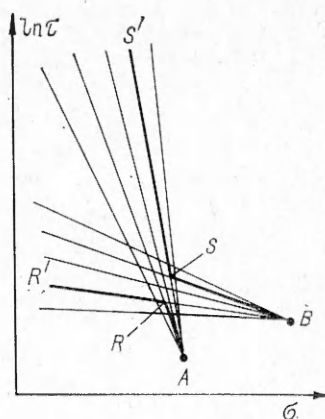
$$(1) \quad \tau = \tau_0 \exp \left[ \frac{(u - \gamma\sigma)}{kT} \right],$$

где  $\tau_0$  — период определяющей моды тепловых колебаний; экспоненциальный множитель есть величина, обратная вероятности элементарного акта разрушения (преодоления активационного барьера) за один период колебаний;  $u$  — энергия активации;  $\gamma$  — активационный объем.

Цель данной работы — обратить внимание на то, что по виду экспериментальных зависимостей  $\tau(\sigma)$  можно судить, какое количество элементарных механизмов разрушения давало существенный вклад в долговечность твердого тела. Для этого следует воспользоваться так называемой техникой полюс-верных диаграмм.

Из (1) следует, что семейство изотерм  $\tau(\sigma)$  образует на плоскости  $(\sigma, \ln \tau)$  верр прямолинейных лучей, исходящих из полюса с координатами  $(u/\gamma, \ln \tau_0)$ . Если одновременно работают два различных механизма разрушения, то на диаграмме присутствуют два различных верра изотерм, и результирующие изотермы будут иметь форму

ломаных, как показано на фигуре. Экспериментальные изотермы иногда действительно имеют изломы, что уже отмечалось в [1, 2]. При этом авторы работы [1] исходили из представления о том, что долговечность твердого тела во всех случаях определяется единственным универсальным механизмом разрушения, а именно стадией возникновения и роста микроскопически малых зародышевых трещин. Скорость роста зародышевых трещин быстро увеличивается по мере увеличения их длины, и полное время подрастания до критического гриффитсовского размера определяется временем подрастания до размера  $l$  в несколько межатомных расстояний. При этом  $\tau_0$  есть величина порядка периода тепловых колебаний атомов в кристаллической решетке,  $u$  — энергия разрыва элементарной атомной связи, пересекаемой плоскостью трещины,  $\gamma$  — произведение эффективного коэффициента концентрации напряжений на объем, занимаемый одним атомом. Согласно [1] излом на  $\tau(\sigma)$  соответствует скачкообразному изменению структуры твердого тела, а вместе с ней и структурно-чувствительного параметра  $\gamma$  (очевидно, и величины  $\tau_0$ ). Величина  $u$  при этом должна оставаться неизменной.



Не исключено, что представления [1] правильно описывают некоторые частные случаи появления изломов на изотермах. Однако в общем случае естественно допустить, что прямолинейные участки ломаных изотерм могут быть связаны с различными физическими механизмами, действующими в твердом теле одновременно. Такая точка зрения, в частности, принята в [2], где изломы на изотермах связывались со сменой механизмов разрушения, сопровождающейся изменением всех параметров (1), включая энергию активации  $u$ .

Если в процессе разрушения работают два различных механизма, то, как показано на фигуре, возможны две различные ситуации.

Во-первых, два конкурирующих механизма могут работать независимо и одновременно. Тогда долговечность будет определяться тем механизмом, который в данном состоянии ( $\sigma$ ,  $T$ ) быстрее приводит к разрушению, а результирующие изотермы будут представлять собою ломаные типа  $ARR'$ .

Во-вторых, два различных механизма могут срабатывать последовательно на разных стадиях одного составного процесса. Тогда долговечность будет определяться тем механизмом, который в данном состоянии протекает медленнее, а результирующие изотермы будут представлять собою ломаные типа  $BSS'$ .

Стоит отметить, что ломаные типа  $ARR'$  напоминают экспериментальные зависимости  $\tau(\sigma)$ , полученные при исследовании вязкохрупкого перехода [3], а ломаные типа  $BSS'$  — экспериментальные данные по откольному разрушению при выходе спальных волн сжатия на свободную поверхность твердого тела [4, 5].

Для того чтобы опознать ситуации типа  $ARR'$  и  $BSS'$ , необходимо иметь как минимум три определенные с достаточно высокой точностью изотермы, что дает возможность выяснить, пересекаются ли их продолжения в одной точке, образуя веер. Что касается откола, сейчас уже имеются экспериментальные данные, свидетельствующие о возможности существенного влияния температуры на долговечность при очень быстром разрушении [5], но этих данных пока еще недостаточно для построения полюсвеерных диаграмм и определенного суждения о двустадийном характере откольного разрушения. Дополнительные осложнения могут возникать в тех случаях, когда лучи веера искривлены за счет зависимости параметров (1) от параметров ( $\sigma$ ,  $T$ ). Искривление наблюдается также при разрушении полимеров, когда коэффициент концентрации напряжений, а с ним и параметр  $\gamma$  меняются по мере роста трещины [6]. Заметим еще, что деформирование при ударном возбуждении откола сопровождается заметным нагревом материала и линии веера, соответствующие фиксированным исходным температурам, могут дополнительно искривляться за счет неизотермичности процесса в области малых долговечностей.

Рассмотренный вариант с двумя веерами легко обобщается на случай нескольких вееров. Из очевидных геометрических соображений следует, что при этом количество выделяемых на диаграмме механизмов может оказаться меньше действительного, что особенно существенно в общем случае конкуренции нескольких многостадийных процессов.

Поступила 10 VI 1983

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974.
2. Инденбом В. Л., Орлов А. И. Долговечность материала под нагрузкой и накопление повреждений. — ФММ, 1977, т. 43, № 3.
3. Степанов В. А., Шпейман В. В., Жога Л. В. Температурно-временная зависимость прочности твердых тел в хрупком состоянии. — ФММ, 1976, т. 42, № 5.
4. Дремин А. Н., Молодец А. М. Кинетические характеристики откольного разрушения. — ПМТФ, 1980, № 6.

5. Годубев В. К., Новиков С. А. и др. Влияние температуры на критические условия откольного разрушения металлов.— ПМТФ, 1980, № 4.  
 6. Карташов Э. М., Баргенов Г. М. Теория изотермы долговечности и предельные характеристики разрушения хрупких твердых тел.— ФХММ, 1980, т. 16, № 5.

УДК 539.374

ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ  
 УРАВНЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ  
 В СЛУЧАЕ ОСЕВОЙ СИММЕТРИИ

М. Ш. ШТЕЙН

(Тернополь)

1. Система уравнений идеально пластического тела. Рассмотрим тело вращения в координатной системе  $r, \varphi, z$ , считая, что компоненты тензора напряжений и скорости перемещений не зависят от угла  $\varphi$ . Уравнения равновесия при этом имеют вид

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \partial\sigma_r/\partial r + \partial\tau_{rz}/\partial z + (\sigma_r - \sigma_\varphi)/r &= 0, \\ \partial\tau_{rz}/\partial r + \partial\sigma_z/\partial z + \tau_{rz}/r &= 0. \end{aligned}$$

Через  $u, v$  обозначим компоненты вектора скорости перемещений вдоль осей  $r, z$  соответственно. В качестве закона течения принимается ассоциированный закон [1, 2] с условиями пластичности Мизеса и Треска:

$$(1.2) \quad (\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 6\tau_{rz}^2 - 3/2 = 0;$$

$$(1.3) \quad (\sigma_r - \sigma_z - 2\sigma_\varphi + 2\kappa)^2 - (\sigma_r - \sigma_z)^2 - 4\tau_{rz}^2 = 0,$$

$$\kappa = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma_1 \text{ или } \sigma_2 > \sigma_\varphi, \\ -1, & \text{если } \sigma_1 \text{ или } \sigma_2 < \sigma_\varphi, \end{cases}$$

$\sigma_1, \sigma_2$  — главные компоненты тензора напряжений в плоскости  $r, z$ . Здесь и далее все компоненты напряжений отнесены к  $2\tau_s$ . Условия (1.3) соответствуют граням призмы пластичности Треска  $|\sigma_1 - \sigma_\varphi| = 1, |\sigma_2 - \sigma_\varphi| = 1^*$ . Тогда ассоциированный закон течения с пластическим потенциалом (1.2) дает

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \partial u/\partial r &= \lambda(2\sigma_r - \sigma_\varphi - \sigma_z), \quad \partial v/\partial z = \lambda(2\sigma_z - \sigma_r - \sigma_\varphi), \\ \partial u/\partial z + \partial v/\partial r &= 6\lambda\tau_{rz}, \quad u/r = \lambda(2\sigma_\varphi - \sigma_z - \sigma_r). \end{aligned}$$

Аналогично для условия Треска

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \partial u/\partial r &= \lambda(\sigma_z - \sigma_\varphi + \kappa), \quad \partial v/\partial z = \lambda(\sigma_r - \sigma_\varphi + \kappa), \\ \partial u/\partial z + \partial v/\partial r &= -2\lambda\tau_{rz}, \quad u/r = \lambda(2\sigma_\varphi - \sigma_r - \sigma_z - 2\kappa). \end{aligned}$$

Из (1.2), (1.3) и выражений для  $u/r$  в (1.4), (1.5) найдем окружное напряжение  $\sigma_\varphi$  и множитель  $\lambda$ : для условия Мизеса

$$(1.6) \quad \sigma_\varphi = \frac{\sigma_r - \sigma_z}{2} + \xi\Delta_1, \quad \lambda = \frac{u}{r} \frac{1}{2\xi\Delta_1},$$

$$\Delta_1 = \sqrt{\frac{3}{4} \{1 - [(\sigma_r - \sigma_z)^2 + 4\tau_{rz}^2]\}}, \quad \xi = \begin{cases} 1, & \sigma_\varphi > \sigma \\ -1, & \sigma_\varphi < \sigma \end{cases}, \quad \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2};$$

для условия Треска

$$(1.7) \quad \sigma_\varphi = \frac{\sigma_r + \sigma_z}{2} + \frac{\eta}{2} \Delta_2 - \kappa, \quad \lambda = \frac{u}{r} \frac{\eta}{\Delta_2},$$

$$\Delta_2 = \sqrt{(\sigma_r - \sigma_z)^2 + 4\tau_{rz}^2},$$

$$\kappa = 1, \eta = 1, \text{ если } \sigma_1 - \sigma_\varphi = 1, \kappa = -1, \eta = 1, \text{ если } \sigma_\varphi - \sigma_1 = 1,$$

\* Грани  $|\sigma_1 - \sigma_2| = 1$  из рассмотрения опущены, так как приводят к тривиальному случаю  $u \equiv 0$  [2].