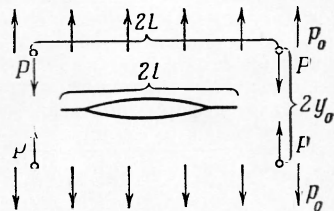


## О ВЛИЯНИИ ПОДКРЕПЛЯЮЩИХ РЕБЕР НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТРЕЩИН

Е. А. Морозова, В. З. Партон

(Москва)

Для предотвращения катастрофического развития трещины и разрушения конструкций трещины подкрепляют приклепанными ребрами жесткости, препятствующими их распространению.



Фиг. 1

В работе Ромуальди и Сэндера [1] была предложена следующая простейшая схематизация задачи о развитии трещин при наличии подкрепляющих ребер. Бесконечная пластинка (фиг. 1) растягивается на бесконечности однородным напряжением  $p_0$ . В пластинке имеется трещина длины  $2l$ ; действие подкрепляющих ребер заменяется четырьмя симметрично расположенными сосредоточенными силами, приложенными в местах расположения ближайших к трещине заклепок; величина сил  $P$  считается заданной. На самом деле силы  $P$  зависят от приложенных напряжений  $p_0$ , однако их определение представляет собой сложную самостоятельную задачу; поэтому, аналогично работе [1] считаем  $P$  заданными. Как показывают оценки, действием более удаленных заклепок можно в первом приближении пренебречь.

Ниже дается решение поставленной таким образом задачи, основанное на представлениях о равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении, развитых в работах [2]. Рассмотрение ведется в предположении, что имеет место плоская деформация.

Как известно [2], полудлина  $l$  изолированной симметричной подвижноравновесной трещины, т. е. равновесной трещины, интенсивность сил сцепления на краях которой равна максимально возможной, определяется из уравнения

$$\int_0^l \frac{p(x) dx}{\sqrt{l^2 - x^2}} = \frac{K}{\sqrt{2l}} \quad (1)$$

Здесь  $p(x)$  — распределение нормальных напряжений в теле без трещины под действием тех же нагрузок,  $K$  — модуль сцепления, константа материала [2].

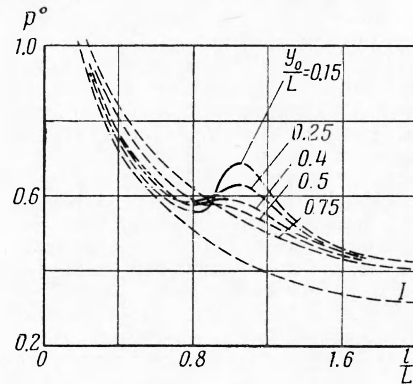
Суммируя известные фундаментальные решения уравнений теории упругости (решения Буссинеска [3]), получаем выражение для распределения  $p(x)$

$$\begin{aligned} p(x) = & - \frac{Py_0}{\pi [y_0^2 + (x-L)^2]} \left[ \frac{3+\nu}{2} - (1+\nu) \frac{(x-L)^2}{y_0^2 + (x-L)^2} \right] - \\ & - \frac{Py_0}{\pi [y_0^2 + (x+L)^2]} \left[ \frac{3+\nu}{2} - (1+\nu) \frac{(x+L)^2}{y_0^2 + (x+L)^2} \right] + p_0 = \\ = & - \frac{Py_0}{2\pi [y_0^2 + (x-L)^2]} \left[ 1-\nu + \frac{2y_0^2(1+\nu)}{y_0^2 + (x-L)^2} \right] - \\ & - \frac{Py_0}{2\pi [y_0^2 + (x+L)^2]} \left[ 1-\nu + \frac{2y_0^2(1+\nu)}{y_0^2 + (x+L)^2} \right] + p_0 \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $2y_0$  — расстояние между точками приложения сосредоточенных сил вдоль общей линии действия их,  $2L$  — расстояние между точками приложения этих сил в направлении, параллельном трещине,  $\nu$  — коэффициент Пуассона материала.

Подставляя (2) в (1) и вычисляя получающиеся интегралы, находим

$$\begin{aligned} p_0 \frac{\tau}{2} - \frac{Py_0}{\sqrt{2}} \left[ \frac{(1-\nu)L}{A\sqrt{A-B+2L^2}} + \frac{12y_0(1+\nu)L^3}{A^2(A+B-2L^2)\sqrt{A-B+2L^2}} + \right. \\ \left. + \frac{2(2B-A-4L^2)L(1+\nu)}{A^2\sqrt{A-B+2L^2}} + \frac{y_0^2(1+\nu)L(B+A)(2B-A-4L^2)}{A^3(A+B-2L^2)\sqrt{A-B+2L^2}} \right] = \frac{K}{\sqrt{2l}} \end{aligned} \quad (3)$$



Фиг. 2

где

$$B = y_0^2 + l^2 + L^2, \quad A = \sqrt{B^2 - 4L^2l^2} \quad (4)$$

Удобно привести это соотношение к безразмерным параметрам

$$p^\circ = p^\circ \left( \frac{l}{L} \right) = \frac{p_0 \sqrt{L}}{K}$$

или

$$p^\circ = \frac{\sqrt{2}}{\pi} P^\circ \varepsilon \left[ \frac{1 - \nu}{A \sqrt{A - B + 2}} + \frac{12(1 + \nu) \varepsilon^2}{A^2(A + B - 2) \sqrt{A - B + 2}} + \frac{2(1 + \nu)(2B - A - 4)}{A^2 \sqrt{A - B + 2}} + \varepsilon^2 \frac{(1 + \nu)(B + A)(2B - A - 4)}{A^3(A + B - 2) \sqrt{A - B + 2}} \right] + \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{\sqrt{l/L}} \quad (5)$$

Здесь

$$P^\circ = \frac{P}{K \sqrt{L}}, \quad B = 1 + \varepsilon^2 + \left( \frac{l}{L} \right)^2, \quad A = \sqrt{B^2 - 4 \left( \frac{l}{L} \right)^2}, \quad \varepsilon = \frac{y_0}{L} \quad (6)$$

На фиг. 2 дана зависимость  $p^\circ = p^\circ(l/L)$  согласно (5) для  $\nu = 0.25$ ,  $P^\circ = 0.2$  и различных значений параметра  $\varepsilon$ . Здесь же построена кривая Гриффитса [4], соответствующая отсутствию подкрепляющих ребер. Этот график позволяет сделать некоторые выводы. Очевидно, что трещина устойчива, если напряжение  $p_0$ , необходимое для ее поддержания в подвижно-равновесном состоянии, возрастает с увеличением длины трещины. Как видно, для каждого значения безразмерного параметра  $P_0$ , характеризующего силу заклепок, существует критическое значение  $\varepsilon_0$  безразмерного параметра  $\varepsilon$  такое, что при  $\varepsilon > \varepsilon_0$  кривая (5) не имеет участков возрастания, так что подвижно-равновесная трещина всегда неустойчива, а при  $\varepsilon < \varepsilon_0$  имеется участок возрастания, на котором трещина устойчива.

Для  $\nu = 0.25$ ,  $P^\circ = 0.2$ ,  $\varepsilon_0 \approx 0.45$ . Развитие имеющейся в теле начальной трещины длины  $2l_0$  при возрастании нагрузки  $p_0$  может происходить по одному из следующих вариантов (фиг. 3). Если кривая (5), соответствующая данному  $\varepsilon$ , не имеет устойчивого участка (редко поставленные заклепки, что соответствует большому  $y_0$ ), то с увеличением нагрузки  $p_0$  размер трещины  $2l_0$  не меняется, пока трещина не становится подвижно-равновесной. По достижении соответствующей нагрузки трещина начинает катастрофически расширяться и тело разрушается. Развитие трещины для этого случая представляется линией 1 на фиг. 3. Действие подкрепляющих ребер сводится в этом случае к простому увеличению размера подвижно-равновесной трещины, соответствующего данной нагрузке, сравнительно со случаем отсутствия ребер (кривая Гриффитса, фиг. 2).

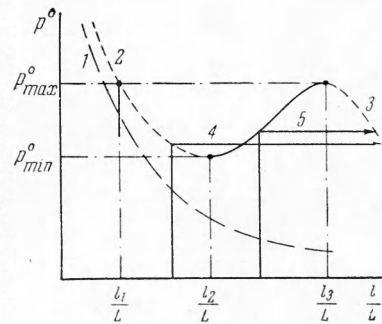
Если кривая (5) имеет устойчивый участок, то при  $l_0 < l_1$  и  $l_0 > l_3$  развитие начальной трещины происходит так же, как в первом случае (линии 2 и 3 на фиг. 3). Если  $l_1 < l_0 < l_2$ , то размер трещины не меняется, пока трещина не становится подвижно-равновесной. Как только трещина становится подвижно-равновесной, при малейшем превышении равновесной нагрузки трещина скачком переходит в другое, устойчивое подвижно-равновесное состояние, соответствующее той же нагрузке, после чего устойчиво развивается с ростом нагрузки  $p^\circ$  до достижения нагрузки  $p^\circ_{\max}$ .

(Заметим, что процесс перехода из неустойчивого состояния равновесия в устойчивое является существенно динамическим, так что трещина может расширяться несколько больше, чем это соответствует устойчивому равновесному состоянию. По-видимому, это обстоятельство имело место в опытах Ромуальди и Сэндера [1].)

После этого трещина начинает катастрофически расширяться и тело разрушается. Развитие трещины в этом случае представлено линией 4. При  $l_2 < l_0 < l_3$  размер трещины не меняется, пока трещина не становится подвижно-равновесной, затем с увеличением нагрузки трещина устойчиво развивается, пока нагрузка не достигает  $p^\circ_{\max}$ , после чего тело разрушается (линия 5).

Таким образом, при достаточно частом расположении заклепок ( $\varepsilon < \varepsilon_0$ ) действие подкрепляющих ребер сказывается в появлении нового качественного эффекта — стабилизации трещин.

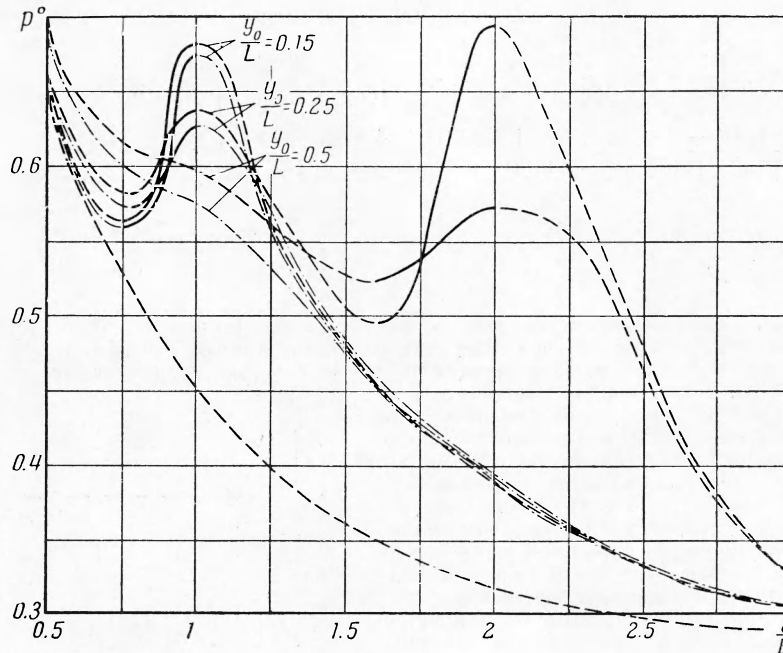
Как видно, при  $l/L \rightarrow 0$  и  $l/L \rightarrow \infty$  кривые (5) при всех  $\varepsilon$  стремятся к совпадению с кривой Гриффитса, соответствующей отсутствию подкрепляющих ребер.



Фиг. 3

Это имеет очень простой смысл. При малых  $l/L$  соответствующие равновесные нагрузки настолько велики, что действие ребер не существенно; при больших  $l/L$  действие ребер не сказывается, так как они располагаются очень далеко от концов трещины.

Решение для бесконечного ряда подкрепляющих ребер, расположенных в точках  $\pm nL$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), получается из (3) заменой  $L$  на  $nL$ . На фиг. 4 приведены кри-



Фиг. 4

вые для двух (пунктирная линия) и одной (штрих-пункт. линия) пары подкрепляющих ребер при тех же значениях  $P^0$  и  $\nu$ . Качественно картина развития трещины аналогична рассмотренной выше.

*Замечание.* В работах [2] даны основные представления теории равновесных трещин, т. е. таких трещин, размеры которых не меняются при данной нагрузке. Было показано, что силы сцепления существенно влияют только на размеры трещины и на распределение смещений и напряжений на ее концах. Предложенная характеристика материала—модуль сцепления  $K$  (который определяется в каждом конкретном случае) позволяет свести задачи теории равновесных трещин к задачам теории упругости, как это было сделано выше.

Авторы благодарны Г. И. Баренблатту за помощь в работе.

Поступила 16 V 1961

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Romualdi J. P. and Sanders P. H., Fracture arrest by riveted stiffeners. Proc. IV-th Midwestern Conf. Solid. Mech. Univ. Texas Press, 1959/1960, pp. 74—90.
2. Баренблатт Г. И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. ПММ, 1959, т. XXIII, вып. 3, 4, 5.
3. Ляв А. Математическая теория упругости. М.—Л., ОНТИ, 1935.
4. Griffith A. A. Phenomenon of Rupture and Flow in Solids. Phil. Frans. Roy. Soc., 1920, Ser. A., vol. 221.