10. З е л ь д о в и ч Я. Б., Р а й з е р Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
11. Н е м ч и н о в И. В., П о п о в С. П. О времени начала экранировки поверхности, испаряющейся под действием излучения ОКГ. Письма ЖЭТФ, 1970, т. 11, вып. 9.
12. К о н д р а т ь е в В. Н., Н е м ч и н о в И. В., Х а з и н с В. М. Расчет задачи о разлете нагреваемого поверхностного слоя вещества с учетом расслоения его на фазы. ПМТФ, 1970, № 4.
13. Р и х т м а й е р Р. Д. Разностные методы решения краевых задач. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
14. А ф а н а с ь е в Ю. В., К р о л ь В. М., К р о х и н О. Н., Н е м ч и н о в И. В. Газодинамические процессы при нагревании вещества излучением лазера. ПММ, 1966, т. 30, вып. 6.
15. К р о л ь В. М. Плоские автомодельные движения теплопроводного газа, нагреваемого излучением. ПМТФ, 1968, № 4.
16. В и л е н с к а я Г. Г., Н е м ч и н о в И. В. Численный расчет движения и нагрева излучением ОКГ плазмы, образовавшейся при «вспышке» поглощения в парах твердого тела. ПМТФ, 1969, № 6.

УДК 533.9

РАВНОВЕСНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ В СТАЦИОНАРНОМ РАЗРЯДЕ С ИЗЛУЧЕНИЕМ

С. Г. Алиханов, И. К. Конкашбаев

(Новосибирск)

Приводятся результаты численных расчетов уравнений баланса энергии и импульса для стационарного разряда в плотной плазме.

В теории квазистационарных сильноточных разрядов одним из основных вопросов является определение равновесных распределений температуры и давления, от которых зависит не только энергетический баланс, но и устойчивость плазмы. В работе [1] найдены решения уравнений баланса при различных допущениях ($\varkappa = 0$, отсутствие излучения и т. д.). Так как полная система уравнений аналитически не интегрируется, то в [2–4] уравнения баланса интегрировались численно для случая малых плотностей, когда излучение несущественно. Представляет интерес рассмотрение равновесия разряда в плотной плазме, когда излучение играет заметную роль. Как будет показано ниже, в этом случае возможно существование квазипериодических решений.

Рассмотрим равновесие цилиндрического столба плазмы без продольного магнитного поля, когда давление плазмы в основном удерживается магнитным полем собственного тока, текущего по оси z (часть давления плазмы может передаваться непосредственно на стенки). Джоулево тепло отводится теплопроводностью и излучением, которое предполагается объемным, что справедливо для широкого диапазона температур и плотностей. Полагая $T_e = T_i$ и пренебрегая вязкостью, получаем

$$dp/dr = c^{-1}\,\mathbf{f}\mathbf{H}, \qquad \mathrm{rot}\,\mathbf{H} = 4\pi c^{-1}\mathbf{f}$$
$$\mathrm{div}\,(\varkappa\nabla T) = -\mathbf{E}\mathbf{f} + W_r(T,\ n), \qquad \sigma\mathbf{E} = \mathbf{j} \tag{1}$$
$$W_r(T,\ n) = \alpha n^2 T^{-1/2} + \beta n^2 T^{1/2}$$

Здесь σ — проводимость, $\mathbf{H}$ — магнитное поле, n — плотность, T — температура, p — давление, $\mathbf{j}$ — плотность тока, $\mathbf{E}$ — электрическое поле, $\varkappa$ — коэффициент теплопроводности, α, β — коэффициенты тормозного и рекомбинационного излучения [5]. Рассматриваемые эффекты связаны с излучением, т. е. имеют место в заведомо плотной плазме, поэтому, не теряя общности, можно рассматривать полностью ионизованную незамагниченную плазму $\sigma = \sigma_0 T^{3/2}\lambda^{-1}$, $\varkappa = \varkappa_0 T^{5/2}\lambda^{-1}$, σ_0, $\varkappa_0 = \mathrm{const}$

Полагая кулоновский логарифм λ постоянным, перепишем систему уравнений (1) в безразмерном виде

$$\frac{1}{x}\,\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{\theta^{3/2}}\,\frac{d\rho}{dx}\right) = -\theta^{3/2}$$

$$\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\left(x\theta^{5/2}\frac{d\theta}{dx}\right) = -q_J\theta^{3/2} + q_r f(\theta)\rho^2$$

$$f(\theta) = \theta^{-5/2}(1+\beta_1\theta), \qquad \beta_1 = \beta T_0/\alpha \tag{2}$$

$$\theta = \frac{T}{T_0}, \quad \rho = \frac{p}{p_0}, \quad x = \frac{r}{R}, \quad R^2 = \frac{p_0}{4\pi j_0^2}$$

$$q_J = \frac{j_0^2 R^2 \lambda}{\sigma_0 T_0^{3/2} \varkappa_0 T_0^{7/2}}, \qquad q_r = \frac{\alpha n_0^2 R^2 \lambda}{T_0^{1/2} \varkappa_0 T_0^{7/2}}$$

с граничными условиями

$$\rho = 1, \quad \theta = 1 \quad \text{при } x = 0$$

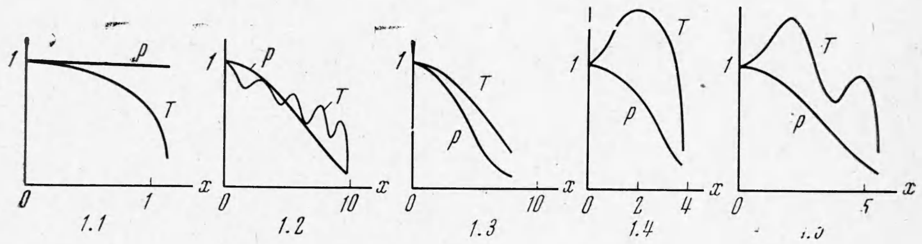
(Значок 0 относится к значениям при $r = 0$.)

Рассмотрим предварительно возможные типы решений системы (2).

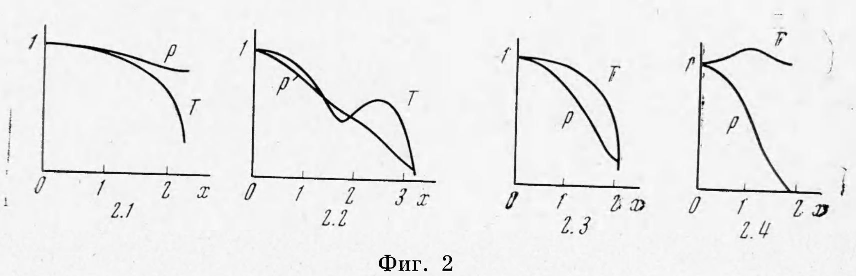
А. Излучение мало $q_r \ll q_J$. Интегрируя систему уравнений (2) один раз, имеем

$$\rho(x) - 1 = {}^1/_5\,(\theta^5(x) - 1)\,/\,q_J.$$

При $5q_J > 1$ магнитное давление мало и решение соответствует стационарной дуге. При $5\,q_J < 1$ решение соответствует самосжатому разряду с теплоотводом через окружающий токовый канал газовую оболочку. Особым случаем является $5\,q_J = 1$, когда поток тепла на стенки минимальный.



Фиг. 1



Фиг. 2

Б. Магнитное давление мало, но мощность излучения сравнима с мощностью джоулева нагрева $q_J \sim q_r \gg 1$.

В этом случае решение соответствует высокотемпературной дуге. Приводя уравнение баланса энергии к виду уравнения движения частицы в потенциальном поле

$$\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\left(x\frac{d\varphi}{dx}\right) = -\frac{dV(\varphi)}{d\varphi}$$

нетрудно видеть [6], что при этом возможны колебательные решения $T(r)$.

В общем случае систему уравнений (2) можно решить только численно. На фиг. 1,2 приведены результаты вычислений равновесных распределений температуры и давления, соответствующие значениям $q_r = 0$, 0.1, 0.5, 1.0, 2.0 при $q_J = 0.1$ (фиг. 1) и $q_r = 0$, 0.5, 1.0, 2.0 при $q_J = 1$ (фиг. 2). Из фигур видно, что стационарные равновесные распределения температуры и давления, которые могут удовлетворять критериям устойчивости, существуют не при всех возможных параметрах разряда. Это справедливо как для быстрых колебаний (период колебаний меньше скинового времени), так и для медленных [7,8]. Решения, когда магнитное давление мало по сравнению с газокинетическим (электрическая дуга), возможны при $q_J \ll 1$ (фиг. 1.1, 2.1). Решения, соответствующие самосжатому разряду как оторванному от стенок (фиг. 2.4), так и разряду, часть давления плазмы в котором удерживается стенками (фиг. 1.3 и фиг. 2.3), осуществляются для данных значений температуры и плотности на оси разряда лишь при определенных величинах электрического поля. В остальных случаях решение имеет колебательный характер (на фиг. 1.2 и фиг. 2.2), однако плазменный столб с таким распределением температуры и давления неустойчив.

Найденные решения лишь иллюстрируют различные типы равновесных распределений температуры и давления для разрядов с большой плотностью. Для корректности решения задачи равновесия в разряде необходимо было бы учитывать зависимость коэффициента теплопроводности от магнитного поля [3] и перенос энергии диссоциации и ионизации [4]. Однако первое ограничение несущественно, так как качественно характер решения не зависит от вида $\varkappa\ (T,\ H)$, а второе имеет значение только в области, где температура меньше температуры ионизации.

Поступила 25 II 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. П и з Р. С. Равновесные характеристики сжатого газового разряда, охлаждаемого тормозным излучением. В кн. «Управляемые термоядерные реакции», М., Атомиздат, 1960.
2. A l f v e n H., S m a r s E. Gas insulation of a hot plasma. Nature, 1960, vol. 188, No. 4753.
3. А л и х а н о в С. Г., И в а н и я С. П. Распределение температуры и плотности в высокотемпературной стационарной дуге. Ж. техн. физ., 1960, т. 35, вып. 3.
4. V e r b o o m G. K. The energy balance of an arc discharge in hydrogen gas. Plasma physics, 1969, vol. 11, No. 11.
5. К а п л а н С. А., П и к е л ь н е р С. Б. Межзвездная среда. М., Физматгиз, 1963.
6. A l i k h a n o v S. G., K o n k a s h b a e v I. K., C h e b o t a e v P. Z. The energy balance in a dense fusion plasma contained by walls. Nuclear fusion, 1970, vol. 10, No. 1.
7. К а д о м ц е в Б. Б. Гидромагнитная устойчивость плазмы. В сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 2, М., Атомиздат, 1963.
8. К о н к а ш б а е в И. К. Об одном виде токовой неустойчивости плазмы конечной проводимости. ПМТФ, 1970, № 2.

УДК 533.7

ОБ АНАЛИТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА В КНУДСЕНОВСКОМ СЛОЕ

М. М. Кузнецов

(Москва)

Известно, что определение точных граничных условий для уравнений гидродинамики связано с решением кинетического уравнения Больцмана в кнудсеновском слое [1-4].

В этом слое функцию распределения можно искать в виде суперпозиции энскоговой функции и функции, удовлетворяющей линеаризованному уравнению Больцмана [4].

Покажем это, используя метод сращиваемых асимптотических разложений [5].

Рассмотрим течение в пограничном слое [6]. Безразмерное уравнение Больцмана имеет следующий вид:

$$\sqrt{K}\, c_y \frac{\partial f}{\partial y} + K c_x \frac{\partial f}{\partial x} = J\,(f,\, f) \tag{1}$$