

УДК 621.9.047

ЭВОЛЮЦИЯ ФОРМЫ АНОДНОЙ ГРАНИЦЫ ПРИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ РАЗМЕРНОЙ ОБРАБОТКЕ МЕТАЛЛОВ

Л. М. Котляр, Н. М. Миназетдинов

Камский государственный политехнический институт, 423810 Набережные Челны

Представлен метод расчета анодной границы для нестационарного режима электрохимической размерной обработки металлов. Рассматривается плоская квазистационарная задача определения формы анодной границы для различных моментов времени обработки.

Ключевые слова: электрохимическая обработка металлов, форма границы анода, метод граничных элементов.

Введение. В процессе электрохимической обработки можно выделить начальную стадию обработки в неустановившемся режиме [1]. В этом случае распределение скорости растворения металла по обрабатываемой поверхности и локальные межэлектродные расстояния изменяются во времени. Конфигурация обрабатываемой поверхности изменяется, стремясь к некоторой асимптотической форме, близкой к форме катода-инструмента. В данной работе предложена математическая модель и метод расчета анодной границы на начальной стадии обработки.

Модель процесса. Рассматривается плоская задача электрохимической размерной обработки металлов в неустановившемся режиме. Прямоугольная система координат x_1, y_1 связана с катодом-инструментом (рис. 1). Считается, что движение катода осуществляется в отрицательном направлении оси ординат.

При описании изменения формы обрабатываемой поверхности в неустановившемся режиме возникает эволюционная задача с подвижной границей и нестационарным распределением параметров. Для решения задачи используется метод, в котором решение находится последовательно через определенные интервалы времени, отсчитываемые от первоначально заданного состояния. Задача формулируется в рамках модели идеального процесса. Основные допущения модели и их подробное обоснование приведены в работе [1]. Согласно этой модели в случае использования постоянного тока электрическое поле в меж-

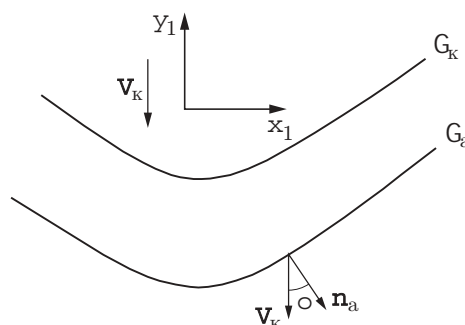


Рис. 1. Система координат границы поверхностей анода и катода

электродном промежутке можно считать потенциальным, т. е. $\mathbf{E} = -\text{grad } u$, где \mathbf{E} — вектор напряженности электрического поля; u — потенциал электрического поля. В идеальном процессе электрическое поле может быть описано уравнением Лапласа $\nabla^2 u = 0$. Значения потенциалов u_a, u_k на поверхностях анода (Γ_a) и катода (Γ_k) постоянны [1].

Линейная скорость V_a анодного растворения по нормали к поверхности анода определяется по формуле (см. [1])

$$V_a = \eta(i_a)\varepsilon i_a/\rho, \quad (1)$$

где $i_a = \varkappa \partial u/\partial n_a$ — анодная плотность тока; \varkappa — удельная электропроводность среды; ε — электрохимический эквивалент металла; ρ — плотность материала анода; \mathbf{n}_a — вектор внешней нормали к аноду (рис. 1). Величина выхода по току η зависит от различных параметров процесса, главным образом от анионного состава и концентрации электролита, от химического состава и твердости металла, а также от плотности тока. В условии (1) учитывается, что η является функцией плотности тока.

В работе [2] представлены зависимости выхода по току от анодной плотности тока при обработке стали 5ХНМ в растворах NaCl, NaNO₃ различной концентрации, полученные в экспериментах [3]. На основании аппроксимации экспериментальных данных и выражения (1) получим

$$V_a = \frac{\varepsilon}{\rho} (a_1 + a_0 i_a) = \frac{\varepsilon}{\rho} \left(a_1 + a_0 \varkappa \frac{\partial u}{\partial n_a} \right),$$

где a_0, a_1 — постоянные коэффициенты аппроксимации зависимости выхода по току от анодной плотности тока [2].

Введем в рассмотрение характерную плотность тока $i_0 = \rho V_k/\varepsilon$ (V_k — скорость подачи катода), характерную длину $H = \varkappa(u_a - u_k)/i_0$ [2] и перейдем к безразмерным переменным

$$\psi = (u - u_k)/(u_a - u_k), \quad x = x_1/H, \quad y = y_1/H, \quad n = n_a/H.$$

Тогда

$$V_a = \frac{\varepsilon}{\rho} a_1 + \frac{\varepsilon \varkappa (u_a - u_k)}{\rho H} \frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{\varepsilon}{\rho} a_1 + a_0 V_k \frac{\partial \psi}{\partial n} = V_k \left(\frac{a_1}{i_0} + a_0 \frac{\partial \psi}{\partial n} \right). \quad (2)$$

Функция ψ , соответствующая потенциалу электрического поля, удовлетворяет уравнению Лапласа в межэлектродном промежутке

$$\nabla^2 \psi = 0.$$

На границах электродов выполняются условия

$$\psi_a = 1, \quad \psi_k = 0.$$

На электроизолированных поверхностях выполняется условие

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0.$$

Известно, что в процессе обработки можно выделить стадии неустановившегося и установившегося режимов [1]. В последнем случае растворение металла происходит с распределением скоростей, обеспечивающим параллельное движение точек анода со скоростью, равной скорости подачи катода. В установившемся режиме

$$V_a = V_k \cos \theta, \quad (3)$$

где θ — угол между вектором скорости \mathbf{V}_k подачи катода и вектором \mathbf{n}_a нормали к аноду (см. рис. 1). Используя (2) и (3), получим, что в точках установившейся анодной границы должно выполняться условие

$$\frac{a_1}{i_0} + a_0 \frac{\partial \psi}{\partial n} = \cos \theta. \quad (4)$$

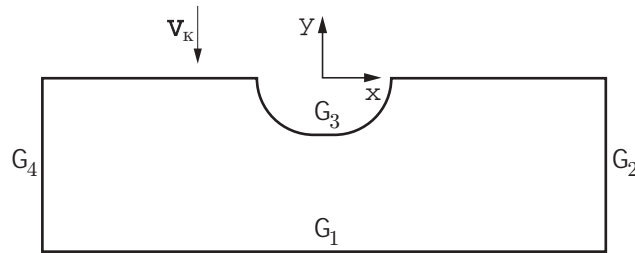


Рис. 2. Расчетная геометрия устройства

При постановке и решении задач электрохимической размерной обработки металлов используется гидродинамическая аналогия электрического поля, согласно которой плоское потенциальное поле заменяется фиктивным течением идеальной несжимаемой жидкости. Гидродинамическая аналогия облегчает формулировку краевых задач теории и позволяет применять методы расчета, разработанные при решении задач гидродинамики [1].

Постановка задачи. Рассмотрим плоскую задачу электрохимической обработки катодом-инструментом, состоящим из прямолинейных участков и полукругового цилиндрического выступа радиуса R (рис. 2). Вектор \mathbf{V}_k указывает направление подачи катода. Начальное положение анодной границы Γ_1 задается произвольно. Будем считать, что в начальный момент времени анодная граница является прямой, параллельной оси абсцисс. При выполнении численного расчета втекающий и вытекающий потоки фиктивного течения отрезаются под прямым углом к начальному направлению скорости на некоторых конечных расстояниях от выступа. Линиям среза соответствуют участки втекания (Γ_2) и вытекания (Γ_4).

Задача сводится к решению уравнения Лапласа для безразмерного потенциала ψ электростатического поля в области, ограниченной границей катода Γ_3 , линиями среза Γ_2 , Γ_4 и анодной границей Γ_1 .

На границах области функция ψ удовлетворяет следующим условиям: $\psi = 1$ на границе Γ_1 , $\psi = 0$ на границе Γ_3 , $\partial\psi/\partial n = 0$ на линиях среза Γ_2 и Γ_4 . Последнее условие означает отсутствие составляющей скорости, нормальной к главному направлению фиктивного течения.

В ходе решения задачи требуется определить положение анодной границы Γ_1 в различные моменты времени до тех пор, пока на текущей анодной границе не выполнится условие (4).

Алгоритм нахождения анодной границы. Для решения задачи используется метод граничных элементов [4] с линейным изменением функций ψ и $\partial\psi/\partial n$ на элементе. В процессе расчетов необходимо следить, чтобы в точках анодной границы для каждого последующего момента времени величина $\Delta = |a_1/i_0 + a_0 \partial\psi/\partial n - \cos\theta|$ уменьшалась. В противном случае, как показали результаты расчетов, возникает неустойчивость решения.

Решение задачи осуществляется по следующей схеме.

1. Граница анода считается известной для k -го момента времени.
2. Решается краевая задача, и определяются дискретные значения $(\partial\psi/\partial n)_i$ в узлах анодной границы.
3. Определяются перемещения точек анода как сложение векторов перемещения из-за растворения ($\Delta\mathbf{n}_a = \mathbf{V}_a\Delta t$) и подачи катода ($\Delta\mathbf{S} = -\mathbf{V}_k\Delta t$); здесь Δt — временной интервал. При этом возникает проблема представления с достаточной точностью нормалей в угловых точках. В работе согласно схеме, представленной на рис. 3, считается, что нормаль в i -й узловой точке направлена перпендикулярно отрезку, соединяющему узлы,

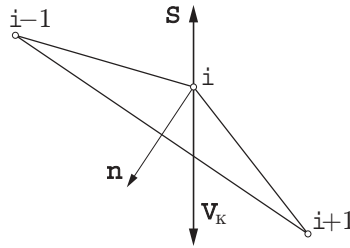


Рис. 3. Схема расчетных узлов

смежные с i -й узловой точкой. Если ввести в рассмотрение безразмерное время $\tau = V_{\text{к}}t/H$, то проекции смещения узловых точек анодной границы на осях x и y согласно (2) можно определить по следующим разностным формулам:

$$\Delta x_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{l_i} \left(\frac{a_1}{i_0} + a_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_i \right) \Delta \tau, \quad \Delta y_i = \left(1 - \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{l_i} \left(\frac{a_1}{i_0} + a_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_i \right) \right) \Delta \tau.$$

Здесь $l_i = \sqrt{(x_{i+1} - x_{i-1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2}$, x_i, y_i ($i = \overline{2, n-1}$) — координаты узлов; n — количество узлов на анодной границе.

4. Определяется положение анодной границы для следующего $(k+1)$ -го момента времени по формулам

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \Delta x_i, \quad y_i^{(k+1)} = y_i^{(k)} + \Delta y_i.$$

Далее процесс повторяется для следующего момента времени.

При численном решении задачи для $(k+1)$ -го момента времени вычисляется величина $\Delta_{k+1} = \max_i |a_1/i_0 + a_0(\partial\psi/\partial n)_i - (\cos\theta)_i|$ в узлах анодной границы. Если $\Delta_{k+1} \geq \Delta_k$, то величина $\Delta\tau$ уменьшается в два раза и координаты точек анодной границы пересчитываются с новым шагом $\Delta\tau$.

Результаты численного эксперимента. Расчеты выполнены при следующих условиях: радиус цилиндрического выступа $R = 1,0$, начальному положению анода соответствует прямая линия $y = -h$ ($h > 0$), характерная плотность тока $i_0 = 100$ А/см², коэффициенты $a_0 = 0,906$ и $a_1 = -12,817$ соответствуют стали 5ХНМ в 15 %-м растворе NaNO_3 . Для дискретизации границы области использовались линейные элементы.

При численной реализации метода возникают по крайней мере три проблемы: выбора сечений Γ_2 и Γ_4 , выбора шага по времени и критерия окончания расчета.

Для определения влияния выбора границ сечений Γ_2 и Γ_4 были проведены расчеты точек анодной границы для одного и того же момента времени при различных длинах межэлектродного канала вдоль оси x , равных 10, 12 и 16. Результаты расчета для общих участков указанных промежутков практически совпали, поэтому в дальнейшем результаты расчетов рассматриваются для промежутка $[-6; 6]$. При этом граница области разбивалась на 150 линейных элементов, а граница анода — на 75 элементов. Для повышения точности производилось сгущение узловых точек непосредственно под цилиндрическим выступом.

Шаг по времени выбирался из условия повышения точности выполнения на анодной границе соотношения (4) для последующего момента времени. Если это условие не выполняется, шаг по времени уменьшается.

При выполнении расчетов для заданных условий было принято, что начальный шаг по времени $\Delta\tau = 0,1$. После первых девяти этапов шаг по времени, последовательно уменьшаясь, стал равен 0,006 25. Это значение шага по времени не изменялось до тех пор, пока

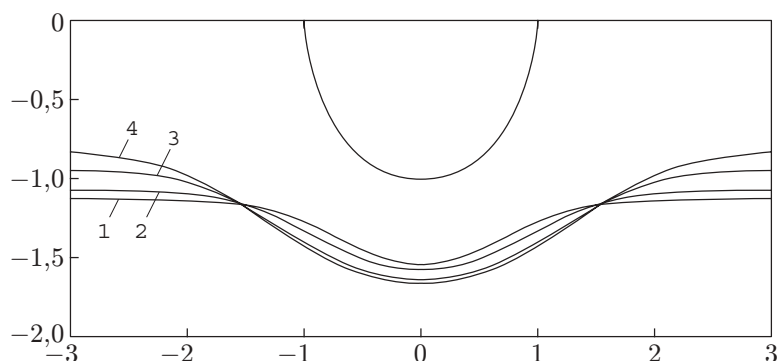


Рис. 4. Результаты расчета анодных границ при $h = 1,2$:
 1 — $\tau = 0,4062$; 2 — $\tau = 0,5938$; 3 — $\tau = 1,2188$; 4 — $\tau = 3,4188$

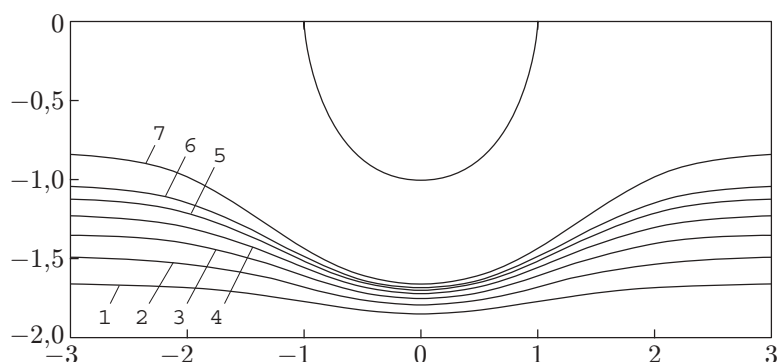


Рис. 5. Результаты расчета анодных границ при $h = 2,0$:
 1 — $\tau = 0,7375$; 2 — $\tau = 1,0500$; 3 — $\tau = 1,3625$; 4 — $\tau = 1,6750$; 5 — $\tau = 1,9877$; 6 —
 $\tau = 2,300$; 7 — $\tau = 4,8033$

на анодной границе не выполнялось условие (4) с некоторой точностью ε , после чего происходит быстрое уменьшение значения $\Delta\tau$, которое практически стремится к нулю, и изменение формы границы анода прекращается.

Из изложенного выше ясно, что для окончания расчета можно потребовать выполнения условия (4) с требуемой точностью ε либо задать минимальное значение $\Delta\tau$, при достижении которого форма анодной границы практически не меняется.

На рис. 4, 5 представлены результаты расчетов для двух начальных положений анода при $h = 1,2$ и $h = 2,0$ соответственно.

Граница анода, соответствующая установившемуся режиму, представлена на рис. 4 линией 4, а на рис. 5 — линией 7. Значение $\Delta = |a_1/i_0 + a_0 \partial\psi/\partial n - \cos\theta|$ меняется вдоль границы анода от 0,0003 в узле, расположенном на оси симметрии, до 0,0091 в окрестности сечений Γ_2 и Γ_4 .

Полученные результаты для установившейся анодной границы совпадают с результатами расчета стационарной анодной границы, представленными в работе [2].

Итак, в работе реализована предложенная в [1, 2] двумерная математическая модель идеального процесса электрохимической размерной обработки металлов для начальной стадии обработки. Получены формы анодных границ для различных моментов времени обработки для одной конфигурации катода. Результаты расчетов показывают, что с течением времени анодная граница принимает установившуюся форму.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Давыдов А. Д., Козак Е.** Высокоскоростное электрохимическое формообразование. М.: Наука, 1990.
2. **Котляр Л. М., Миназетдинов Н. М.** Определение формы анода с учетом свойств электролита в задачах электрохимической размерной обработки металлов // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 3. С. 179–184.
3. **Седыкин Ф. В., Орлов Б. П., Матасов В. Ф.** Исследование анодного выхода по току при электрохимической обработке с применением постоянного и импульсного напряжения // Технология машиностроения. 1975. Вып. 39. С. 3–7.
4. **Бреббия К., Теллес Ж., Врубел Л.** Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987.

*Поступила в редакцию 11/VI 2003 г.,
в окончательном варианте — 8/I 2004 г.*
