

ботанного набора МКГ в сочетании с возможностью согласования их выходных параметров с требованиями нагрузки и формирования импульса существенно расширяет область применения МКГ.

Поступила 26 XI 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.
2. Gurin V. E., Lyudaev R. Z. et al. MC-2 transformer system.— In: Megagauss Magnetic Field Generation by Explosives and Related Experiments, EUR 2750e, Euratom, Brussels, 1966.
3. Shearer J. W. et al. Explosive-driven magnetic field compression generators.— J. Appl. Phys., 1968, vol. 39, p. 2102.
4. Биченков Е. И. Взрывные генераторы — ДАН СССР, 1967, т. 174, № 1.
5. Cummings D. B. Cascading explosive generators with autotransformer coupling.— J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, N 10.
6. Герасимов Л. С. Согласование взрывомагнитного генератора с индуктивной нагрузкой.— ЖТФ, 1974, т. 44, № 9. Согласование взрывомагнитного генератора с активной нагрузкой с помощью трансформатора.— ПМТФ, 1978, № 4.
7. Павловский А. П., Босамыкин В. С. Безжелезные линейные индукционные ускорители.— Атомная энергия, 1974, т. 37, № 3.
8. Павловский А. И., Людаев Р. З. и др. Взрывомагнитный генератор. — Бюл. ОИПОТЗ, 1970, № 11.
9. Гаазе В. Б., Шнеерсон Г.А. Высоковольтный кабельный трансформатор для получения сильных импульсов тока.— ПТЭ, 1965, № 6.
10. Войтенко А. Е., Маточкин Е. П., Яблочников Б. А. Использование взрывомагнитного генератора для питания газового разряда.— ПТЭ, 1973, № 3.
11. Павловский А. И. и др. Импульсный безжелезный бетатрон с питанием от магнито-кумулятивного генератора.— Атомная энергия, 1976, т. 41, № 2.
12. Pavlovskii A. I. et. al. Transformer energy output magnetic cumulation generators.— In: Megagauss Physics and Technology. N. Y.: Plenum Press, 1980.

УДК 533 : 538 + 550 : 38

#### ГЕНЕРАЦИЯ ТОКОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ОКРЕСТНОСТИ НЕПРОВОДЯЩЕГО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ШАРА, ПОГРУЖЕННОГО В ОДНОРОДНУЮ ПЛАЗМУ ПРИ НАЛИЧИИ СИЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

B. Г. Пивоваров  
(Красноярск)

Исследование движения плазмы в окрестности вращающейся Земли, а также токов и электромагнитных полей, генерируемых этим вращением, представляет одну из центральных задач магнитосферной физики. Для получения представления о структуре возникающей токовой системы и движениях плазмы рассмотрим следующую модельную задачу. Диэлектрический шар радиуса  $r_0$ , окруженный однородной несжимаемой проводящей жидкостью, вращается с угловой скоростью  $\omega$ . В центре шара помещен магнитный диполь, направление момента которого совпадает с направлением оси вращения. Плотность плазмы  $\rho$ , проводимость  $\sigma$  и вязкость  $\mu$  от координат не зависят.

Будем предполагать, что все возмущения, связанные с вращением, по мере удаления от поверхности шара затухают. На самом шаре выполнено условие прилипания, а нормальная компонента тока обращается в нуль.

Поведение плазмы описывается уравнениями магнитной гидродинамики [1]

$$(1) \quad \begin{aligned} \rho(\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} + \nabla(p + H^2/8\pi) &= (\mathbf{H}_V)\mathbf{H}/4\pi + \mu\Delta\mathbf{u}, \\ \operatorname{div}\mathbf{u} = 0, \operatorname{div}\mathbf{H} = 0, \operatorname{rot}[\mathbf{u} \cdot \mathbf{H}] + v_m\Delta\mathbf{u} &= 0, \end{aligned}$$

где  $u$ ,  $H$  — скорость плазмы и магнитное поле;  $p$  — давление плазмы;  $\nu_m$  — магнитная вязкость, которая связана с проводимостью  $\sigma$  соотношением

$$\nu_m = c^2/4\pi\sigma.$$

Внутри шара магнитное поле удовлетворяет уравнениям

$$\operatorname{rot} H^{in} = 0, \operatorname{div} H^{in} = 0.$$

Если полное магнитное поле  $H$  представить в виде  $H^{in} = H_D + h$ , где  $H_D$  — дипольное магнитное поле, а  $h$  — поле возмущения, то, вводя для магнитного поля  $h$  скалярный потенциал  $\Phi$   $h = \nabla\Phi$ , имеем

$$(2) \quad \Delta\Phi = 0.$$

Так как магнитное поле при переходе через поверхность шара не меняется, то  $\Phi$  должно на границе удовлетворять следующим соотношениям:

$$\partial\Phi/\partial n|_{r=r_0} = H_n - H_{Dn}, \quad \partial\Phi/\partial\tau|_{r=r_0} = (H_\tau - H_{D\tau}) \cdot \tau,$$

где  $H_n$ ,  $H_\tau$  — нормальная и тангенциальная составляющие магнитного поля вне шара;  $n$  и  $\tau$  — единичные нормальный и касательный к сфере векторы.

Первое граничное условие совместно с уравнением (2) при известной правой части приводит к классической постановке — к задаче Неймана для уравнения Лапласа, которая имеет единственное с точностью до аддитивной постоянной решение. Это значит, что второе граничное условие можно в этом случае использовать в качестве уравнения на  $H_\tau$ :  $H_\tau = H_\tau(H_n)$ . Условие непротекания тока внутрь сферы, используя сферическую систему координат с осью  $z$ , направленной вдоль оси вращения, можно записать в виде  $\partial H_\phi \sin \theta / \partial \theta|_{r=r_0} = 0$  или  $H_\phi \sin \theta|_{r=r_0} = f(r_0) = \text{const}$ . Требование ограниченности  $H_\phi(\theta)$  при всех значениях угла  $\theta$  приводит к тому, что  $H_\phi(\theta)|_{r=r_0} = 0$ .

Так как дипольное поле не имеет  $\phi$ -компоненты, то и  $h_\phi|_{r=r_0} = 0$ . Это значит, что полное, а следовательно, и возмущенное магнитные поля внутри шара лежат в меридиональных плоскостях.

Что касается скоростей движения плазмы, то граничные условия для них очевидны: на далеких от поверхности шара расстояниях движение плазмы должно исчезать, а на самом шаре — выполняться условие приложения. Если  $u$ ,  $v$ ,  $w$  —  $r$ -я,  $\theta$ -я,  $\phi$ -я составляющие скоростей, то  $u|_{r=r_0} = 0$ ,  $v|_{r=r_0} = 0$ ,  $w|_{r=r_0} = \omega r_0 \sin \theta$ . Систему уравнений (1) в сферической системе координат запишем в виде

$$(3) \quad u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2 + w^2}{r} + \frac{\partial p}{\partial r} = - \frac{G^2}{Re Re_m} \frac{1}{r} \left( H_\phi^2 + H_\theta^2 + r H_\phi \frac{\partial H_\phi}{\partial r} + r H_\theta \frac{\partial H_\theta}{\partial r} - H_\theta \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{Re} \left[ \Delta u - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2} \left( u + \frac{v}{\operatorname{tg} \theta} \right) \right],$$

$$\frac{uv}{r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w^2}{r \operatorname{tg} \theta} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{G^2}{Re Re_m} \frac{1}{r} \left( H_r H_\theta + r H_r \frac{\partial H_\theta}{\partial r} - H_r \frac{\partial H_r}{\partial \theta} - \frac{H_\phi^2}{\operatorname{tg} \theta} - H_\phi \frac{\partial H_\phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{Re} \left( \Delta v + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2 \sin^2 \theta} \right),$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{uw}{r} + \frac{vw}{r \operatorname{tg} \theta} = \frac{G^2}{Re Re_m} \frac{1}{r} \left( H_\theta H_\phi + \frac{H_\theta H_\phi}{\operatorname{tg} \theta} + \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \right) + H_r H_\phi + r H_r \frac{\partial H_\phi}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left( \Delta w - \frac{w}{r^2} \frac{1}{\sin^2 \theta} \right),$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 H_r) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (H_\theta \sin \theta) = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v \sin \theta) = 0,$$

$$vH_\Phi - wH_\theta - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{1}{\text{Re}_m} \frac{\partial (H_\Phi \sin \theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial \Psi}{\partial r},$$

$$wH_r - uH_\varphi + \frac{1}{r} \frac{1}{\text{Re}_m} \frac{\partial (rH_\Phi)}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, \quad uH_\theta - vH_r - \frac{1}{r} \frac{1}{\text{Re}_m} \left( \frac{\partial rH_\theta}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right) = 0,$$

где  $G$ ,  $\text{Re}$ ,  $\text{Re}_m$  — числа Гартмана и Рейнольдса;  $\Delta$  — оператор Лапласа. Все искомые величины в уравнениях (3) приведены к безразмерному виду путем деления на характерные величины:  $r_0$  — радиус шара,  $v = \omega r_0$  — скорость вращения экваториальных точек шара,  $H_0$  — дипольное магнитное поле на поверхности шара в экваториальной плоскости. Функция  $\Psi$ , имеющая смысл безразмерного потенциала электростатического поля, не определена. Заметим, что из последних трех уравнений только два независимы.

Всю область течений плазмы разобьем на две — пограничную, где велики радиальные градиенты скоростей, и дальнюю, где скорости изменения искомых функций во всех направлениях имеют примерно один и тот же порядок.

В окрестности вращающегося шара исходную систему уравнений преобразуем к виду, когда входящие в уравнения производные имеют один и тот же порядок. Для этого сделаем замену независимой переменной вида  $(r - 1)G = \rho$ , а вместо числа Гартмана  $G$ , которое в дальнейших рассуждениях будем считать большим ( $G \gg 1$ ), введем малый параметр  $\varepsilon = 1/G$ . После сделанных замечаний система уравнений для пограничной области может быть записана в виде

$$\begin{aligned} & \varepsilon^2 (1 + \varepsilon\rho)^2 u \frac{\partial u}{\partial \rho} + \varepsilon^3 (1 + \varepsilon\rho) \left( v \frac{\partial u}{\partial \theta} - v^2 - w^2 \right) + (1 + \varepsilon\rho)^2 \varepsilon^2 \frac{\partial p}{\partial \rho} = \\ & = - \frac{1 + \varepsilon\rho}{\text{Re} \text{Re}_m} \varepsilon \left( H_\Phi^2 + H_\theta^2 - H_r \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right) - \frac{(1 + \varepsilon\rho)^2}{\text{Re} \text{Re}_m} \left( H_\Phi \frac{\partial H_\Phi}{\partial \rho} + H_\theta \frac{\partial H_\theta}{\partial \rho} \right) + \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \left[ 2\varepsilon^2 (1 + \varepsilon\rho) \frac{\partial u}{\partial \rho} + \varepsilon (1 + \varepsilon\rho)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} - 2\varepsilon^3 \frac{\partial v}{\partial \theta} - 2\varepsilon^3 u - \right. \\ & \quad \left. - 2\varepsilon^3 \frac{v}{\operatorname{tg} \theta} - \varepsilon^3 \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right], \\ & \varepsilon^2 (1 + \varepsilon\rho)^2 u \frac{\partial v}{\partial \rho} + (1 + \varepsilon\rho) \varepsilon^3 \left( uv + v \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w^2}{\operatorname{tg} \theta} + \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) - \frac{(1 + \varepsilon\rho)^2}{\text{Re} \text{Re}_m} H_r \frac{\partial H_\theta}{\partial \rho} + \\ & + \frac{\varepsilon (1 + \varepsilon\rho)}{\text{Re} \text{Re}_m} \left[ H_r H_\theta - H_r \frac{\partial H_r}{\partial \theta} - \frac{H_\Phi^2}{\operatorname{tg} \theta} - H_\Phi \frac{\partial H_\Phi}{\partial \theta} \right] + \frac{\varepsilon (1 + \varepsilon\rho)^2}{\text{Re}} \frac{\partial^2 v}{\partial \rho^2} + \\ & + \frac{2(1 + \varepsilon\rho) \varepsilon^2}{\text{Re}} \frac{\partial v}{\partial \rho} + \frac{\varepsilon^3}{\text{Re}} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial v}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{\sin^2 \theta} \right], \\ & \varepsilon^2 (1 + \varepsilon\rho)^2 u \frac{\partial w}{\partial \rho} + \varepsilon^3 (1 + \varepsilon\rho) \left( v \frac{\partial w}{\partial \theta} + uw + \frac{vw}{\operatorname{tg} \theta} \right) = \\ & = \frac{(1 + \varepsilon\rho)^2}{\text{Re} \text{Re}_m} H_r \frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho} + \frac{1 + \varepsilon\rho}{\text{Re} \text{Re}_m} \varepsilon \left( H_\theta \frac{\partial H_\Phi}{\partial \theta} + \frac{H_\theta H_\Phi}{\operatorname{tg} \theta} + H_r H_\varphi \right) + \frac{(1 + \varepsilon\rho)^2}{\text{Re}} \varepsilon \frac{\partial^2 w}{\partial \rho^2} + \\ & + \frac{2(1 + \varepsilon\rho) \varepsilon^2}{\text{Re}} \frac{\partial w}{\partial \rho} + \frac{\varepsilon^3}{\text{Re}} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{w}{\sin^2 \theta} \right], \\ & \frac{\partial}{\partial \rho} (1 + \varepsilon\rho)^2 H_r + \varepsilon \frac{1 + \varepsilon\rho}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} H_\theta \sin \theta = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial \rho} (1 + \varepsilon\rho)^2 u + \varepsilon \frac{1 + \varepsilon\rho}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} v \sin \theta = 0, \\ & \varepsilon (1 + \varepsilon\rho) (v H_\Phi - w H_\theta) - \frac{\varepsilon}{\text{Re}_m} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial H_\Phi \sin \theta}{\partial \theta} = (1 + \varepsilon\rho) \frac{\partial \Psi}{\partial \rho}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(1+\varepsilon\rho)(wH_r-uH_\varphi) + \frac{1}{\text{Re}_m} \frac{\partial(1+\varepsilon\rho)H_\varphi}{\partial\rho} &= \varepsilon \frac{\partial\Psi}{\partial v}, \\ \varepsilon(1+\varepsilon\rho)(uH_\theta-vH_r) - \frac{1}{\text{Re}_m} \frac{\partial H_0(1+\varepsilon\rho)}{\partial\rho} + \frac{\varepsilon}{\text{Re}_m} \frac{\partial H_r}{\partial\theta} &= 0. \end{aligned}$$

Решение этой системы будем искать в виде ряда по параметру  $\varepsilon$ . Используя нулевое и первое приближения по этому параметру, найдем для скоростей и компонент магнитного поля следующие выражения, удовлетворяющие выписанным выше граничным условиям:

$$v = 0, \quad u = 0,$$

$$w = \frac{1}{G} \sin\theta \begin{cases} \exp(-H_r^0\rho), & H_r^0 > 0, \\ \exp(H_r^0\rho), & H_r^0 < 0, \end{cases}$$

$$H_r = H_r^0 + \frac{1}{G} \left\{ 6\rho \cos\theta + h_r^1 - 2\rho h_r^0 - \frac{\rho}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta}(h_\theta^0 \sin\theta) \right\},$$

$$H_\theta = H_\theta^0 + \frac{1}{G} \left\{ 3\rho \sin\theta + h_\theta^1 + \rho h_\theta^0 - \rho \frac{dh_r^0}{d\theta} \right\},$$

$$H_\varphi = \frac{\text{Re}_m}{G} \begin{cases} 1 - \exp(-H_r^0\rho), & H_r^0 > 0, \\ -1 + \exp(H_r^0\rho), & H_r^0 < 0, \end{cases}$$

где  $H_r^0 = -2 \cos\theta + h_\alpha^0$ ;  $H_\theta^0 = -\sin\theta + h_\theta^0$ ;  $h_\alpha^0, h_\theta^1$  — граничные значения  $\alpha$ -компоненты возмущенного магнитного поля в шаре, соответствующие нулевому и первому порядку по  $\varepsilon$ .

На основе этих выражений можно сделать ряд выводов, касающихся структуры течений и электромагнитных полей в окрестности вращающегося шара. Скорость движения плазмы по  $r$  и  $\theta$  много меньше скорости по  $\varphi$ . Скорость плазмы по  $\varphi$ , вызываемая вращением шара, максимальна в экваториальной плоскости и уменьшается по мере приближения к полюсам. Толщина слоя Гартмана, в котором движение заметно, определяется

из соотношения  $\delta \sim \frac{r_0}{G |H_r^0|}$ . Так как  $H_r^0$  зависит от  $\theta$ , то и толщина слоя меняется при изменении  $\theta$ . Появление  $H_\varphi$ -компоненты магнитного поля связано с существованием токов по  $r$  и  $\theta$ . Применимельно к слабым возмущениям полученные выражения можно упростить, так что  $H_r^0 \simeq -2 \cos\theta$ ,  $H_\theta^0 \simeq -\sin\theta$ . Отметим только, что для  $H_r^0$  приближение не работает в окрестности  $\theta \simeq \pi/2$ , а для  $H_\theta^0$  — при  $\theta \simeq 0$ . Если возмущения малы, то области, в которых приближение неприменимо, также малы.

Для остальных параметров имеем

$$w = \begin{cases} \sin\theta \cdot \exp(2\rho \cos\theta), & \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi, \\ \sin\theta \cdot \exp(-2\rho \cos\theta), & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

$$H_r = -2 \cos\theta + \frac{6\rho}{G} \cos\theta,$$

$$H_\theta = -\sin\theta + \frac{3\rho}{G} \sin\theta,$$

$$H_\varphi = \frac{\text{Re}_m}{G} \begin{cases} 1 - \exp(2\rho \cos\theta), & \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi, \\ -1 + \exp(-2\rho \cos\theta), & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

$$\delta \sim r_0 (G 2 \cos\theta)^{-1}.$$

Из последнего выражения вытекает, что толщина слоя Гартмана минимальна на полюсах и возрастает по мере приближения к экватору. На самом экваторе толщина слоя Гартмана определяется выражением

$$\delta \sim \frac{r_0}{|h_r^0|} \frac{1}{G}.$$

Магнитное возмущение в  $\phi$ -компоненте меняет знак при переходе через экватор. Это связано с токами, текущими в меридиональных плоскостях. При  $\theta \in (\pi/2, 0]$

$$I_r = \frac{\varepsilon R c_m}{4\pi r G} [\cos \theta (1 - e^{-2\rho \cos \theta}) - \rho \sin^2 \theta \cdot e^{-2\rho \cos \theta}],$$

$$I_\theta = -\frac{c R e_m}{4\pi r G} \sin \theta [1 - e^{-2\rho \cos \theta} + 2\rho \cos \theta \cdot e^{-2\rho \cos \theta}].$$

Ток  $I_\theta$  обращается в нуль в точках  $\theta = 0$ , т. е. на полюсе, и стремится к нулю на экваторе. При  $\rho \rightarrow 0$  ток  $I_\theta \rightarrow 0$  и направлен от экватора к полюсу. Радиальный ток на поверхности шара обращается в нуль в соответствии с требованием непротекания тока через поверхность шара. При  $\theta \rightarrow \pi/2$   $I_r < 0$ , при  $\theta \rightarrow 0$   $I_r > 0$ . Таким образом, вблизи полюса ток уходит от поверхности вращения. Следовательно, в промежуточной точке  $\theta^*$  радиальный ток обращается в нуль. Эта точка находится из уравнения

$$(4) \quad \cos \theta^* (1 - e^{-2\rho \cos \theta^*}) = 2\rho \sin^2 \theta^* \cdot e^{-2\rho \cos \theta^*}.$$

Вблизи поверхности шара это уравнение преобразуется к виду  $\cos^2 \theta^* = \sin^2 \theta^*$ , так что  $\theta^* = \pi/4$  и  $\theta^* = 3\pi/4$ . При  $\rho \rightarrow \infty$   $\theta^* \rightarrow \pi/2$ . Этим анализом нельзя пользоваться вблизи экваториальной плоскости. Однако из закона сохранения полного тока можно заключить, что вблизи экваториальной плоскости токи втекают в слой Гартмана, текут вдоль поверхности и вытекают в окрестности полюсов. На внешней границе слоя ( $\rho \rightarrow \infty$ )  $I_r \simeq c R e_m \cos \theta / [4\pi(r_0 + \delta)G]$ . Таким образом, ток вытекает из слоя Гартмана почти вдоль всей внешней границы, за исключением узкой полосы вблизи экваториальной плоскости, где ток втекает. Плотность втекающего тока должна быть много выше плотности вытекающего. Легко оценить его величину, если известно, что при  $\theta = \theta_0$   $|h_r^0| = |H_{Dr}^0|$ .

Для стационарного случая можно написать

$$\langle I \rangle D \simeq \frac{c R e_m}{4\pi G} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{(r_0 + \delta)}, \quad \text{где } D \simeq r_0 \theta_0.$$

Полагая для оценки  $\delta \ll r_0$ , имеем  $\langle I \rangle \simeq c R e_m / 4\pi r_0 D G$ .

Проведенный анализ уравнений в окрестности вращающейся сферы позволяет получить представление о поведении плазмы на дальних расстояниях. При изотропной скалярной проводимости плазмы, окружающей вращающийся шар, токи, вытекающие из слоя Гартмана при  $\theta > \theta_0$ , растекаются по плазме тем сильнее, чем больше число Гартмана. Эти токи возвращаются в слой Гартмана вдоль экваториальной полосы, где они текут перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. Токовая система и соответствующие электрические поля вне слоя Гартмана можно легко определить, если пренебречь движением плазмы в этой области. Тогда закон Ома можно записать в виде  $\mathbf{I} = \sigma \mathbf{E}$ . Так как  $\operatorname{div} \mathbf{I} = 0$  и  $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$ , то, вводя скалярный потенциал электрического поля  $\Psi$ :  $\mathbf{E} = -\nabla \Psi$ , приходим к уравнению  $\Delta \Psi = 0$  с граничным условием  $\partial \Psi / \partial n|_\Gamma = I_n / \sigma$ , где  $\Gamma$  — граница слоя Гартмана;  $n$  — нормаль к этой границе;  $I_n$  — ток, втекающий или вытекающий из слоя и определяемый из предыдущего решения.

Из рассмотренного поведения токов в слое Гартмана и из сформулированной для внешних токов и электрических полей задачи следует ряд важных следствий:

1) интенсивность вытекающих токов плавно меняется вдоль внешней границы слоя Гартмана;

2) в узкой полосе шириной  $D$ , определяемой из условия  $|H_{Dr}^0| \sim |h_r^0|$ , внутрь слоя Гартмана ток втекает;

3) интенсивность втекающего тока много выше интенсивности вытекающего, и по порядку величины можно написать  $I_{\text{вт}}/I_{\text{выт}} \sim D/r_0$ ;

4) втекающий ток перпендикулярен силовым линиям дипольного магнитного поля;

5) сила  $(\mathbf{I} \times \mathbf{H})/c$  в области втекания токов ускоряет плазму в направлении вращения шара. В области вытекания токов эта сила направлена в противоположную сторону. Линия раздела областей втекания и вытекания определяется уравнением (4);

6) так как интенсивность втекающих токов много выше интенсивности вытекающих, то наибольшее влияние на движение плазмы сила  $(\mathbf{I} \times \mathbf{H})/c$  имеет вблизи экваториальной плоскости;

7) указанная структура токов вне слоя Гартмана приводит к тому, что плазма в окрестности экваториальной плоскости вращается значительно быстрее плазмы, расположенной вне этой области;

8) характерный масштаб области, в которой токи заметны, имеет порядок  $r_0$ .

Выполненный анализ дает определенное представление о системе движений, токах и электрических полях в окрестности вращающегося шара, окруженного плазмой при наличии дипольного магнитного поля. Результаты этого анализа могут быть использованы для интерпретации экспериментальных данных по электродинамической структуре космического пространства в окрестности вращающихся звезд и планет, имеющих собственное магнитное поле.

Хорошо известно, что скорость вращения поверхностных слоев Солнца различна и зависит от расстояния до экватора, где она достигает максимального значения [2]. Возможно, что механизм этого явления связан с токами, текущими по солнечной плазме и возникающими в результате вращения Солнца и трения его верхних слоев о покоящуюся корону.

Другим примером, имеющим отношение к рассматриваемой задаче, является поведение плазмы в окрестности Юпитера [3]. В экваториальной плоскости силовые линии магнитного поля Юпитера сильно вытянуты в результате быстрого вращения экваториальной плазмы вместе с Юпитером.

Электродинамическая структура околоземного космического пространства определяется многими факторами [4, 5], в том числе и вращением Земли. Прямое использование полученных следствий для объяснения экспериментальных данных по движению плазмы в окрестности Земли затруднено, однако в работе [6], учитывающей вязкое трение и вращение Земли, получена токовая система, аналогичная обсуждаемой выше.

Поступила 5 XI 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962.
2. Яворская И. М. К вопросу о внутреннем строении конвективной оболочки Солнца.— В сб.: Межпланетная среда и физика магнитосферы. М.: Наука, 1972.
3. Смит Е. Дж., Дэвис Л., Джонс Д. Е. Магнитное поле Юпитера и его магнитосфера.— В сб.: Юпитер. Магнитосфера и радиационные поясы. М.: Мир, 1979.
4. Аксфорд В. И. Магнитосферная конвекция.— В сб.: Физика магнитосферы. М.: Мир, 1972.
5. Грингауз К. И. Малоэнергичная плазма в магнитосфере Земли.— В сб.: Физика магнитосферы. М.: Мир, 1972.
6. Ромашенко Ю. А. О некоторых моделях магнитосферы Земли и других замагниченных планет. Дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Якутск, ИКФИА ЯФ СО АН СССР, 1972.