

УДК 551.511+533

ДИНАМИКА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ПАРОКОНДЕНСАТНОГО ОБЛАКА С ОКРУЖАЮЩИМ ВОЗДУХОМ

И. М. Баянов, И. Р. Хамидуллин, В. Ш. Шагапов

Бирская государственная социально-педагогическая академия, 452453 Бирск
E-mails: bim1966@mail.ru, ildar_kh_r@rambler.ru, shagapov@rambler.ru

На основе аналитической и численной моделей изучено перемешивание влажного пара с газом. В автомоделной постановке решена одномерная задача диффузионного перемешивания, сопровождаемого фазовыми переходами. Проанализированы варианты перемешивания пара с холодным и теплым газом, а также с перегретым паром. В трехмерной постановке проведено численное моделирование распространения в атмосфере залповых выбросов, содержащих водяной пар и конденсат. Изучена эволюция гидродинамических, концентрационных и температурных полей в зависимости от начальных параметров выбросов (температуры и влагосодержания), а также от параметров окружающего воздуха.

Ключевые слова: распространение промышленных выбросов, приземной слой атмосферы, конденсат, испарение.

ВВЕДЕНИЕ

Как правило, промышленные выбросы в атмосферу представляют собой многофазную среду с температурой, отличной от температуры окружающей среды, содержащую как газовые примеси, так и взвеси жидких и твердых микрочастиц [1]. Различные составляющие выбросов, попадая в атмосферу, из-за понижения температуры могут конденсироваться за счет перемешивания с более холодной средой или соединиться с атмосферной влагой, образуя жидкие капли, т. е. жидкие аэрозоли [2]. Смесь пара, воздуха и аэрозоля будем называть туманом. При дальнейшем распространении облако тумана из-за смешения с более сухим воздухом будет постепенно рассеиваться или испаряться. Развитие этого процесса зависит от многих факторов [3, 4], среди которых определяющими, по-видимому, являются температура и концентрация капель в облаке выбросов, а также температура и парциальная плотность пара в окружающем воздухе.

Основные процессы, определяющие динамику облака, происходят в пограничной зоне перемешивания с окружающим воздухом, где наблюдаются наибольшие значения градиентов гидро- и термодинамических величин. Для анализа этих достаточно сложных эффектов тепломассопереноса и фазовых переходов рассмотрена задача в рамках простейших схем. С этой целью решена плоская одномерная задача о диффузионном перемешивании парогасокапельной и парогасовой смесей. Более детальный анализ процесса с учетом конвективного и турбулентного переноса вещества, импульса и тепла во всем объеме облака проводится путем численного решения системы уравнений гидрогазодинамики.

ЗАДАЧА О ДИФфуЗИОННОМ ПЕРЕМЕШИВАНИИ ТУМАНА С ГАЗОМ В ОДНОМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Основные уравнения. Пусть в исходном состоянии в полубесконечной области слева от воображаемой перегородки ($-\infty < x < 0$) находится парогасокапельная смесь

с температурой T_{v0} и парциальной плотностью капель ρ_{l0} (область тумана), справа ($0 \leq x < +\infty$) — парогазовая смесь с температурой T_{g0} и парциальной плотностью пара ρ_{v1} (область газа). В начальный момент времени ($t = 0$) перегородка убирается, и начинается диффузионное перемешивание, сопровождающееся конденсацией и испарением капель. Во всех областях давление однородно и равно нормальному атмосферному давлению: $P = P_a$. Тогда можно записать следующие начальные ($t = 0$) условия:

$$\begin{aligned} x < 0: \quad T &= T_{v0}, \quad \rho_v = \rho_{v0}, \quad \rho_g = \rho_{g0}, \quad \rho_l = \rho_{l0}, \\ x \geq 0: \quad T &= T_{g0}, \quad \rho_v = \rho_{v1}, \quad \rho_g = \rho_{g1}, \quad \rho_l = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

При теоретическом описании процесса перемешивания примем следующие допущения. Объемная концентрация капель жидкости достаточно мала ($\alpha_l \ll 1$), поэтому они не препятствуют перемешиванию, происходящему в диффузионном режиме согласно закону Фика [5]

$$\rho_g v_g = -D \frac{\partial \rho_g}{\partial x} \quad (2)$$

(ρ_g, v_g — парциальная плотность и диффузионная скорость газа соответственно; D — коэффициент диффузии). Перемешивание происходит в равновесном для фазовых переходов режиме (в области, где находятся капли жидкости, температура и парциальное давление пара удовлетворяют уравнению Клапейрона — Клаузиуса). Предположим, что капли жидкости не участвуют в диффузионном движении ($v_l = 0$). Будем также полагать, что в процессе диффузионного перемешивания общее давление остается постоянным.

В рамках принятых допущений из закона сохранения массы для газа с учетом закона Фика (2) получим уравнение диффузии

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \rho_g}{\partial x^2}. \quad (3)$$

В однотемпературном приближении для области тумана ($x < x_s$) уравнение притока тепла имеет вид

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + l \frac{\partial \rho_l}{\partial t}, \quad \rho c = \rho_g c_g + \rho_v c_v + \rho_l c_l, \quad (4)$$

где T — температура смеси; ρc — удельно-объемная теплоемкость системы газ — пар — жидкость, определяемая с учетом массовой доли компонентов; λ — теплопроводность системы; l — удельная теплота фазового перехода; c_g, c_v, c_l — удельные теплоемкости газа, пара и жидкости; ρ_v, ρ_g — парциальные плотности пара и газа; ρ_l — парциальная плотность капель, определяемая как суммарная масса капель в единице объема смеси. Последнее слагаемое в первом выражении (4) учитывает тепловой эффект фазовых переходов.

Давление смеси определяется парциальными давлениями газа и пара согласно закону Дальтона:

$$P = P_g + P_v. \quad (5)$$

Парциальные давления пара и газа находятся по соотношениям

$$P_v = \rho_v R T / \mu_v, \quad P_g = \rho_g R T / \mu_g, \quad (6)$$

где R — универсальная газовая постоянная; μ_v, μ_g — молярные массы пара и газа.

В области тумана парциальное давление пара P_v равно давлению насыщенного пара $P_s(T)$, соответствующего текущей температуре ($P_v = P_s(T)$). Эта зависимость определяется из выражения [6]

$$P_s(T) = P_* \exp(-T_*/T), \quad (7)$$

где P_* , T_* — эмпирические параметры, определяемые на основе табличных данных. Согласно (5), (6) плотности пара и газа в смеси однозначно выражаются через текущую температуру:

$$\rho_v = \mu_v P_s(T)/(RT), \quad \rho_g = \mu_g(P - P_s(T))/(RT). \quad (8)$$

Приведенные выше уравнения дополним соотношениями на границе областей. В сечении $x = x_s$ выполняются условие непрерывности парциальной плотности ρ_g и (согласно закону сохранения массы для воздуха) равенство потоков масс:

$$\rho_g^- = \rho_g^+, \quad -D\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial x}\right)^- + D\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial x}\right)^+ = 0. \quad (9)$$

Знаки “-” и “+” в индексе соответствуют значениям величин слева и справа от границы.

На границе $x = x_s$ температура полагается непрерывной, а парциальная плотность капель — отличной от нуля ($\rho_l \neq 0$). Из условия непрерывности температуры и условия баланса тепла следует

$$T^- = T^+ = T_s, \quad -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^- + \lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^+ = -\dot{x}_s \rho_l l. \quad (10)$$

Формулирование задачи в автомодельной постановке. Задача (3), (4) с граничными условиями (9), (10) и начальными условиями (1) является автомодельной [7]. Данная постановка представляет собой обобщение проблемы Стефана [8], поскольку предполагается, что фазовые переходы могут происходить не только на границах фронтов, но и в объемных зонах.

Как правило, в процессах переноса в газах значение числа Льюиса близко к единице ($Le = D\rho c/\lambda \approx 1$), поэтому значения коэффициента диффузии и температуропроводности будем полагать постоянными и равными ($D = \lambda/(\rho c)$). Введем безразмерную автомодельную переменную

$$\xi = x/(2\sqrt{Dt}).$$

Тогда уравнение (3) записывается следующим образом:

$$-2\xi \frac{d\rho_g}{d\xi} = \frac{d^2 \rho_g}{d\xi^2}. \quad (11)$$

В области тумана уравнение теплопроводности (4) принимает вид

$$-2\xi \frac{dT}{d\xi} = \frac{d^2 T}{d\xi^2} - 2\xi \frac{l}{\rho c} \frac{d\rho_l}{d\xi}. \quad (12)$$

С использованием автомодельной переменной граничные условия (9), (10) в точке $\xi_s = x_s/(2\sqrt{Dt})$ записываются в виде

$$\begin{aligned} -D\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial x}\right)_{\xi_s}^- + D\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial x}\right)_{\xi_s}^+ &= 0, \\ T^- = T^+ = T_s, \quad -\left(\frac{dT}{d\xi}\right)_{\xi_s}^- + \left(\frac{dT}{d\xi}\right)_{\xi_s}^+ &= -2\xi \frac{\rho_l l}{\rho c}. \end{aligned} \quad (13)$$

Для того чтобы решить уравнение (11), необходимо задать начальные значения парциальной плотности газа слева и справа от перегородки. В области газа начальные значения плотностей ρ_{v1} и ρ_{g1} определяются из (5), (6):

$$\rho_{v1} = \mu_v P_v/(RT_{g0}), \quad \rho_{g1} = \mu_g(P - P_v)/(RT_{g0}).$$

В области тумана начальные значения плотностей ρ_{v0} и ρ_{g0} находятся из (8):

$$\rho_{v0} = \mu_v P_s(T_{v0}) / (RT_{v0}), \quad \rho_{g0} = \mu_g (P - P_s(T_{v0})) / (RT_{v0}).$$

Тогда начальные условия (1) для уравнений (3), (4) преобразуются в следующие краевые условия для уравнений (11), (12):

$$\begin{aligned} \rho_v &\rightarrow \rho_{v0}, & \rho_g &\rightarrow \rho_{g0}, & T &\rightarrow T_{v0} & \text{при } \xi &\rightarrow -\infty, \\ \rho_v &\rightarrow \rho_{v1}, & \rho_g &\rightarrow \rho_{g1}, & T &\rightarrow T_{g0} & \text{при } \xi &\rightarrow +\infty. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, вместо системы уравнений в частных производных (3), (4) с начальными условиями (1) получена система обыкновенных дифференциальных уравнений (11), (12) с краевыми и граничными условиями (13), (14).

Анализ решения. Решение уравнения (11) не зависит от уравнения (12), и распределение газа может быть найдено независимо во всей расчетной области в аналитическом виде:

$$\rho_g(\xi) = \rho_{g0} + \frac{\rho_{g1} - \rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} \exp(-z^2) dz.$$

С учетом этого распределения можно построить распределение температуры в области $\xi \leq \xi_s$ в неявном виде:

$$\rho_{g0} + \frac{\rho_{g1} - \rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} \exp(-z^2) dz = \frac{\mu_g}{RT(\xi)} \left(P - P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T(\xi)}\right) \right). \quad (15)$$

В области $\xi > \xi_s$ решение уравнения (12) имеет вид

$$T = T_{g0} + (T_{\xi_s} - T_{g0}) \int_{\xi}^{\infty} \exp(-z^2) dz / \int_{\xi_s}^{\infty} \exp(-z^2) dz.$$

Используя зависимость (15), на основе уравнения теплопроводности (12) получим уравнение для вычисления ρ_l :

$$\frac{d\rho_l}{d\xi} = \frac{1}{2\xi} \frac{\rho c}{l} \frac{d^2 T}{d\rho_g^2} \left(\frac{d\rho_g}{d\xi} \right)^2. \quad (16)$$

Уравнение (16) решается численно с учетом условия $\rho_l = \rho_{l0}$ при $\xi \rightarrow -\infty$. Расчет продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие (13) с заданной точностью. В результате решения помимо распределения $\rho_l(\xi)$ в области $\xi \leq \xi_s$ получим значение координаты границы ξ_s и значение температуры на этой границе T_s .

Анализ результатов. В качестве примера рассмотрим перемешивание водяного тумана, представляющего собой смесь воздуха, пара и водяных капель, с окружающим воздухом. Значения параметров, определяющих начальное состояние, выбраны обычными [4] для этого процесса: атмосферное давление $P = 10^5$ Па, парциальная плотность капель в тумане $\rho_l = 10$ г/м³, температура тумана $T_{v0} = 300$ К. Температура воздуха T_{g0} варьировалась в пределах от 273 до 400 К, парциальная плотность пара в воздухе ρ_{v1} — от нуля до точки насыщения.

При температуре смеси T для равновесных процессов парциальное давление пара P_v не может превышать давления насыщенного пара ($P_v(T) \leq P_s(T)$). На рис. 1 приведены

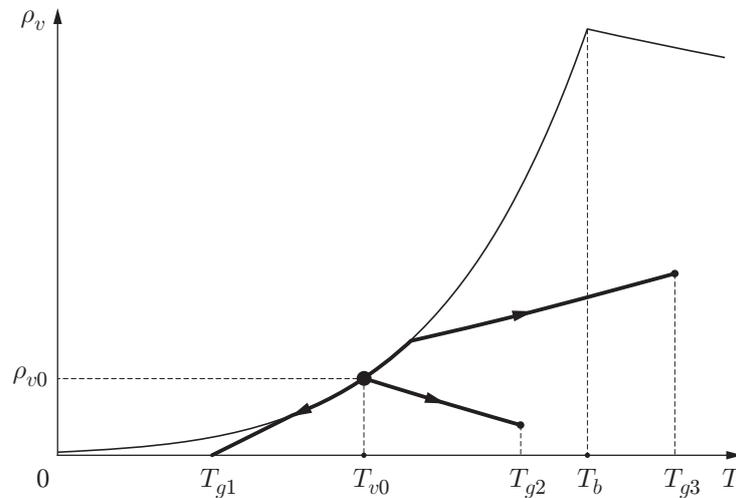


Рис. 1. Фазовые траектории на плоскости (T, ρ_v) для различных вариантов диффузионного перемешивания тумана и газа

фазовые траектории для различных вариантов перемешивания тумана с газом. Начальное состояние тумана, одинаковое во всех вариантах, определяется начальной температурой T_{v0} и начальной плотностью ρ_{v0} , равной плотности насыщенного пара при данной температуре ($\rho_{v0} = \rho_{v,s}(T_{v0})$). Этому состоянию соответствует начальная точка траектории, которая находится на кривой насыщения $\rho_{v,s}(T)$. Наличие в смеси капель жидкости, находящихся в равновесном состоянии с паром, возможно только при температуре ниже температуры кипения, поэтому на рис. 1 точка, соответствующая исходному состоянию тумана, расположена левее точки кипения T_b .

Выбрано несколько наиболее характерных вариантов для начального состояния области газа со значениями температуры T_{g0} и парциальной плотности пара ρ_{v1} , соответствующими различному ходу процесса перемешивания (рис. 1). Значение температуры T_{g0} может находиться в трех различных областях температур T_{v0} и T_b , которые соответствуют перемешиванию тумана с холодным, теплым и горячим газом. Парциальная плотность пара ρ_{v1} при фиксированной температуре T_{g0} может принимать значения в интервале от $\rho_{v,s}(T)$ до нуля, что соответствует различной влажности пара в газе. Конечная точка фазовой траектории соответствует начальному состоянию области газа.

1. Вариант $T_{g0} \leq T_{v0}$ соответствует случаю перемешивания тумана с холодным газом. Из рис. 1 следует, что начальное значение парциальной плотности пара ρ_{v1} в области газа всегда меньше, чем в области тумана ($\rho_{v1} < \rho_{v0}$), и, следовательно, на границе областей $x = x_s$ испарение происходит всегда, если пар в области газа ненасыщенный ($\rho_{v1} < \rho_{v,s}(T_{g0})$). По мере приближения начального значения парциальной плотности пара в области газа ρ_{v1} к начальному значению в области тумана ρ_{v0} интенсивность испарения уменьшается (рис. 2, а) и дефицит температуры в зоне перемешивания, вызванный поглощением тепла при испарении, уменьшается. Представляет интерес случай, когда начальные значения температуры T_{v0} и T_{g0} в обеих областях близки или равны ($T_{g0} = T_{v0}$). В этом случае испарение приводит к существенному охлаждению в зоне перемешивания, при этом величина $\Delta T = T_{g0} - T_s$ зависит от начального значения парциальной плотности пара в области газа ρ_{v1} (рис. 2, б).

2. Вариант $T_{v0} < T_{g0} < T_b$ соответствует случаю перемешивания тумана с теплым газом, температура которого ниже точки кипения жидкости в каплях. Изменения температуры и парциальной плотности пара в тумане при перемешивании с газом, также содержа-

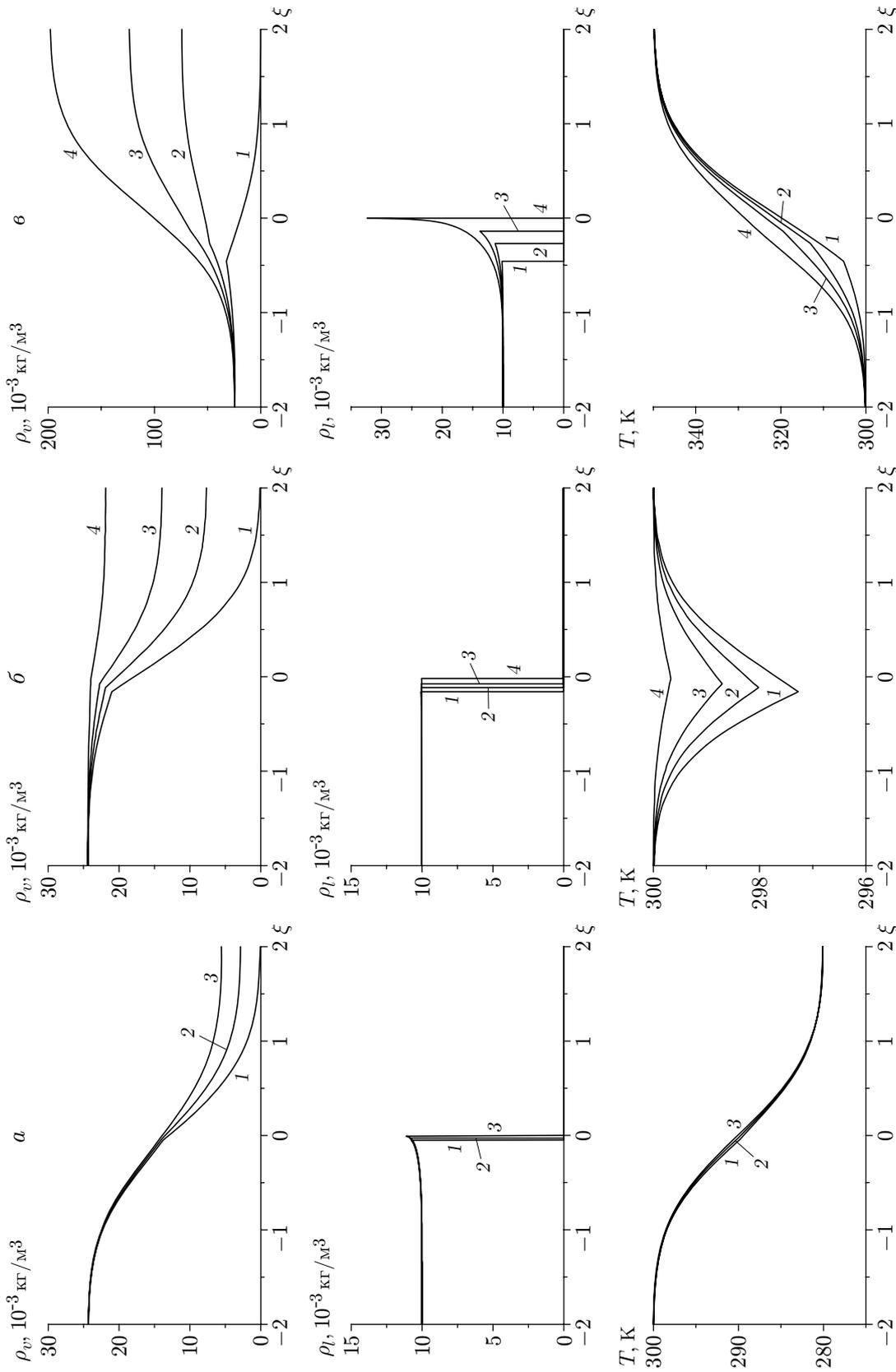


Рис. 2. Парциальные плотности пара ρ_v , капель ρ_l и температура T смеси в случае перемешивания тумана с газом:

a — холодный газ ($1 - \rho_{g1} = 0$; $2 - \rho_{g1} = 2,9 \cdot 10^{-3}$ кг/м³; $3 - \rho_{g1} = 5,5 \cdot 10^{-3}$ кг/м³; $б$ — теплый газ ($1 - \rho_{g1} = 0$; $2 - \rho_{g1} = 7,6 \cdot 10^{-3}$ кг/м³; $3 - \rho_{g1} = 13,9 \cdot 10^{-3}$ кг/м³; $4 - \rho_{g1} = 21,8 \cdot 10^{-3}$ кг/м³); *в* — горячий газ ($1 - \rho_{g1} = 74,2 \cdot 10^{-3}$ кг/м³; $3 - \rho_{g1} = 123,7 \cdot 10^{-3}$ кг/м³; $4 - \rho_{g1} = 197,8 \cdot 10^{-3}$ кг/м³)

щим пар, могут вызвать конденсацию (рис. 2, в). Испарение капель происходит на границе областей ($x = x_s$). Интенсивность испарения определяется двумя величинами: разностью начальных температур $\Delta T_0 = T_{g0} - T_{v0}$, от которой зависит подвод тепла к границе областей, и разностью начальных значений парциального давления пара $\Delta \rho_v = \rho_{v1} - \rho_{v0}$, от которой зависит отвод пара, образовавшегося при испарении, от границы областей. В зависимости от этих параметров в зоне перемешивания преобладает испарение или конденсация.

3. Вариант $T_{g0} \geq T_b$ соответствует случаю перемешивания тумана с горячим газом, температура которого выше точки кипения жидкости в каплях. С увеличением разности температур $\Delta T_0 = T_{g0} - T_{v0}$ интенсивность испарения возрастает и автомодельная координата границы ξ_s смещается влево. Как и в варианте 2, интенсивность испарения уменьшается с увеличением начального значения парциальной плотности пара ρ_{v1} в газе, которое не превышает парциальной плотности чистого перегретого пара (16). Однако испарение капель тумана возможно, даже если он перемешивается с чистым перегретым паром ($\rho_{v1} = \rho_{v,s}$).

Таким образом, использование представленной модели диффузионного перемешивания тумана с газом в одномерной постановке позволяет выявить следующие характерные особенности процесса перемешивания: в случае, если начальные температуры газа и тумана близки, в зоне перемешивания происходит охлаждение смеси (на зависимости $T(\xi)$ появляется минимум); если начальная температура газа выше начальной температуры тумана и массовая концентрация пара в области газа выше, чем в области тумана ($\rho_{v1} > \rho_{v0}$), то наблюдается значительное увеличение концентрации конденсата за счет пара, вносимого в область тумана из области газа; если начальная температура газа выше точки кипения жидкости в каплях, то испарение конденсата происходит при всех значениях начальной концентрации пара в газе (даже при перемешивании с чистым паром).

ЗАДАЧА О ПЕРЕМЕШИВАНИИ ОБЛАКА ТУМАНА С ВОЗДУХОМ В ОБЩЕЙ ПОСТАНОВКЕ

Основные уравнения. В данной постановке облако выбросов рассматривается как смесь воздуха, водяного пара и конденсированной воды в виде капель размером несколько микрометров, т. е. как парогазокапельная смесь, которая принимается в качестве гомогенной среды с плотностью ρ , температурой T , давлением P . Пусть $\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, y, z, t)$ — барицентрическая скорость данной среды, определяемая соотношением

$$\rho \mathbf{v} = \rho_a \mathbf{v}_a + \rho_v \mathbf{v}_v + \rho_l \mathbf{v}_l,$$

где ρ , ρ_i — средняя плотность смеси и средние парциальные плотности составляющих; v_i — скорость компонентов смеси; индексы $i = a, v, l$ соответствуют воздуху, водяному пару и жидким каплям.

Введем среднемассовые концентрации компонентов газокапельной смеси $k_i = \rho_i / \rho$, которые удовлетворяют условию

$$k_a + k_v + k_l = 1. \quad (17)$$

Средняя плотность смеси может быть выражена через истинные плотности жидкости ρ_l^0 и парогазовой смеси ρ_g^0 [6]:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{k_l}{\rho_l^0} + \frac{1 - k_l}{\rho_g^0}. \quad (18)$$

Наряду с концентрациями k_i введем истинные концентрации воздуха и пара в газовой части смеси k_i^0 ($i = a, v$), при этом $k_a^0 + k_v^0 = 1$. Очевидно, что средние и истинные концентрации связаны следующими соотношениями:

$$k_a = (1 - k_l)k_a^0, \quad k_v = (1 - k_l)k_v^0. \quad (19)$$

В случае отсутствия капель ($k_l = 0$), т. е. когда не достигается точка росы, средние и истинные концентрации совпадают ($k_i = k_i^0$). Полагая, что для газовой смеси выполняется закон Дальтона, запишем уравнение состояния в виде

$$P = \rho_g^0 R_g T, \quad R_g = R(k_v^0/\mu_v + k_a^0/\mu_a).$$

На основе соотношений (17)–(19) можно получить уравнение состояния для смеси в целом:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{k_l}{\rho_l^0} + \frac{RT}{P} \left(\frac{k_v}{\mu_v} + \frac{k_a}{\mu_a} \right). \quad (20)$$

Будем полагать, что пар в газовой смеси и жидкость в каплях находятся в термодинамическом равновесии, так что парциальное давление пара P_v равно давлению насыщения при текущей температуре T ($P_v = P_s(T)$). При этом кривая насыщения для водяного пара определяется выражением (7). Для парциального давления пара можно записать выражение

$$P_v = \rho_g^0 R_v T,$$

где $R_v = Rk_v^0/\mu_v$. При данной температуре смеси значение P_v не может превышать давления насыщенного пара. Следовательно, для среднемассовой концентрации водяного пара в смеси k_{vs} существует верхний предел, который определяется из выражения (20) в предположении $P_v = P_s(T)$. Введем также понятие температуры насыщения $T_s = T_*/\ln(P/P_v)$, соответствующей данному значению парциального давления пара p_v . Как известно, в метеорологии используется величина относительной влажности воздуха $\varphi = P_v/P_s(T)$. В данной работе эта величина используется при анализе результатов расчетов.

В рамках принятых предположений и обозначений предлагается следующая теоретическая модель, описывающая динамику выбросов в атмосфере, содержащих водяной пар. Для смеси в целом запишем уравнение неразрывности в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla^k(\rho v^k) = 0. \quad (21)$$

Процесс перемешивания рассматриваемой двухфазной парогазокапельной смеси будем описывать в диффузионном приближении [6]. Для этого введем диффузионные скорости составляющих $\mathbf{w}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}$ ($i = a, v, l$), удовлетворяющие условию

$$\rho_a \mathbf{w}_a + \rho_v \mathbf{w}_v + \rho_l \mathbf{w}_l = 0. \quad (22)$$

Тогда для относительного движения воздушной составляющей смеси запишем обобщенный закон Фика в виде

$$\rho_a w_a^k = -\rho D^{kn} \nabla^n k_a \quad (\rho_a = \rho k_a),$$

где D^{kn} — квадратная матрица коэффициентов диффузии, которая полагается диагональной (диффузия в горизонтальном и вертикальном направлениях возникает, если в этих направлениях существует неоднородность концентрации).

В выражении (22) положим $\mathbf{w}_l = 0$, т. е. капли движутся со среднемассовой скоростью ($\mathbf{v}_l = \mathbf{v}$). Тогда пар диффундирует навстречу воздуху с относительной скоростью \mathbf{w}_v , определяемой из выражения

$$\rho_v \mathbf{w}_v = -\rho_a \mathbf{w}_a.$$

В рамках этих предположений из закона сохранения масс для воздуха и капель можно получить уравнения

$$\rho \frac{dk_a}{dt} = \nabla^k (\rho D^{kn} \nabla^n k_a), \quad \rho \frac{dk_l}{dt} = J, \quad (23)$$

где J — интенсивность конденсации пара в единице объема, которая определяется из уравнения теплового баланса [9] (см. ниже).

Движение смеси пара, воздуха и капель описывается уравнением импульсов с учетом силы тяжести и турбулентной вязкости:

$$\rho \frac{dv^k}{dt} = -\nabla^k P + \rho g^k + \nabla^n (\tau^{kn}). \quad (24)$$

Здесь τ^{kn} — элементы приведенного тензора касательных напряжений, описывающие перенос импульса.

Запишем уравнение теплового баланса с учетом турбулентного теплопереноса и фазового перехода:

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \nabla^k (\lambda^{kn} \nabla^n T) + J l. \quad (25)$$

Здесь λ^{kn} — элементы матрицы коэффициентов теплопроводности; l — скрытая теплота фазового перехода. Для удельной теплоемкости смеси можно записать выражение

$$c = k_a c_a + k_v c_v + k_l c_l,$$

где c_a, c_v, c_l — удельные теплоемкости воздуха, пара и капель при постоянном давлении.

Таким образом, математическая модель, учитывающая конвективный и турбулентный перенос вещества, импульса и энергии, конденсацию и испарение водяного пара, представляет собой систему уравнений (20), (21), (23)–(25).

Для замыкания системы уравнений (20), (21), (23)–(25) использована полуэмпирическая теория турбулентной диффузии на основе k -модели [10, 11], в рамках которой для зависимостей коэффициентов турбулентного переноса от высоты в приземном слое атмосферы принимаются следующие эмпирические формулы:

$$D_{xx} = D_{yy} = k_0 v_1 \ln(z/z_0 + 1), \quad D_{zz} = k_1 z/z_1.$$

Эмпирические константы k_0, v_1, z_1, z_0, k_1 определяются состоянием приземного слоя атмосферы.

Связь между процессами турбулентного переноса устанавливается турбулентными числами Прандтля P_r и Шмидта Sc , которые обычно принимаются равными единице [5]. Тогда

$$\lambda^{kn}/(\rho c) = \mu^{kn}/\rho = D^{kn}.$$

Будем считать также, что значения коэффициентов D^{kn} внутри облака пара совпадают с фоновыми значениями для окружающей среды, поскольку этому предшествует этап образования облака в результате выброса примесей и перемешивания их с окружающим воздухом.

Начальные условия. Рассмотрим облако пара с конденсатом, образовавшееся в результате выброса, с начальной формой в виде куба (для удобства расчетов на прямоугольной сетке). В начальный момент времени $t = 0$ температура окружающего воздуха T_a однородна во всей расчетной области, давление определяется распределением

$$P_a(x, y, z, 0) = P_{a0} \exp(-\mu_a g z / (RT_a)),$$

где P_{a0} — нормальное атмосферное давление. В начальный момент времени скорость движения облака равна нулю во всей расчетной области: $\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, y, z, 0) = 0$.

В составе окружающего воздуха присутствует водяной пар, концентрация которого определяется относительной влажностью φ и температурой T_a . В начальный момент времени распределение давления в облаке водяного пара соответствует распределению давления в окружающем воздухе. В облаке температура пара T_g однородна и отличается от температуры окружающего воздуха. Пар в облаке является насыщенным из-за присутствия водяных капель.

Численное решение системы уравнений проводится методом крупных частиц [12]. Данный метод используется для решения широкого класса задач гидрогазодинамики и относится к числу методов расщепления по физическим процессам исходной нестационарной системы уравнений. Описание данной численной схемы применительно к процессам распространения атмосферных выбросов приводится в работе [13]. В настоящей работе эта схема обобщена с учетом фазовых переходов.

Несмотря на большое количество уравнений и учитываемых параметров, представление смеси воздуха пара и капель воды как единого облака позволяет численно решить задачу движения облака методом крупных частиц с достаточной точностью с использованием персонального компьютера.

Тестирование устойчивости и адекватности используемого в работе численного метода решения проведено в [12]. В настоящей работе проведено тестирование численной схемы путем решения задач, которые имеют аналитические решения (например, диффузионная задача), и найдены значения шагов по времени и координате, удовлетворяющие условию Куранта.

Результаты расчета. Для количественного анализа в качестве условной границы облака примем поверхность, разделяющую область с каплями и область без капель. Область водяного пара, содержащего капли (или конденсат), которая состоит из воздуха, пара и капель, будем называть облаком тумана.

Через границу в облако из окружающей его атмосферы проникает холодный воздух, который изменяет, с одной стороны, содержание влаги, а с другой — тепловой баланс в облаке.

На движение облака выбросов оказывают влияние внешние факторы: температура и влажность воздуха, скорость и направление ветра. Будем полагать, что во всех расчетах параметры самого облака в начальном состоянии, а также температура и концентрация конденсата в нем одинаковы. Поэтому в численных экспериментах в качестве варьируемых параметров выберем температуру T_a и относительную влажность φ окружающего воздуха, а также начальное значение среднемассовой концентрации капель k_{l0} в облаке.

Основные параметры облака, определяющие его дальнейшую эволюцию (масса конденсата в облаке m_l , минимальное значение температуры в облаке T_{\min} , максимальное значение плотности смеси в облаке ρ_{\max}), рассчитываются в ходе численных экспериментов.

Рассмотрим движение облака тумана, находящегося в начальный момент времени над подстилающей поверхностью на высоте h . Начальная температура облака выбрана близкой к точке кипения воды ($T_g = 370$ К), но ниже ее значения (согласно условию наличия жидких капель в начальном составе). Для расчетов выбраны два значения начальной температуры воздуха: $T_a = 300$ К (теплая погода) и $T_a = 280$ К (холодная погода) и два значения относительной влажности воздуха, характерные для средних широт при сухой ($\varphi = 60$ %) и влажной ($\varphi = 90$ %) погоде.

Видимая форма облака определяется распределением капель воды в облаке, т. е. среднемассовой концентрацией капель k_l (рис. 3). По результатам расчета можно проследить

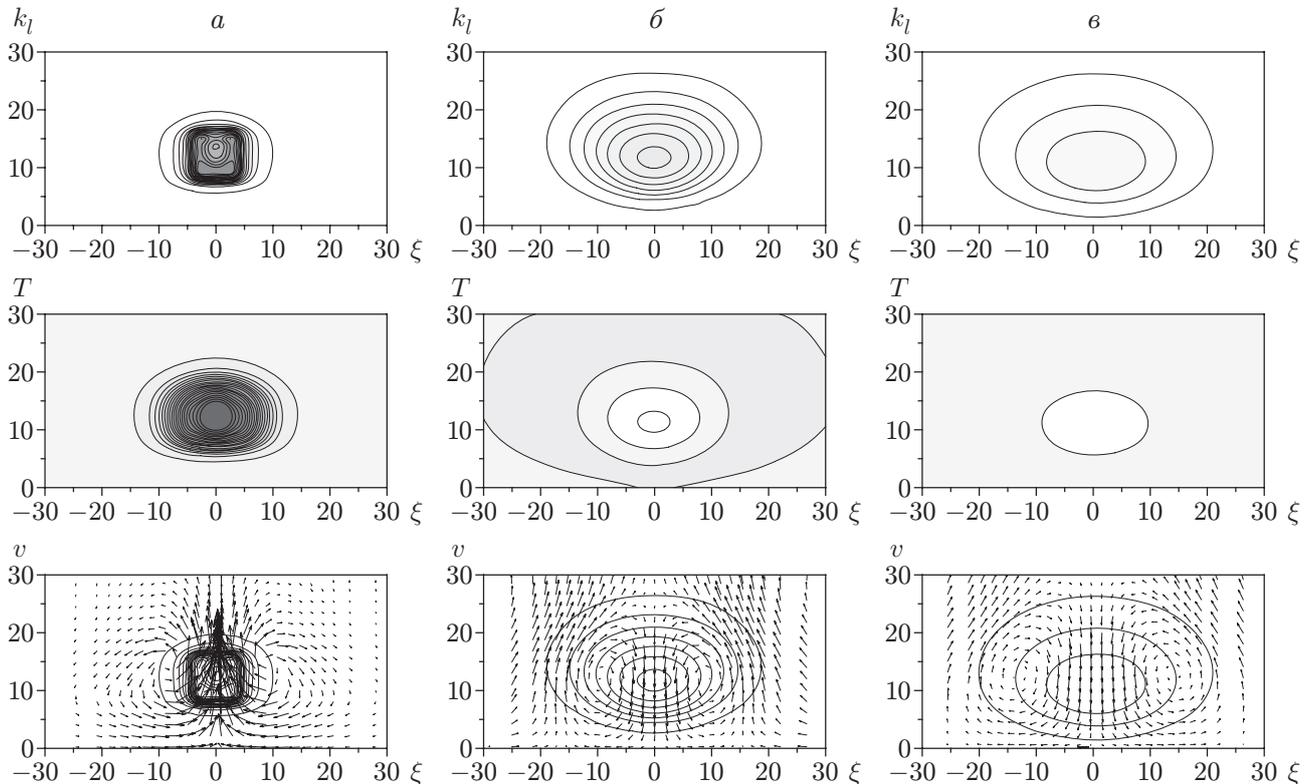


Рис. 3. Поля среднемассовой концентрации капель k_l , температуры T , скорости v в различные моменты времени:
 a — $t = 1$ с; $б$ — $t = 20$ с; $в$ — $t = 35$ с

эволюцию формы облака в трехмерном виде. На границе облака наблюдается перемешивание горячего тумана с холодным воздухом и последующая конденсация воды. Когда температура в облаке уменьшается до значений, близких к температуре окружающего воздуха, начинается испарение воды и облако постепенно рассеивается.

Эволюция поля температуры в расчетной области существенно зависит от процессов конденсации и испарения (рис. 3). На начальном этапе за счет выделения скрытой теплоты парообразования при конденсации пара поле температуры меняется слабо. В дальнейшем проникающий в облако холодный и более сухой воздух увеличивает интенсивность испарения. За счет потерь тепла на испарение температура в облаке падает ниже температуры окружающего воздуха — образуется температурный минимум.

Процессы перемешивания горячего пара с окружающим воздухом, сопровождаемые фазовыми переходами, приводят к сложной структуре поля скоростей движения среды (рис. 3). В начальном состоянии, несмотря на наличие конденсата, горячий туман почти в два раза легче окружающего воздуха, что приводит к образованию восходящего потока. При этом скорость потока в первую секунду движения достигает нескольких метров в секунду. В нижнюю часть облака поступает холодный воздух, при этом верхняя, более теплая часть облака поднимается вверх. По мере остывания облака значение вертикальной составляющей скорости становится отрицательным — смесь становится тяжелее воздуха и оседает на подстилающую поверхность (рис. 3).

Таким образом, предложенная теоретическая модель позволяет представить в трехмерном виде детальную картину движения облака тумана в приземном слое атмосферы и выявить основные закономерности этого движения.

На начальном этапе перемешивания облака с холодным воздухом ($t < 2$ с) происходит охлаждение и интенсивная конденсация пара, что приводит к увеличению концентрации жидкой фазы. На следующем этапе ($2 \text{ с} < t < 10 \text{ с}$) перемешивание с относительно сухим окружающим воздухом вызывает интенсивное испарение капель. К процессу охлаждения, вызванного поступлением в облако холодного воздуха, добавляется поглощение тепла при испарении. Несмотря на то что начальное значение температуры близко к точке кипения, температура в облаке падает ниже температуры окружающего воздуха T_a . Расчеты показали, что охлаждение облака до температуры $T < T_a$ наблюдается только при наличии конденсата в начальном составе облака. Значение величины $\Delta T = T_{\min} - T_a$ (рис. 4) зависит от начальной концентрации капель в облаке k_{l0} и влажности окружающего воздуха φ . На последнем этапе ($t > 10$ с) происходит разбавление облака окружающим воздухом, постепенный нагрев капель и полное испарение их. На этом этапе угол наклона кривой $m_l(t)$ определяется скоростью испарения капель.

Результатом указанных изменений массы конденсата и температуры облака в процессе перемешивания с окружающим воздухом является изменение плотности смеси (рис. 4), которая определяет плавучесть облака. Максимальное значение плотности в облаке превышает значение плотности окружающего воздуха на 10 %. При этом скорость потоков в облаке направлена вниз (см. рис. 3).

Увеличению плотности способствует падение температуры в облаке ниже температуры воздуха. Количественные оценки показывают, что примерно половина прироста плотности обусловлена увеличением массы конденсата, другая половина — понижением температуры. При этом начальная концентрация конденсата в облаке определяет увеличение массы капель и величину ΔT .

Таким образом, наличие в первоначальном составе облака конденсата приводит к изменению характера движения выбросов: со временем облако приобретает “отрицательную плавучесть”. Расчеты показывают, что скорость оседания облака относительно небольшая (≈ 20 см/с), и для существенного перемещения облака необходим достаточно большой промежуток времени.

При влажности окружающего воздуха $\varphi = 90$ % максимальное значение плотности в облаке практически такое же, как и при $\varphi = 60$ %, хотя абсолютная масса конденсата увеличивается. По-видимому, увеличение массы конденсата обусловлено увеличением объема облака. При этом время испарения облака, в течение которого оно медленно оседает и накапливается в виде тумана, увеличивается до 100 с. Такой сценарий развития наиболее опасен для окружающей среды, так как при соединении капель конденсата с вредными компонентами выбросов (например, SO_2) и твердыми частицами дыма образуется смог.

Из анализа зависимостей $T_{\min}(t)$ и $\rho_{\max}(t)$ при $T_a = 280$ К следует, что, с одной стороны, абсолютное значение плотности пара (см. рис. 4) возрастает по сравнению с соответствующим значением в случае $T_a = 300$ К, с другой — относительный прирост плотности $\Delta\rho/\rho_a$, который и определяет “отрицательную силу плавучести”, практически не меняется. Следовательно, изменение температуры окружающего воздуха хотя и приводит к значительному увеличению массы конденсата в облаке, но не оказывает существенного влияния на поведение облака. Плавучесть и время испарения облака практически не меняются.

В результате проведенного численного моделирования распространения парогазокапельной смеси в приземном слое атмосферы установлено, что, несмотря на незначительный вклад конденсата в среднюю плотность смеси в начальном состоянии, его присутствие в составе выброса приводит к поглощению большого количества тепла при испарении и к охлаждению облака до температуры ниже температуры окружающего воздуха. Это, в свою очередь, вызывает увеличение плотности и образование смеси, масса кото-

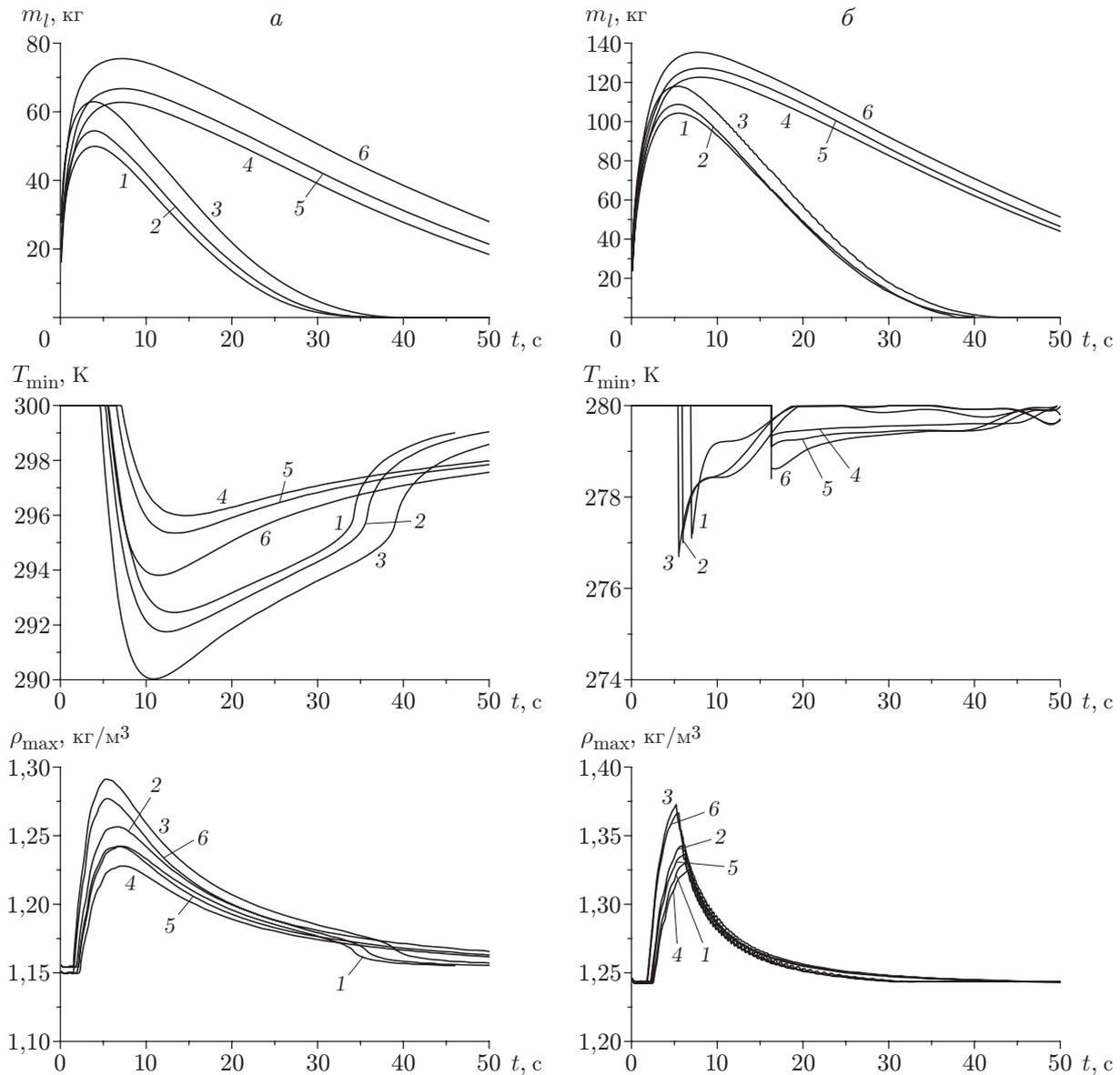


Рис. 4. Масса конденсата m_l , минимальная температура в облаке T_{\min} и максимальная парциальная плотность капель в облаке ρ_{\max} в случае перемешивания тумана с воздухом при теплой (а) и холодной (б) погоде:

1-3 — $\varphi = 60\%$ (1 — $k_{l0} = 0,01$; 2 — $k_{l0} = 0,02$; 3 — $k_{l0} = 0,04$); 4-6 — $\varphi = 90\%$ (4 — $k_{l0} = 0,01$; 5 — $k_{l0} = 0,02$; 6 — $k_{l0} = 0,04$)

рой больше массы окружающего облако воздуха. Впоследствии такое облако оседает на подстилающую поверхность и может накапливаться в виде тумана.

Показано, что основным внешним фактором, оказывающим существенное влияние на движение облака, является относительная влажность окружающего воздуха. Понижение температуры окружающего воздуха хотя и приводит к значительному увеличению массы конденсата в облаке, но не вызывает изменения характера движения выбросов, поскольку плавучесть и время испарения облака изменяются слабо.

Заключение. В работе представлены результаты исследования перемешивания парогазокапельной смеси с газом с использованием аналитической и численной моделей. Ана-

литическое решение задачи в одномерной постановке позволило предсказать значительное снижение температуры смеси в зоне перемешивания вследствие поглощения тепла при испарении. Интенсивность испарения определяется в основном влажностью газа и слабо зависит от температуры газа. Численные расчеты в трехмерной постановке подтвердили, что наличие конденсата в облаке пара в начальном состоянии приводит к охлаждению зоны перемешивания до температуры ниже температуры окружающего воздуха, что вызывает изменение характера движения облака (плаваемость облака меняет знак с положительного на отрицательный). Этот эффект усиливается при повышении влажности окружающего воздуха.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Защита** атмосферы от промышленных загрязнений: Справ. / Под ред. С. Калверта, Г. М. Инглунда. М.: Металлургия, 1988. Ч. 1.
2. **Марчук Г. И.** Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1981.
3. **Пененко В. В.** Модели и методы для задач охраны окружающей среды / В. В. Пененко, А. Е. Алоян. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1985.
4. **Матвеев Л. Т.** Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1976.
5. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973.
6. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
7. **Волосевич П. П.** Автомодельные решения задач газовой динамики и теплопереноса / П. П. Волосевич, Е. И. Леванов. М.: Физматлит, 1997.
8. **Тихонов А. Н.** Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та: Наука, 2004.
9. **Баянов И. М., Хамидуллин И. Р., Шагапов В. Ш.** Поведение облака выбросов с большим влагосодержанием в приземном слое атмосферы // Теплофизика высоких температур. 2007. Т. 45, № 2. С. 267–276.
10. **Берлянд М. Е.** Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1975.
11. **Монин А. С.** Полуэмпирическая теория турбулентной диффузии // Статистические методы в метеорологии. М., 1956. С. 3–47. (Тр. Геофиз. ин-та АН СССР; № 33).
12. **Белоцерковский О. М.** Метод крупных частиц в газовой динамике / О. М. Белоцерковский, Ю. М. Давыдов. М.: Наука, 1982.
13. **Баянов И. М., Гильмуллин М. З., Шагапов В. Ш.** Расчет растекания тяжелого газа вдоль земной поверхности по трехмерной модели // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 6. С. 130–139.

*Поступила в редакцию 24/І 2007 г.,
в окончательном варианте — 15/VI 2007 г.*