

КИНЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИСПЕРСНЫХ СРЕД С ВНУТРЕННИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Кинетический подход исследования течений газов с внутренними степенями свободы достаточно хорошо разработан [1—3]. Этот подход целесообразно распространить на дисперсные среды, поскольку круг практически важных задач в этой области весьма обширен [4]. Феноменологические модели для исследования дисперсных сред с процессами колебательной релаксации в газе, на поверхности раздела фаз и внутри твердых аэрозольных частиц разрабатывались в [5—6], а с учетом фазовых переходов — в [7]. Кинетическая модель газозвеси без внутренних степеней свободы изучалась в [8].

В настоящей работе, основываясь на строгом асимптотическом методе [2], дан вывод уравнений движения для газозвеси в случае, когда газ имеет одну внутреннюю степень свободы, например колебательную. Частицы аэрозоля также могут быть колебательно возбуждены [5—7].

Будем считать режим обтекания частиц свободномолекулярным, взаимодействие молекул газа с частицами описывать зеркально-диффузной схемой Максвелла. Хаотическим движением твердых частиц пренебрегаем. Тогда функции распределения газовых молекул $f_g(t, \mathbf{r}, c_g, E_N)$ при отсутствии внешних сил удовлетворяют следующему кинетическому уравнению:

$$(1) \quad \frac{\partial f_g}{\partial t} + c_g \frac{\partial f_g}{\partial \mathbf{r}} = J_{gg}^{el} + J_{gg}^{in} + I_{gp},$$

$$J_{gg}^{el} = \sum_{(N)} \int \{f_g f_{g_1}\} d\mathbf{P}^{el}, \quad J_{gg}^{in} = \sum_{(N)} \{f_g f_{g_1}\} d\mathbf{P}^{in}, \quad I_{gp} = (1 - \sigma_i) J_{gp}^{el} + \sigma_i J_{gp}^{in},$$

$$J_{gp}^{el} = n_p r_p^2 \left\{ \sum_{(N)} \int_{(g\mathbf{k}<0)} (g\mathbf{k}) f_g d\mathbf{k} - \sum_{(N)} \int_{(g'\mathbf{k}<0)} (g'\mathbf{k}) f'_g \int_{(g\mathbf{k}>0)} \delta[g - (g' - 2g\mathbf{k})\mathbf{k}] dg' d\mathbf{k} \right\},$$

$$J_{gp}^{in} = n_p r_p^2 \left\{ \sum_{(N)} \int_{(g\mathbf{k}<0)} (g\mathbf{k}) f_g d\mathbf{k} - \sum_N \int_{g'\mathbf{k}<0} (g'\mathbf{k}) f'_g \int_{g\mathbf{k}>0} \frac{1}{2^{3/2}} \left(\frac{m}{h^2 r} \right)^2 \times \right.$$

$$\left. \times (g\mathbf{k}) e^{-\frac{mg^2}{2kT_r} - \frac{E_N}{kT_{ir}}} dg' d\mathbf{k} \right\}.$$

Упругие J_{gg}^{el} и неупругие J_{gg}^{in} интегралы столкновений молекул между собой имеют обычный Больцмановский вид, а интегралы столкновений молекул с частицами конечного радиуса — вид, используемый в кинетической теории газов для исследования граничных задач взаимодействия с поверхностью [9]. В уравнениях (1) для упрощения записи члены с вращательными степенями свободы опущены. В качестве кинетического граничного условия принимается, что часть $(1 - \sigma_i)$ падающих на частицы молекул отражается зеркально, а другая часть σ_i сначала адсорбируется, а затем испускается поверхностью с распределением Максвелла — Больцмана при различных температурах T_r и T_{ir} поступательных и колебательных степеней свободы [10]. Коэффициент σ_i может состоять из различных частей, связанных с разными механизмами релаксации на поверхности. Каждую часть, в принципе, можно определить с помощью решения отдельных квантово-механических задач взаимодействия с поверхностью, например, задачи гетерогенной $V - T$ -релаксации [11] или резонансного $V - V$ -обмена квантами на поверхности [6]. Кинетическое

уравнение для аэрозольных частиц имеет вид

$$(2) \quad \frac{\partial f_p}{\partial t} + \mathbf{c}_p \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{r}} = J_{pp}^{el} + J_{pp}^{in} + I_{pg}.$$

Взаимодействие частиц с молекулами газа из-за большого различия масс приводит лишь к медленной диффузии частиц в пространстве скоростей, поэтому I_{pg} можно представить в форме [12]

$$I_{pg} = (\partial/\partial \mathbf{c}_p)(\mathbf{K} \partial f_p / \partial \mathbf{c}_p - \mathbf{F}_{pg} f_p)$$

($\mathbf{F}_{pg} = \int m \mathbf{g} I_{gp} d\mathbf{c}_g$ — сила, действующая на частицу со стороны молекул газа, \mathbf{K} — тензор коэффициентов диффузии в пространстве скоростей отдельной частицы). Интеграл J_{pp} имеет обычный больцмановский вид, если учитывать хаотическое движение частиц. Кинетическое описание эволюции внутримолекулярной колебательной энергии в частицах в настоящее время отсутствует, и получение структуры J_{pp}^{in} является самостоятельной сложной задачей. Отсюда при разработке феноменологических моделей [5, 6] использовались условия баланса потоков энергии и предполагалось, что внутри частиц колебательная энергия релаксирует по закону Ландау — Теллера. В данной работе основное внимание уделено исследованию режимов течения, определяемых кинетическим уравнением (1). Приведем это уравнение к безразмерной форме, полагая $f_g = \bar{f}_g n / u_0^3$, $d\mathbf{k} = d\mathbf{k} \pi r_p^2$, $\mathbf{g} = \bar{\mathbf{g}} G$, где $\mathbf{g} = \mathbf{c}_g - \mathbf{u}_p$, $G = |\mathbf{u} - \mathbf{u}_p|$, u , u_p — средние скорости газа и частиц. Если средняя длина свободного пробега l , а характерный размер задачи L , то после обезразмеривания получим

$$(3) \quad K \left(\frac{\partial f_g}{\partial t} + \mathbf{c}_g \frac{\partial f_g}{\partial \mathbf{r}} \right) = J_{gg}^{el} + \alpha J_{gg}^{in} + \frac{K}{Ku} [(1 - \sigma_i) J_{gp}^{el} + \sigma_i J_{gp}^{in}].$$

Процессы колебательной релаксации в газе предполагаются медленными, т. е. $\alpha \sim K$ [1, 2]. В уравнении (3) $K = l/L$ — число Кнудсена, параметр $Ku = r_p / u_0 ((4/3)\pi r_p^3 n_p) \tau$ ($\epsilon_0 = (4/3)\pi r_p^3 n_p$ — число Ван-дер-Ваальса по частицам) характеризует взаимодействие молекул с частицами аэрозоля. Фактически величина Ku также имеет смысл числа Кнудсена ($u_0 \tau \sim L$), но определена по взаимодействию молекул газа с частицами. Значения $Ku \gg 1$ не представляют большого интереса, так как на характерном масштабе задачи молекулы с частицами вообще не сталкиваются. Поэтому практически имеют смысл лишь $Ku \sim 1$ и $Ku \ll 1$, которые представляют собой разные случаи, поскольку основной интегральный оператор изменяется при переходе от $Ku \sim 1$ к $Ku \ll 1$. Как известно, в теории многоатомных газов различные асимптотики, связанные с выделением малых параметров, основаны на той или иной системе разбиения интеграла столкновений. Отдельные слагаемые этого интеграла соответствуют различным типам взаимодействия молекул между собой. Важно, однако, что часть интеграла соударений, отвечающая упругим столкновениям, содержит больше бинарных инвариантов, чем весь интеграл. В результате кинетическое уравнение приводит к более общему решению [1, 2]. В рассматриваемом классе задач также возможно разбиение на отдельные группы (например, J_{gg}^{el} , J_{gg}^{in} и J_{gp}^{el} , J_{gp}^{in}) по тем или иным взаимодействиям. Существенно то, что уже исходное кинетическое уравнение содержит сумму интегралов разной физической природы, которые без потери существа рассматриваемых явлений не сводятся к одному какой-либо формальной процедурой и которые имеют различные системы бинарных инвариантов. Случай $K/Ku \geq 1$ имеет свои ограничения. Выражение $K/Ku \sim 1$ адекватно $Kn \epsilon_0 \sim 1$, где $Kn = l/r_p$ — число Кнудсена, определенное по отношению к радиусу частицы. Если $\epsilon_0 \sim 1$, то необходимо принимать во внимание «стесненность» исследуемой среды и нельзя пренебрегать давлением частиц, так как $P_p/P_g \propto \epsilon_0$ [13]. В нашем случае $\epsilon_0 \ll 1$, поэтому в соответствии с принятым выше предположением режим обтекания частицы должен быть свободномолекулярным. Решение урав-

нения (3) ищем в виде ряда $f_g = f_g^{(0)} + Kf_g^{(1)} + \dots$ ($K \ll 1$). Если $Ku \ll 1$, а $K/Ku \ll 1$, что имеет место в задачах лазерной газодинамики [6], то независимо от величины σ_i основным интегральным оператором будет $J_{gg}^{el} = 0$. В кинетической теории газов это соответствует так называемому релаксационному случаю [2], т. е. сравнительно редким столкновениям молекул с частицами на газодинамических масштабах времени и расстояний. Если эти столкновения становятся столь же частыми, как и столкновения молекул между собой, т. е. $Ku \ll 1$, $K/Ku \sim 1$, основной интегральный оператор изменяется, принимая вид $J_{gg}^{el} + J_{gp}^{el} + J_{gp}^{in} = 0$ (так называемый равновесный случай в кинетической теории газов [2]). Рассмотрим последовательно эти ситуации.

1. $K \ll 1$, $Ku \sim 1$, $\sigma_i \ll 1$. Подставляя разложение функции распределения f_g в ряд по числу K в уравнение (3), в нулевом приближении получим $J_{gg}^{el} = 0$. Решением этого уравнения является двухтемпературная максвелл-большцмановская функция распределения [1]

$$(4) f_g^{(0)} = n \left(\frac{m}{2\pi k T_g} \right)^{3/2} \left[\sum_{(N)} \exp \left(-\frac{E_N}{k T_{ig}} \right) \right]^{-1} \exp \left[-\frac{m(\mathbf{c}_g - \mathbf{u})^2}{2k T_g} \right] \exp \left(-\frac{E_N}{k T_{ig}} \right).$$

Если кинетическое уравнение (3) в нулевом приближении

$$\frac{\partial f_g^{(0)}}{\partial t} + \mathbf{c}_g \frac{\partial f_g^{(0)}}{\partial \mathbf{r}} - I_{gg}^{in} - [(1 - \sigma_i) J_{gp}^{el}(f_g^{(0)}) + \sigma_i J_{gp}^{in}(f_g^{(0)})] = 0$$

умножим последовательно на инварианты 1, $m\mathbf{c}_g$, $m\mathbf{c}_g^2/2$, E_N оператора J_{gg}^{el} , проинтегрируем по пространству скоростей и просуммируем по пространству внутренней энергии, за которое всюду в дальнейшем принимается совокупность значений энергии гармонического осциллятора с бесконечным числом уровней, получим систему гидродинамических уравнений Эйлера

$$(5) \quad \begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla u &= 0, \quad \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla p + \mathbf{F}_{gp}, \quad \frac{d\bar{E}}{dt} + kT_g \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{r}} = Q_{gp} + \mathbf{F}_{gp} \mathbf{u}, \\ \bar{E} &= \frac{3}{2} kT_g + \varepsilon_N, \quad \varepsilon_N = \sum_{(N)} \exp(-E_N/kT_{ig}) \left| \sum_{(N)} \exp(-E_N/kT_{ig}), \right. \\ n \frac{d\varepsilon_N}{dt} &= \frac{\varepsilon_N(T_g) - \varepsilon_N(T_{ig})}{\tau_{ig}} + \frac{\varepsilon_N(T_{ig}) - \varepsilon_N(T_{ir})}{\tau_i^*} \\ (\mathbf{F}_{gp} &= \sum_{(N)} \int m\mathbf{c}_g I_{gp} d\mathbf{c}_g - \text{сила межфазного взаимодействия,} \\ Q_{gp} &= \sum_{(N)} \int \left(\frac{m\mathbf{c}_g^2}{2} + E_N \right) I_{gp} d\mathbf{c}_g - \text{межфазный теплообмен).} \end{aligned}$$

Конкретные выражения для \mathbf{F}_{gp} и Q_{gp} могут быть заимствованы из расчетов обтекания сферы свободномолекулярным потоком [14, 15]. При этом под σ_i в выражениях для \mathbf{F}_{gp} следует понимать коэффициенты аккомодации импульса. Принципиальная возможность $V - T$ -обмена на поверхности усложняет расчет тепловых потоков Q_{gp} . Грубо возможность $V - T$ -переходов можно учесть введением дополнительных коэффициентов аккомодации [16]. Правая часть релаксационного уравнения в системе (5) содержит члены, учитывающие процессы релаксации в газе и на поверхности. Соответствующие времена колебательной релаксации τ_{ig} , τ_i^* определены в [2, 17]. Частный случай системы (5) для течения за прямой ударной волной колебательно релаксирующего газа с «вмороженными» в него частицами рассматривался в [17].

В первом приближении по K кинетическое уравнение (3) имеет вид

$$(6) \quad \frac{\partial f_g^{(0)}}{\partial t} + \mathbf{c}_g \frac{\partial f_g^{(0)}}{\partial \mathbf{r}} - I_{gp}(f_g^{(0)}) - J_{gg}^{in}(f_g^{(0)}) = J_{gg}^{el}(f_g^{(1)}).$$

Подставляя в (6) функцию (4) и исключая частные производные по времени с помощью (5), получим

$$f_g^{(0)} \left\{ \left(\frac{mC_g^2}{2kT_g} - \frac{5}{2} \right) \frac{\partial \ln T_g}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{C}_g + \frac{m}{kT_g} \left(\overline{\mathbf{C}_g \mathbf{C}_g} : \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{r}} \right) + \frac{(E_N - \varepsilon_N)}{kT_{ig}} \frac{\partial \ln T_{ig}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{C}_g + \right. \\ \left. + \frac{d\varepsilon_N}{dt} \left[\left(\frac{1}{kT_g} - \frac{mC_g^2}{3k^2T_g^2} \right) + \frac{(E_N - \varepsilon_N)}{kT_{ig}^2 c_{vi}(T_{ig})} \right] \right\} - J_{gg}^{i\alpha}(f_g^{(0)}) - I_{gp}(f_g^{(0)}) = J_{gg}^{eI}(f_g^{(1)}).$$

Интеграл $I_{gp}(f_g^{(0)})$ можно представить как разложение по неприводимым тензорам:

$$(7) \quad I_{gp}(f_g^{(0)}) = f_g^{(0)} \left[L_0 + \mathbf{C}_g \mathbf{L}_1 + \left(\frac{mC_g^2}{2kT_g} - \frac{3}{2} \right) L_2 + \frac{m}{kT_g} \overline{\mathbf{C}_g \mathbf{C}_g} : \overline{\mathbf{L}_2} + \right. \\ \left. + \mathbf{C}_g \left(\frac{mC_g^2}{2kT_g} - \frac{5}{2} \right) \mathbf{L}_3 + \mathbf{C}_g \frac{(E_N - \varepsilon_N)}{kT_{ig}} \mathbf{L}_4 + \dots \right],$$

где \mathbf{L}_1 , L , \mathbf{L}_3 и другие коэффициенты вычисляются умножением обеих частей ряда (7) на соответствующие множители с последующим интегрированием по скорости и суммированием по пространству внутренней энергии, но имеют довольно громоздкий вид. Так, например,

$$\mathbf{L}_3 = \frac{4}{5n} \left(\frac{m}{2kT_g} \right) \sum_{(N)} \int C_g^2 \left(\frac{mC_g^2}{2kT_g} - \frac{5}{2} \right) I_{gp}(f_g^{(0)}) dc_g = \\ = - \frac{4}{5} \pi n_p r_p^2 \Omega \left\{ \frac{\exp(-\Omega^2)}{\sqrt{\pi}} \left(\Omega^2 + \frac{9}{8\Omega^2} + \frac{5}{2} \right) + \left[\left(\Omega^3 + 3\Omega + \frac{15}{8\Omega} - \frac{9}{16\Omega^3} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{5}{2\gamma} \left(\Omega + \frac{1}{5\Omega} + \frac{3}{20\Omega^3} \right) \right] \operatorname{erf} \Omega + \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}} \left(\Omega^2 + \frac{5}{6\gamma} + \frac{5}{6} \right) \right\} \\ \left(\Omega = \sqrt{\frac{m}{2kT_g}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_p), \gamma = \frac{T_g}{T_p}, \sigma_i = 1 \right).$$

Структурный вид функции распределения первого приближения находится так же, как и в [18, 2]:

$$\varphi = -\mathbf{A}_1 (\nabla \ln T_g - \mathbf{L}_3) - \mathbf{A}_2 (\nabla \ln T_{ig} - \mathbf{L}_4) - \mathbf{B} : (\nabla \mathbf{u} - \overline{\mathbf{L}_2}) - G.$$

Относительно неизвестных \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 , ... имеют место интегральные уравнения, аналогичные приведенным в [2, 19], но с учетом членов $I_{gp}(f_g^{(0)})$, ответственных за гетерогенные процессы. Из решения этих уравнений с помощью процедуры, подробно описанной в [2, 19], могут быть определены диссипативные коэффициенты. Очевидно, что в рассматриваемом случае дисперсной среды эти коэффициенты будут совпадать с полученными в [19] для колебательного релаксирующего газа, так как структуры основных интегральных операторов совпадают. Влияние частиц отразится лишь на структуре потоковых членов. Тепловой поток и тензор давления запишутся как

$$\mathbf{q} = \sum_{(N)} \int f_g^{(0)} \left(\frac{mC_g^2}{2} + E_N \right) \left[\left(\mathbf{A}_1 \frac{\partial T_g}{\partial \mathbf{r}} - \mathbf{L}_3 \right) + \left(\mathbf{A}_2 \frac{\partial T_{ig}}{\partial \mathbf{r}} - \mathbf{L}_4 \right) \right] \mathbf{C}_g dc_g = \\ = -\lambda_t \left(\frac{\partial T_g}{\partial \mathbf{r}} - \mathbf{L}_3 \right) - \lambda_i \left(\frac{\partial T_{ig}}{\partial \mathbf{r}} - \mathbf{L}_4 \right), \\ \mathbf{P} = \sum_{(N)} \int m f_g^{(0)} \mathbf{C}_g \mathbf{C}_g \overline{\mathbf{B}} : (\nabla \mathbf{u} - \overline{\mathbf{L}_2}) dc_g = -\mu_g (\nabla \mathbf{u} - \overline{\mathbf{L}_2})$$

(λ_t , λ_i — коэффициенты теплопроводности от поступательных и колебательных степеней свободы [19], μ_g — коэффициент сдвиговой вязкости).

II. $K \ll 1$, $\alpha \sim K$, $Ku \ll 1$, $K/Ku \sim 1$. В этом случае в нулевом приближении

$$(8) \quad J_{gg}^{el}(f_g^{(0)}) + I_{gp}(f_g^{(0)}) = 0,$$

т. е. влияние частиц сказывается уже на масштабе средней длины свободного пробега молекул l . Оценку этого влияния можно сделать, например, рассматривая задачу об ударной волне в дисперсной среде, полагая для простоты, что отсутствует относительное движение между газом и частицами. Тогда для изменения температуры в релаксационной зоне [17] получим

$$(9) \quad u \frac{dT}{dx} = \frac{T - T_w}{(\sigma_i Z^{-1})(1 + n\bar{v}\tau_a/\sigma_0)}$$

($Z^{-1} = (\pi r_p^2 n_p \bar{v})^{-1} = (\epsilon_0 \bar{v}/r_p)^{-1}$, τ_a — время адсорбции, $\sigma_0 = 10^{15}$ см⁻²). Обычно степень заполнения поверхности адсорбированными молекулами невелика и множителем $n\bar{v}\tau_a/\sigma_0$ можно пренебречь. Если за фронтом волны температура $T = T_g$, то решение уравнения (9) имеет вид $T(x) = T_w + (T_g - T_w) \exp(-x/(\sigma_i L Ku))$. Из него следует, что при $x \sim l$ и $\sigma_i \approx 1$, когда $T(x) = T_w + (T_g - T_w) \exp(-K/Ku)$, в случае $K/Ku \geq 1$ температура газа T может отличаться от значения T_g , определяемого лишь газовой средой [4], на конечную величину. Главный член основного интегрального оператора (8) — I_{gp} , поскольку он определяет равновесное состояние между газом и частицами. Для интеграла I_{gp} существует так называемый принцип взаимности [9], являющийся аналогом используемого в кинетической теории газа принципа детального баланса, но для столкновений молекул с поверхностью. Этот принцип имеет место и при наличии внутренних степеней свободы [20]. Пользуясь Н-теоремой [18], можно показать, что Н-функция от каждого слагаемого в (8) меньше или равна нулю. При произвольных n_p и σ_i условие удовлетворяется, если по отдельности I_{gp} и J_{gg}^{el} обращаются в нуль. Для диффузного отражения $I_{gp} = 0$ в случае, когда распределение падающих молекул локально-максвелловское с температурой, равной температуре поверхности $T_w = T_p$ [9], для зеркального — при отсутствии относительного движения газа и частиц. Поэтому для функции распределения нулевого приближения запишем

$$f_{gp}^{(0)} = n \left(\frac{m}{2\pi k T_p} \right)^{3/2} \left[\sum_{(N)} \exp\left(-\frac{E_N}{k T_{ip}}\right) \right]^{-1} \exp\left[-\frac{m(c - \mathbf{u}_p)^2}{2k T_p}\right] \exp\left(-\frac{E_N}{k T_{ip}}\right).$$

Эта функция удовлетворяет также и условиям $J_{gg}^{el} = 0$.

Макроскопические параметры T_p , T_{ip} , ... в общем случае определяются с учетом «гидродинамики» частиц, т. е. системы уравнений, следующей из кинетического уравнения (2). Если процессы колебательной релаксации внутри и на поверхности изолированных частиц заморожены, полное равновесие на гидродинамических масштабах ($\sim L$) устанавливается за счет процессов $V - T$ -релаксации в газе и на поверхности частиц.

Кинетические коэффициенты, определяемые стандартной процедурой [2, 18, 19], в отличие от случая I будут зависеть от столкновений молекул с частицами. Так, в частности, для коэффициентов вязкости μ_{gp} и теплопроводности λ_{tp} при $\sigma_i = 1$ получаем

$$(10) \quad \mu_{gp} = \mu_g \left(1 + \frac{2n_p r_p^2}{3n\Omega_1^2(2)} \right)^{-1} = \mu_g \left(1 + a \frac{K}{Ku} \right)^{-1},$$

$$\lambda_{tp} = \lambda_t \left(1 + \frac{n_p r_p^2}{4n\Omega_1^2(2)} \right)^{-1} = \lambda_t \left(1 + a \frac{K}{Ku} \right)^{-1}$$

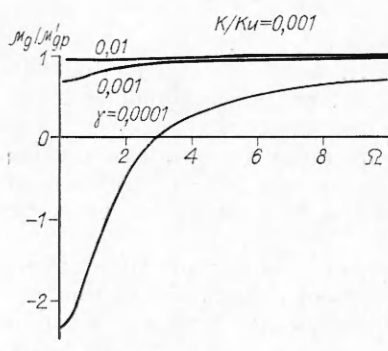
$(\Omega, 2(2))$ — скобочный интеграл, идентичный интегралам, определенным в [18], $a \sim 1$). На коэффициенты μ_{gp} , λ_{tp} внутренние степени свободы не влияют, поэтому они должны совпадать с соответствующими коэффициентами для газовой фазы, состоящей из одноатомного газа и невозбужденных частиц. Подобная газовая смесь подробно изучалась ранее [8], но с помощью обобщенного метода Чепмена — Энскога [21]. Было получено следующее выражение для коэффициента вязкости:

$$(11) \quad \mu'_{gp} = \mu_g \left\{ 1 + \frac{n_p r_p^2}{n} \sqrt{\frac{2kT_g}{m}} \frac{8 \exp(-\Omega^2) + \left(8\Omega^2 + 8 - \frac{2}{\gamma}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{\Omega} \operatorname{erf} \Omega}{12\Omega_1^2(2)} \right\}^{-1}$$

На рисунке показаны результаты расчетов коэффициента вязкости по (11). Видно, что, начиная с некоторых значений температурного фактора γ , коэффициент вязкости становится отрицательным в определенной области изменения величины Ω . Это наблюдается даже при малых значениях отношения K/Ku , когда добавки в коэффициенты переноса, вызванные присутствием другой фазы, должны быть малыми ($\sim O(K/Ku)$).

Попытаемся объяснить, чем может быть вызвано это обстоятельство. Согласно обобщенному методу, возможно построение композитного решения кинетических уравнений, пригодного для любых значений отношения K/Ku *. Поскольку концентрации частиц n_p и другие величины, входящие в Ku ($Ku = l_g/l_{gp}$, $l_{gp} = 1/(\pi r_p^2 n_p)$), можно изменять независимо, отношение K/Ku действительно может быть произвольным. Тогда, применяя алгоритм обобщенного метода к рассматриваемой задаче, получим [8], что локально-равновесное решение следует определять из условия $J_{gg} = 0$ независимо от величины K/Ku **, как в чистом одноатомном газе. Следовательно, в главном приближении частицы не влияют на параметры газовой фазы, даже при $K/Ku > 1$, хотя обмен кинетической энергией молекул с поверхностью частиц идет практически за одно столкновение.

В силу физической невозможности такой ситуации должен возникать тонкий переходный слой порядка средней длины свободного пробега, на котором $T_g \rightarrow T_p$, т. е. область, отвечающая кинетическому режиму, не описываемому уравнениями гидродинамики. В строгих методах, основанных на четком разделении асимптотических масштабов, подобные режимы либо исследуются отдельно [22], либо считаются уже пройденными [2]. Разделение на «быстрые» $\sim l$ и «медленные» $\sim L$ процессы (или на равновесные и релаксационные) можно классифицировать по числу Кнудсена $K = l/L \ll 1$. Непрерывное изменение какого-либо из них во всем



возможном диапазоне означает переход из масштаба L в l или обратно, т. е. включает режим, когда $K = 1$. Однако в гидродинамической постановке такой переход, как известно, не возможен без разрыва. Этот факт и предопределил сложившуюся практику рассмотрения различных асимптотических случаев, в том числе так называемых равновесного и релаксационного, при исследовании газов с внутренними степенями свободы [1—3, 16]. В обобщенном методе тонкие переходные слои, хотя и неявно, но с необходимо-

* В газах с внутренними степенями свободы роль параметра K/Ku играет вероятность α неупругого обмена энергией [21] при молекулярных столкновениях. Соответствующие интегралы соударений имеют больцмановский тип. В данном случае структура J_{gp} несколько иная, но это, как показано в [8], не является препятствием к возможному применению обобщенного метода.

** В строгих методах [1—3, 22] решение, определяемое условием $J_{gg} = 0$, имеет место лишь для малых значений α или отношения K/Ku , но практически в большинстве случаев оно применимо и при $\alpha \lesssim 1$.

стью включаются в алгоритм метода в соответствии с основной целью — получить непрерывное решение во всей области изменения параметра. Физически разрывная задача формально превращается при этом в непрерывную, что и ведет к уравнениям гидродинамики с макропараметрами, не отвечающими реальной физической ситуации, и, вообще говоря, к другим коэффициентам переноса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жигулев В. Н. Об уравнениях физической аэродинамики // Инж. журн. — 1963. — Т. 3, вып. 1.
2. Жигулев В. Н., Кузнецов В. М. Некоторые проблемы физической аэродинамики // Тр. ЦАГИ. — 1969. — Вып. 1136.
3. Валландер С. В., Нагнибеда Е. А., Рыдалевская М. А. Некоторые вопросы кинетической теории химически реагирующей смеси газов. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1977.
4. Кузнецов В. М. Неравновесные процессы в многофазных системах // Механика неоднородных сред. — Новосибирск, 1981.
5. Кузнецов В. М., Кузнецов М. М. Многотемпературные модели в задачах неоднородных течений релаксирующего газа // ЧММСС. — 1980. — Т. 11, № 3.
6. Бармашенко Б. В., Кузнецов В. М., Кузнецов М. М. Неравновесная система газ — поверхность — твердое тело в задачах релаксационной газовой динамики // ПМТФ. — 1983. — № 2.
7. Кузнецов В. М., Кузнецов М. М. Некоторые проблемы неравновесной газовой динамики, кинетики и катализа в течениях дисперсных сред с внутренними степенями свободы // Уч. зап. ЦАГИ. — 1984. — Т. 15, № 4.
8. Лунькин Ю. П., Мымрин В. Ф. Применение кинетической теории для получения замкнутой системы уравнений динамики газовой смеси // Письма в ЖТФ. — 1979. — Т. 5, вып. 3.
9. Чериньяни К. Теория приложения уравнения Больцмана. — М.: Мир, 1978.
10. Кузнецов М. М. Кнудсенский слой в течении с двухтемпературной релаксацией // ПМТФ. — 1972. — № 6.
11. Кожушнер М. А., Шуб Б. Р. Вероятность образования и время жизни молекул в колебательно-возбужденном состоянии при адсорбции // Нестационарные и неравновесные процессы в гетерогенном катализе. — М.: Наука, 1978. — Вып. 17.
12. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979.
13. Pai S. I. Fundamental equation of a mixture of a gas and small spherical solid particles from simple kinetic theory // Rev. roum. sci. techn. Sér. mec. appl. — 1974. — V. 19, N 4.
14. Шидловский В. П. Введение в динамику разреженного газа. — М.: Наука, 1965.
15. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. — М.: ИЛ, 1962.
16. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. — М.: Наука, 1967.
17. Кузнецов В. М., Кузнецов М. М. Об одной газодинамической модели двухфазного течения с сильной уровневой неравновесностью // Тр. ЦАГИ. — 1978. — Вып. 1932.
18. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. — М.: ИЛ, 1960.
19. Кузнецов В. М. Кинетические коэффициенты в теории двухтемпературной колебательной релаксации // Изв. АН СССР. Механика. — 1965. — № 3.
20. Kuscer I. Reciprocity in scattering of gas molecules by surfaces // Surface Sci. — 1971. — V. 25, N 2.
21. Коган М. Н., Макашев Н. К. О построении уравнений газодинамики для многоатомных газов с произвольным отношением скоростей упругих и неупругих процессов // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1978. — № 2.
22. Струминский В. В. Влияние диффузионной скорости на течение газовых смесей // ПММ. — 1974. — Т. 38, вып. 2.

г. Москва

Поступила 23/XI 1983 г.,
в окончательном варианте — 21/III 1989 г.

УДК 624.131+539.215

Г. М. Ляхов

ОБ УЧЕТЕ ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ В ДИНАМИКЕ ГРУНТОВ И ПОРИСТЫХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СРЕД

Анализ опытов показывает, что объемная вязкость грунтов, горных пород, льда, снега не является константой среды, она меняется в процессе нагружения.

Ниже проводится усовершенствование модели твердой нелинейной вязкопластической многокомпонентной среды, предназначенной для описания волновых процессов [1], введением переменной объемной вязкости. Принято, что вязкость меняется

© 1990 Ляхов Г. М.