

УДК 532.546; 537.322.2

ФИЛЬТРАЦИЯ ФЛЮИДА К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ЗОНЫ ЗАГРЯЗНЕНИЯ

И. В. Воронич, Л. А. Гайдуков*, Н. Н. Михайлов**

Московский физико-технический институт (государственный университет),
140180 Жуковский Московской области

* Институт проблем нефти и газа РАН, 119333 Москва

** Российский государственный университет нефти и газа им. И. М. Губкина, 119333 Москва
E-mails: voronich@pochta.ru, leonid68@inbox.ru, folko200@mail.ru

Рассмотрена задача о стационарном фильтрационном течении несжимаемого однофазного флюида в окрестности горизонтальной скважины с изменяющейся проницаемостью в зоне загрязнения. На основе уравнения фильтрации с использованием закона Дарси численно исследована зависимость производительности горизонтальной скважины от различных параметров зоны загрязнения. Показано, что влияние на производительность скважины ряда параметров (размера зоны загрязнения, степени загрязнения, формы профиля проницаемости) весьма существенно. Предложена аналитическая аппроксимация относительной производительности горизонтальной скважины в изотропном пласте с учетом основных параметров зоны загрязнения. Получено выражение для скин-фактора, обусловленного загрязнением пласта.

Ключевые слова: горизонтальная скважина, фильтрация, производительность, зона вблизи скважины, зона загрязнения, скин-фактор.

Введение. В настоящее время одной из наиболее востребованных технологий добычи нефти является бурение горизонтальных скважин (ГС). Однако влияние изменения фильтрационных свойств зоны вблизи скважины в процессе бурения и эксплуатации на производительность ГС изучено недостаточно. Одной из основных причин ухудшения фильтрационных свойств пласта является засорение его твердыми частицами, которые проникают в поровое пространство, препятствуя фильтрации целевого флюида (нефти или газа). В результате вокруг ствола ГС формируется зона загрязнения (ЗЗ), имеющая сложное строение и обладающая рядом особенностей. Лабораторные исследования формирования ЗЗ в анизотропном пласте показали, что она имеет форму, близкую к форме эллипса, вытянутого в направлении увеличения проницаемости [1]. В работах [2, 3] показано, что вследствие гравитационной сегрегации в изотропных коллекторах вокруг ГС также формируется асимметричная ЗЗ.

В настоящей работе рассматривается влияние изменения проницаемости коллектора вследствие его загрязнения на распределение давления в изотропном пласте в зоне вблизи скважины и выявляются основные факторы, обуславливающие снижение производительности ГС. Ранее экспериментально было показано, что вследствие техногенного воздействия в конкретной ЗЗ формируется устойчивый профиль проницаемости, который может быть аппроксимирован степенной функцией [3, 4]. В настоящей работе проведено исследование влияния степени загрязнения, размеров и формы ЗЗ, а также геометрических параметров профиля проницаемости в ней на производительность ГС. Представленные результаты получены численно на основе математической модели притока флюида к ГС с учетом изменения проницаемости в ЗЗ. Путем сравнения численных и аналитических

решений проведена верификация численного метода. На основе результатов численных расчетов предложена аналитическая аппроксимация зависимости относительной производительности ГС в изотропном пласте от основных параметров ЗЗ, получено выражение для скин-фактора.

1. Математическая модель фильтрации и постановка задачи. Модель строится на основе уравнения неразрывности для двумерного стационарного поля скоростей фильтрации однофазного несжимаемого флюида

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

где компоненты скорости фильтрации u , v определяются законом Дарси:

$$u = -\frac{k_1(x, y)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v = -\frac{k_2(x, y)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (2)$$

Здесь x , y — декартовы координаты; p — давление; μ — динамическая вязкость флюида; $k_i(x, y)$ — компоненты проницаемости:

$$k_i(x, y) = k_{0i} A(x, y), \quad (3)$$

k_{0i} ($i = 1, 2$) — коэффициенты проницаемости исходного пласта в направлениях осей Ox и Oy соответственно; $A_0 \leq A(x, y) \leq 1$ — безразмерная функция, моделирующая изменение проницаемости в ЗЗ (внутренний контур ЗЗ совпадает с контуром скважины). В изотропном пласте $k_{01} = k_{02}$. Влияние сил гравитации на течение флюида не учитывается.

Течение флюида рассматривается в прямоугольной области Ω : $\{x \in [0, L], y \in [0, H]\}$ (H — расстояние от подошвы до кровли пласта; $L \gg H$ — расстояние от скважины до контура питания (предполагается симметрия задачи относительно оси Oy). Контур скважины $\partial\Omega_w$ задается уравнением $x^2 + y^2 = R_w^2$, $x \geq 0$, где R_w — радиус скважины (рис. 1).

Производительность скважины Q определяется как поток флюида через ее контур или через любой другой контур $\partial\Omega_q$, охватывающий скважину:

$$Q = C \oint_{\partial\Omega_q} \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dl.$$

Здесь $\mathbf{V} = (u, v)$ — вектор скорости фильтрации; \mathbf{n} — вектор внешней нормали к элементу контура dl ; C — размерная константа.

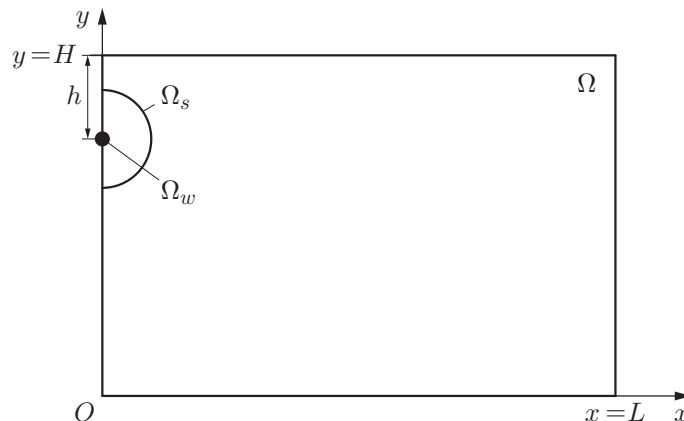


Рис. 1. Схема задачи

Система граничных условий включает условия постоянства давления p_c на контуре питания и p_w на контуре скважины, а также условия непротекания на кровле, подошве пласта и на плоскости симметрии:

$$\begin{aligned} p &= p_c \quad (x = L, 0 < y < H), & p|_{\partial\Omega_w} &= p_w, \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \quad (0 < x < L, y = 0, H), & \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \quad (x = 0, 0 < y < H). \end{aligned} \quad (4)$$

Предполагается, что на контуре ЗЗ $\partial\Omega_s$ давление и нормальная компонента скорости непрерывны: $p|_{\partial\Omega_s^-} = p|_{\partial\Omega_s^+}$, $V_n|_{\partial\Omega_s^-} = V_n|_{\partial\Omega_s^+}$ ($\partial\Omega_s^-$, $\partial\Omega_s^+$ — внутренняя и внешняя границы контура ЗЗ).

2. Структура зоны загрязнения. Изменение фильтрационных свойств пласта в ЗЗ моделируется введением безразмерной функции приведенной проницаемости $A(x, y)$ в выражения для компонент проницаемости (3).

В случае круговой ЗЗ будем считать, что приведенная проницаемость $A(x, y)$ зависит от радиуса r , при этом приведенный радиус определяется по формуле $r_e = (r - R_w)/(R_s - R_w)$. Вследствие влияния сил гравитации и (или) анизотропии форма ЗЗ может существенно отличаться от круговой. В настоящей работе контур ЗЗ в общем случае полагается эллиптическим с полуосями длиной a и b , при этом центр скважины может быть смещен относительно центра ЗЗ на расстояние d . В данном случае приведенный радиус определяется выражением $r_e = \sqrt{(x/a)^2 + (y/b)^2}$.

Приведенная проницаемость $A(x, y) = A(r_e)$ в ЗЗ принимается в виде степенной функции с параметром n :

$$A(r_e) = (1 - A_0)r_e^n + A_0, \quad 0 \leq r_e \leq 1. \quad (5)$$

3. Аналитические решения задачи. В общем случае ГС в пласте конечной высоты с произвольной ЗЗ аналитические решения задачи неизвестны. Однако для исходного пласта конечной толщины и бесконечного пласта с круговой ЗЗ имеются решения задачи в элементарных функциях, что позволяет верифицировать численный метод.

В случае изотропного пласта конечной толщины при $k_i(x, y) = k_0 = \text{const}$ распределение давления в области Ω с точечным стоком, расположенным на расстоянии h от кровли пласта, при заданном потоке массы Q_0 на единицу длины ГС имеет вид [5]

$$p(x, y) = p_c + \frac{Q_0\mu}{4\pi k_0} \ln \left(\frac{\text{ch}(\pi x/H) + \cos(\pi(y-h)/H)}{\text{ch}(\pi L/H) + \cos(\pi(y-h)/H)} \frac{\text{ch}(\pi x/H) + \cos(\pi(y+h)/H)}{\text{ch}(\pi L/H) + \cos(\pi(y+h)/H)} \right), \quad (6)$$

где h — расстояние от оси скважины до кровли пласта. Из (6) можно получить выражение для производительности единицы длины ГС радиусом R_w :

$$Q_0 = \frac{4\pi k_0}{\mu} \frac{\Delta p}{R(L, H, R_w, h)}. \quad (7)$$

Здесь

$$R(L, H, R_w, h) = \ln \left(\frac{\text{ch}(\pi L/H) - \cos(2\pi h/H)}{\text{ch}(\pi R_w/H) - \cos(2\pi h/H)} \frac{\text{ch}(\pi L/H) - 1}{\text{ch}(\pi R_w/H) - 1} \right),$$

$\Delta p = p_c - p_w > 0$ — разность давлений (депрессия).

При $L = H \rightarrow \infty$ давление в круговой ЗЗ не зависит от формы области Ω и является функцией радиуса [6]:

$$p(r) = p_w + \frac{\Delta p \Psi(R_w, r)}{\Psi(R_w, R_s) + \ln(L/R_s)}, \quad r \in [R_w, R_s].$$

Здесь

$$\Psi(r_1, r_2) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{A(r)r}.$$

4. Численный метод и его верификация. Численный метод решения задачи строится на основе уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_1(x, y) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_2(x, y) \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0, \quad (8)$$

полученного из (1) с учетом (2) в предположении $\mu = \text{const}$.

Структура рассматриваемых решений задачи (1)–(4) такова, что наибольший градиент поля давления (и наибольшая скорость фильтрации) реализуется вблизи скважины, где должна использоваться подробная расчетная сетка, тогда как вдали от скважины использование подробной расчетной сетки не требуется. Для уменьшения вычислительных затрат и повышения точности решения применим преобразование координат вида

$$x = Lf(\xi), \quad y = Hg(\eta),$$

где $\xi, \eta \in [0, 1]$ — нормализованные координаты; $f(\xi), g(\eta)$ — зависящие от параметров n, m функции растяжения [7], отображающие единичный отрезок на себя:

$$f(\xi, n, m) = n\xi + (1-n)(1 - \text{th}(m(1-\xi)) / \text{th} m).$$

В новых координатах уравнение (8) принимает вид

$$\frac{1}{Lf'(\xi)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{k_1(\xi, \eta)}{Lf'(\xi)} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{Hg'(\eta)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{k_2(\xi, \eta)}{Hg'(\eta)} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = 0. \quad (9)$$

В результате дискретизации (9) получаем следующую разностную схему ($0 \leq i \leq N_x, 0 \leq j \leq N_y$):

$$F_{ij} \frac{1}{\Delta \xi} \left(F_{i+1/2j} k_{1i+1/2j} \frac{p_{i+1j} - p_{ij}}{\Delta \xi} - F_{i-1/2j} k_{1i-1/2j} \frac{p_{ij} - p_{i-1j}}{\Delta \xi} \right) + G_{ij} \frac{1}{\Delta \eta} \left(G_{ij+1/2} k_{2ij+1/2} \frac{p_{ij+1} - p_{ij}}{\Delta \eta} - G_{ij-1/2} k_{2ij-1/2} \frac{p_{ij} - p_{ij-1}}{\Delta \eta} \right) = 0, \quad (10)$$

где

$$p_{ij} = p(i\Delta \xi, j\Delta \eta), \quad F_{ij} = F(i\Delta \xi, j\Delta \eta), \quad G_{ij} = G(i\Delta \xi, j\Delta \eta),$$

$$f_{1i} = f_1(i\Delta \xi), \quad g_{1j} = g_1(j\Delta \eta),$$

$$F(\xi, \eta) = \frac{1}{Lf_1(\xi)}, \quad G(\xi, \eta) = \frac{1}{Hg_1(\eta)}, \quad f_1(\xi) = f'(\xi), \quad g_1(\eta) = g'(\eta).$$

Схема (10) аппроксимирует уравнение (8) и является консервативной схемой сквозного счета второго порядка точности. Выразим величину p_{ij} через величины в соседних узлах и построим подходящий итерационный процесс [8]:

$$p_{ij}^{l+1} = \omega p_{ij}^l + (1 - \omega)A/B. \quad (11)$$

Здесь $\omega = 0,01$ — коэффициент релаксации,

$$A = F_{ij} \frac{F_{i+1/2j} k_{1i+1/2j} p_{i+1j}^l + F_{i-1/2j} k_{1i-1/2j} p_{i-1j}^{l+1}}{\Delta \xi^2} + \\ + G_{ij} \frac{G_{ij+1/2} k_{2ij+1/2} p_{ij+1}^l + G_{ij-1/2} k_{2ij-1/2} p_{ij-1}^{l+1}}{\Delta \eta^2}, \\ B = F_{ij} \frac{F_{i+1/2j} k_{1i+1/2j} + F_{i-1/2j} k_{1i-1/2j}}{\Delta \xi^2} + G_{ij} \frac{G_{ij+1/2} k_{2ij+1/2} + G_{ij-1/2} k_{2ij-1/2}}{\Delta \eta^2}.$$

В расчетах по предложенной схеме контуры скважины и ЗЗ не задавались; в узлах внутри скважины давление постоянно и равно p_w , на контуре питания давление равно p_c . Выполнение условий непротекания и симметрии обеспечивалось за счет использования в конечно-разностной схеме (10), (11) фиктивных ячеек на границах расчетной области.

Для случая исходного изотропного пласта верификация численного метода проводилась в области с параметрами $L = 25$, $H = 10$ ($R_w = 0,1$, $h = H/2$) на расчетной сетке $N_x \times N_y = 200 \times 200$, для случая бесконечного пласта с круговой ЗЗ — в области с параметрами $L = H = 100$ ($R_w = 0,1$, $R_s = 1$) на расчетной сетке $N_x \times N_y = 200 \times 200$. Различие между полями давления и производительностями, полученными численно и аналитически, не превышает 1 %. На основе анализа точности численных решений верификационных задач установлено, что для корректного моделирования фильтрации вблизи скважины и ЗЗ на радиус скважины должно приходиться не менее 10 ячеек расчетной сетки, отношение размеров соседних ячеек в ЗЗ не должно превышать значения, равного 1,2. В силу линейности задачи во всех расчетах депрессия (разность давлений) была принята постоянной: $\Delta p = p_c - p_w = 1$.

5. Влияние функции $A(r_e)$ на производительность скважины. На рис. 2 представлена зависимость относительной производительности скважины Q/Q_0 для изотропного пласта от параметра R_s/R_w ($R_w \ll H$) в случае круговой ЗЗ при $A_0 = 0,3$ и различных

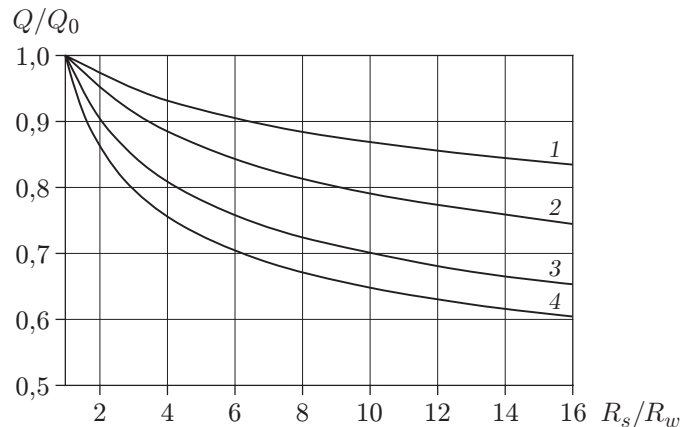


Рис. 2. Зависимость относительной производительности скважины Q/Q_0 от параметра R_s/R_w в случае круговой ЗЗ при $A_0 = 0,3$ и различных значениях параметра n : 1 — $n = 0,5$; 2 — $n = 1$; 3 — $n = 3$; 4 — $n \rightarrow \infty$

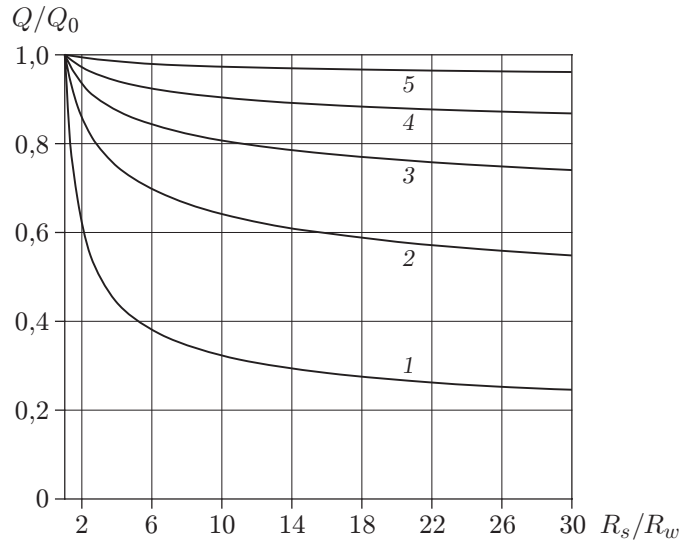


Рис. 3. Зависимость относительной производительности скважины Q/Q_0 от параметра R_s/R_w в случае круговой ЗЗ при различных значениях A_0 :
 1 — $A_0 = 0,1$; 2 — $A_0 = 0,3$; 3 — $A_0 = 0,5$; 4 — $A_0 = 0,7$; 5 — $A_0 = 0,9$

значениях параметра n . Решения получены в области $L \times H = 50 \times 10$ на расчетной сетке $N_x \times N_y = 300 \times 200$ при $R_w = 0,1$, $h = H/2$. Удовлетворительное соответствие результатов численных расчетов имеющимся экспериментальным данным [3] может быть достигнуто при $n = 3$. В силу того что при $n = 3$ и $n \rightarrow \infty$ результаты расчетов близки, далее используется предельное распределение (5) с $n \rightarrow \infty$ (ступенчатое распределение).

6. Влияние размера зоны загрязнения и степени загрязнения на производительность скважины. Определяющими параметрами, уменьшающими производительность ГС при заданном профиле распределения $A(r_e)$ и форме ЗЗ являются размер ЗЗ и величина A_0 . На рис. 3 представлена зависимость относительной производительности скважины Q/Q_0 от параметра R_s/R_w при различных значениях A_0 в случае ступенчатого распределения приведенной проницаемости ($n \rightarrow \infty$) в круговой ЗЗ.

Для получения аналитической оценки производительности ГС на основе численных данных предлагается использовать следующую аппроксимирующую зависимость относительной производительности скважины от размера круговой ЗЗ и степени загрязнения $0,1 \leq A_0 \leq 1,0$ при фиксированном значении Δp :

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{1}{1 + \chi(A_0^{-1} - 1) \ln(R_s/R_w)}. \quad (12)$$

Здесь χ — коэффициент аппроксимации (при $L/H \gg 1$ $\chi \simeq 0,08$). При построении зависимости (12) переменные выбирались из следующих соображений. При $R_s/R_w \sim 1$ и $R_w \ll H$ влияние переменной R_s/H незначительно, при $R_s/R_w \gg 1$ и $R_s < H$ зависимость (12) является удовлетворительной аппроксимацией, поскольку вдали от скважины скорости фильтрации малы.

7. Скин-фактор. Понятие скин-фактора введено для оценки состояния расположенной вблизи скважины зоны с ухудшенной проницаемостью [9]. В [9] также показано, что для достижения первоначальной производительности нужно увеличить депрессию на пласт пропорционально величине скин-фактора. В работе [10] скин-фактор определен как

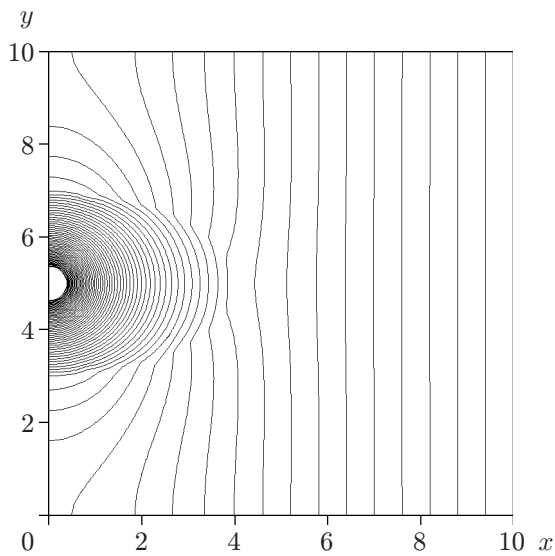


Рис. 4

Рис. 4. Изобары в случае эллиптической ЗЗ

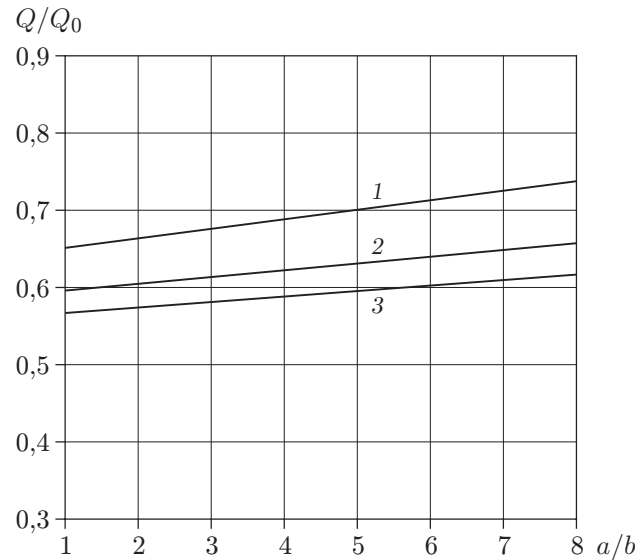


Рис. 5

Рис. 5. Влияние геометрических параметров ЗЗ на производительность скважины в изотропном пласте:

1 — $ab = 3$; 2 — $ab = 9$; 3 — $ab = 16$

дополнительное слагаемое в знаменателе формулы Дюпюи для притока флюида к вертикальной скважине. Введем скин-фактор S для участка ГС единичной длины в загрязненном пласте аналогично тому, как это сделано в [10]:

$$Q = \frac{4\pi k_0}{\mu} \frac{\Delta p}{R(L, H, R_w, h) + S}.$$

Тогда с учетом (7) получаем

$$S = (Q_0/Q - 1)R(L, H, R_w, h).$$

С использованием (12) выражение для скин-фактора принимает вид

$$S = \chi(A_0^{-1} - 1) \ln(R_s/R_w)R(L, H, R_w, h).$$

8. Влияние формы зоны загрязнения на производительность скважины. На рис. 4 представлено поле давления в области Ω ($L \times H = 50 \times 10$) вокруг ГС с эллиптической ЗЗ ($a = 4, b = 2$). Проницаемость принималась в виде ступенчатой функции $A(r_e)$ при $A_0 = 0,3$. Видно, что наиболее существенное изменение давления происходит в ЗЗ, причем форма изобар в этой области определяется формой контура ЗЗ. Для определения степени влияния формы ЗЗ на производительность ГС проведены численные расчеты производительности скважины с эллиптической ЗЗ при различных соотношениях длин большой и малой полуосей a и b (при этом $ab = \text{const}$).

Результаты расчетов представлены на рис. 5, из которого следует, что при определении производительности ГС влияние формы ЗЗ не очень существенно, так как значительное изменение относительной производительности имеет место лишь в случае значительного изменения соотношения длин полуосей a/b при малом размере ЗЗ.

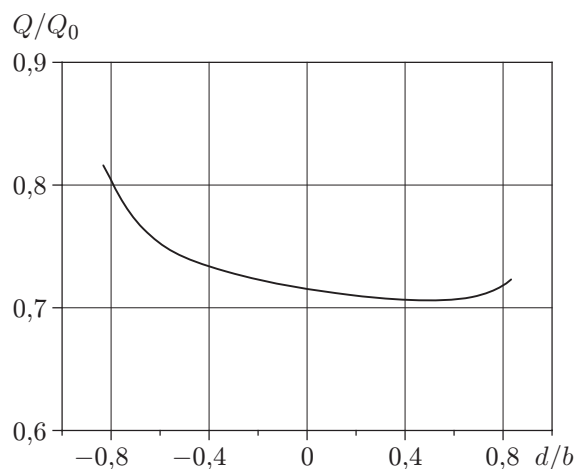


Рис. 6. Влияние несимметричности ЗЗ на производительность скважины ($h = 3,5$, $a = 1$, $b = 3$, $A_0 = 0,3$)

9. Влияние несимметричности зоны загрязнения на производительность скважины. Как отмечено выше, ЗЗ может быть вытянута в направлении действия сил гравитации. Влияние несимметричности ЗЗ на производительность ГС исследовалось путем смещения центра скважины на расстояние d относительно центра эллиптической ЗЗ.

На рис. 6 представлена зависимость относительной производительности ГС от величины смещения d/b в случае эллиптической ЗЗ с параметрами $a = 1$, $b = 3$, $A_0 = 0,3$, расположенной на расстоянии $h = 3,5$ от кровли пласта ($L \times H = 50 \times 10$). Исследование показало, что смещение ЗЗ относительно центра пласта оказывает незначительное влияние на производительность скважины, в то время как влияние положения скважины относительно контура ЗЗ более существенно. Изменение производительности скважины вследствие смещения ее центра может достигать 15 %.

Заключение. На основе проведенного численного исследования показано, что основными параметрами зоны загрязнения, обуславливающими уменьшение производительности горизонтальной скважины, являются размер зоны загрязнения и степень загрязнения. В некоторых предельных случаях форма профиля проницаемости и несимметричность зоны загрязнения могут оказывать существенное влияние на производительность скважины. Предложена аппроксимирующая зависимость относительной производительности горизонтальной скважины от размера зоны загрязнения и степени загрязнения. На основе полученной зависимости предложено выражение для скин-фактора.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Anderson B., Druskin V., Barber T.** New dimensions in modeling resistivity // Oilfield Rev. 1997. N 3. P. 41.
2. **Шелухин В. В., Ельцов И. Н.** Особенности зон внедрения при бурении горизонтальных скважин // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 6. С. 72–82.
3. **Михайлов Н. Н.** Информационно-технологическая геодинамика околоскважинных зон. М.: Недра, 1996.
4. **Ding Y., Longeron D., Renard G., Audibert A.** Modeling of both near-wellbore damage and natural cleanup of horizontal wells drilled with a water-based mud // SPE Rep. 73733. 2002.
5. **Черных В. А.** Математические модели горизонтальных и наклонных газовых скважин / В. А. Черных, В. В. Черных. М.: Нефть и газ, 2008.

6. **Михайлов Н. Н., Зайцев М. В.** Влияние околоскважинной зоны на продуктивность скважины // Нефт. хоз-во. 2004. № 1. С. 64.
7. **Eiseman P.** A multi-surface method of coordinate generation // J. Comput. Phys. 1979. V. 33. P. 118–150.
8. **Пирумов У. Г.** Численные методы. М.: Дрофа, 2005.
9. **Hurst W.** Establishment of the skin effect and its impediment to fluid flow into a well bore // Petroleum Engineer. 1953. V. 25, N 11. P. 20–30.
10. **Hawkins M. F.** A note on the skin effect // AIME. 1956. N 1. P. 356.

*Поступила в редакцию 9/XII 2009 г.,
в окончательном варианте — 1/VII 2010 г.*
