

Соответственно произведение $\xi_0 \bar{\xi}_0$ удовлетворяет уравнению

$$\partial(\xi_0 \bar{\xi}_0) / \partial l + (\xi_0 \bar{\xi}_0) \Delta_n \psi = 0,$$

решение которого запишем в форме

$$(\xi_0 \bar{\xi}_0) = \text{const} \exp \left\{ - \int \Delta_n \psi dl \right\}$$

(интегрирование ведется по лучу). Уравнения последнего вида широко используются в оптике [7].

Выше получено, что поток энергии волны сохраняется. Это связано с пренебрежением затухания волн. Слабое затухание может быть введено в уравнение (3.2) аналогично тому, как делается в гидродинамике. Именно это обстоятельство с учетом того, что дисперсионное уравнение волн в маловязкой жидкости описывается уравнением (3.3), позволит определить суммарное изменение амплитуды, связанное с фокусировкой лучей и затуханием волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Безденежных И. А., Брнекман В. А., Черепанов А. А., Шаров М. Т. Управление устойчивостью с помощью переменных полей // Гидродинамика и процессы переноса в невесомости. — Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983.
2. Алиев И. И. Параметрическая неустойчивость поверхности проводящей жидкости в переменном электрическом поле // Магнит. гидродинамика. — 1987. — № 2.
3. Алиев И. И. Раскачка покрытой пленкой поверхности электропроводящей жидкости в переменном поле при световом облучении // ИФЖ. — 1989. — Т. 56, № 2.
4. Алиев И. И. Геометрическая акустика капиллярных волн для неоднородных электрических полей // Магнит. гидродинамика. — 1990. — № 4.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. — М.: Наука, 1986.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1970.

г. Москва

Поступила 5/XII 1990 г.,
в окончательном варианте — 11/III 1991 г.

УДК 536.25

А. А. Непомнящий, И. Б. Симановский

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЙ КОНВЕКЦИИ В СИСТЕМАХ С ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫМ ВЕЩЕСТВОМ НА ДЕФОРМИРУЕМОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА

Термокапиллярная неустойчивость слоя жидкости со свободной поверхностью, на которую нанесено поверхностно-активное вещество (ПАВ), исследовалась в [1, 2]. В [3, 4] задача о возникновении термокапиллярной конвекции при наличии ПАВ решалась в двухслойной постановке с учетом гидродинамических и тепловых процессов по обе стороны от поверхности раздела. Во всех этих работах задачи рассматривались в предположении плоской недеформируемой границы. Известно, что деформация границы может оказывать существенное влияние на возбуждение термокапиллярной конвекции [5—7].

В настоящей работе исследуется неустойчивость равновесия систем, содержащих ПАВ, с учетом деформации поверхности раздела. Изучено влияние ПАВ на монотонную моду неустойчивости, а также на колебательные моды неустойчивости различной природы. Выявлены особенности возникновения специфического типа колебательной неустойчивости, существенно связанной с наличием ПАВ, в условиях деформируемости границы.

1. Пусть пространство между двумя горизонтальными твердыми пластинами $y = a_1$ и $y = -a_2$, на которых поддерживается различная темпе-

ратура (разность температур обозначим θ), заполнено двумя слоями не смешивающихся вязких жидкостей. В состоянии механического равновесия уравнение границы раздела $y = 0$. Плотности сред, коэффициенты динамической и кинематической вязкости, теплопроводности и температуропроводности обозначим через $\rho_m, \eta_m, \nu_m, \kappa_m, \chi_m$ ($m = 1$ для верхнего слоя, $m = 2$ для нижнего). Полагаем, что на границе раздела сосредоточено ПАВ с поверхностной (массовой) концентрацией Γ . Концентрация ПАВ невелика, так что его молекулы образуют «поверхностный газ». Зависимость поверхностного натяжения от температуры T и концентрации ПАВ предполагается линейной

$$(1.1) \quad \sigma = \sigma_0 - \alpha T - \alpha_s \Gamma$$

($\sigma_0, \alpha, \alpha_s$ — константы).

В состоянии механического равновесия концентрация ПАВ на границе постоянна: $\Gamma = \Gamma_0$. Возникновение термокапиллярной конвекции неизбежно приводит к появлению неоднородности распределения ПАВ вдоль границы. Уравнение переноса для возмущения концентрации Γ_d [8] в пренебрежении явлениями адсорбции и десорбции после линеаризации принимает вид (движение предполагается плоским)

$$(1.2) \quad \frac{\partial \Gamma_d}{\partial t} + \Gamma_0 \frac{\partial v_x}{\partial x} = D_0 \frac{\partial^2 \Gamma_d}{\partial x^2}$$

(v_x — горизонтальная компонента скорости жидкости на границе раздела; D_0 — коэффициент поверхностной диффузии ПАВ). Поскольку единица площади поверхности границы раздела обладает массой Γ_0 , условие баланса напряжений на границе раздела с учетом (1.1) может быть записано в форме

$$(1.3) \quad \Gamma_0 \frac{\partial v_i}{\partial t} = -(p_1 - \rho_1 g h) n_i + (p_2 - \rho_2 g h) n_i - \frac{\sigma}{R} n_i + (\sigma_{1,ik} - \sigma_{2,ik}) n_k - \alpha D_i T - \alpha_s D_i \Gamma_d,$$

где v_i, T — скорость и температура на границе раздела; h — отклонение границы раздела; n_i — вектор нормали; R — радиус кривизны поверхности; $\sigma_{m,ik} = \eta_m (\partial v_{m,i} / \partial x_k + \partial v_{m,k} / \partial x_i)$ — тензор вязких напряжений m -й жидкости; давление p_m в m -й жидкости отсчитывается от гидростатического давления; $D_i = \partial / \partial x_i - n_i n_k \partial / \partial x_k$ — поверхностный градиент.

Введем обозначения: $\rho = \rho_1 / \rho_2, \eta = \eta_1 / \eta_2, \nu = \nu_1 / \nu_2, \kappa = \kappa_1 / \kappa_2, \chi = \chi_1 / \chi_2, a = a_2 / a_1$. В качестве единиц длины, времени, скорости, давления, температуры и концентрации выберем $a_1, a_1^2 / \nu_1, \nu_1 / a_1, \rho_1 \nu_1^2 / a_1, \theta, \Gamma_0$. Безразмерные градиенты температуры A_m и давления B_m в равновесии постоянны и равны соответственно $A_1 = -s / (1 + \kappa a), A_2 = -s \kappa / (1 + \kappa a)$ ($s = 1$ для подогрева снизу, $s = -1$ для нагрева сверху), $B_1 = -Ga, B_2 = -Ga / \rho$, где $Ga = g a_1^3 / \nu_1^2$ — число Галилея. Для нормальных возмущений x - и y -компонент скорости v_{mx}, v_{my} , давления p_m , температуры T_m ($m = 1, 2$) линеаризованные уравнения конвекции имеют вид

$$\begin{aligned} -(\lambda + i\omega) v_{my} &= -e_m p'_m + c_m D v_{my}, & -(\lambda + i\omega) v_{mx} &= -i k e_m p_m + c_m D v_{mx}, \\ -(\lambda + i\omega) T_m + A_m v_{my} &= \frac{d_m}{Pr} D T_m, & i k v_{mx} + v'_{my} &= 0. \end{aligned}$$

Здесь k — волновое число; $\lambda + i\omega$ — комплексный декремент; штрихом обозначено дифференцирование по координате y ; $D = d^2 / dy^2 - k^2$; $c_1 = d_1 = e_1 = 1$; $c_2 = \nu^{-1}$; $d_2 = \chi^{-1}$; $e_2 = \rho$; $Pr = \nu_1 / \chi_1$ — число Прандтля.

Условия на твердых границах: $y = 1: v_1 = 0, T_1 = 0; y = -a: v_2 = 0, T_2 = 0$. На границе раздела, помимо уравнения переноса ПАВ (1.2) и условий для нормальных и касательных напряжений (1.3), записываются условия непрерывности вектора скорости, температуры и нормальной компоненты потока тепла, а также кинематическое соотношение,

связывающее отклонение границы h со скоростью жидкостей на поверхности раздела. Условия на деформированной границе раздела в результате перенесения на плоскость $y = 0$ принимают вид

$$\begin{aligned} y = 0: \quad p_1 - p_2 + [Ga(\rho^{-1} - 1) + Wk^2]h - (\lambda + i\omega)K\eta^{-1}v_{1y} = \\ = 2(v'_{1y} - \eta^{-1}v'_{2y}), \\ \eta(v'_{1x} + ikv_{1y}) - (v'_{2x} + ikv_{2y}) - ik \operatorname{Mr} \left(T_1 - \frac{s}{1 + \kappa a} h \right) - ikB\Gamma + \\ + (\lambda + i\omega)Kv_{1x} = 0; \quad v_{1x} = v_{2x}, \quad -(\lambda + i\omega)h = v_{1y} = v_{2y}, \\ T_1 - T_2 = \frac{s(1 - \kappa)}{1 + \kappa a} h, \quad \kappa T'_1 - T'_2 = 0, \quad (\lambda - D_s k^2)\Gamma = ikv_{1x}, \end{aligned}$$

где $W = \sigma a_1 / \eta_1 v_1$; $\operatorname{Mr} = \alpha \theta a_1 / \eta_2 v_1$ — аналог числа Марангони; $B = \alpha_s \Gamma_0 a_1 / \eta_2 v_1$; $K = \Gamma_0 \eta_1 / \rho_1 a_1 \eta_2$; $D_s = D_0 / v_1$.

Легко понять, что параметр K пропорционален отношению массы частиц ПАВ, сосредоточенных на границе раздела, к массе первой жидкости. В дальнейшем полагаем этот параметр равным нулю.

Вводя возмущения функции тока $v_{mx} = \psi_m$, $v_{my} = -ik\psi_m$ ($m = 1, 2$) и исключая p_m ($m = 1, 2$) и Γ , запишем полученную краевую задачу

$$\begin{aligned} (\lambda + i\omega)D\psi_m = -c_m D^2 \psi_m, \quad -(\lambda + i\omega)T_m - ikA_m \psi_m = \frac{d_m}{Pr} DT_m, \\ y = 1: \quad \psi_1 = \psi'_1 = T_1 = 0; \quad y = -a: \quad \psi_2 = \psi'_2 = T_2 = 0, \\ y = 0: \quad \psi''_1 - \eta^{-1}\psi''_2 + [(\lambda + i\omega)(1 - \rho^{-1}) - 3k^2(1 - \eta^{-1})]\psi'_1 + ik[Ga(\rho^{-1} - 1) + \\ + Wk^2]h = 0, \\ \eta(\psi''_1 + k^2\psi_1) - (\psi''_2 + k^2\psi_2) - ik \operatorname{Mr} \left(T_1 - \frac{s}{1 + \kappa a} h \right) + \frac{k^2 B}{\lambda - D_s k^2} \psi'_1 = 0, \\ \psi'_1 = \psi'_2, \quad \psi_1 = \psi_2 = -i \frac{(\lambda + i\omega)}{k} h, \quad T_1 - T_2 = \frac{s(1 - \kappa)}{1 + \kappa a} h, \quad \kappa T'_1 - T'_2 = 0. \end{aligned}$$

2. Граница монотонной неустойчивости может быть определена аналитически:

$$(2.1) \quad \operatorname{Mr}(k) = \frac{8sk^2(1 + \kappa a)(\kappa D_1 + D_2)(\eta B_1 + B_2 + B/2kD_s)}{\kappa [\operatorname{Pr}(\chi E_2 - E_1) - 8k^5(D_1 + D_2)(F_1 - \eta^{-1}F_2)] [Ga(\rho^{-1} - 1) + Wk^2]^{-1}}.$$

$$\text{Здесь} \quad D_1 = \frac{C_1}{S_1}; \quad D_2 = \frac{C_2}{S_2}; \quad B_1 = \frac{S_1 C_1 - k}{S_1^2 - k^2}; \quad B_2 = \frac{S_2 C_2 - \kappa a}{S_2^2 - k^2 a^2};$$

$$E_1 = \frac{S_1^3 - k^5 C_1}{S_1(S_1^2 - k^2)}; \quad E_2 = \frac{S_2^3 - k^5 a^3 C_2}{S_2(S_2^2 - k^2 a^2)}; \quad F_1 = \frac{1}{S_1^2 - k^2}; \quad F_2 = \frac{a^2}{S_2^2 - k^2 a^2};$$

$$S_1 = \operatorname{sh} k; \quad S_2 = \operatorname{sh} \kappa a; \quad C_1 = \operatorname{ch} k; \quad C_2 = \operatorname{ch} \kappa a.$$

Из формулы (2.1) видно, что присутствие ПАВ всегда приводит к смещению нейтральной кривой в сторону больших Mr , определяемому комбинацией B/D_s . Поскольку для реальных ПАВ величина D_s обычно мала, уже при умеренных значениях B это смещение существенно. Заметим, что положение разрывов нейтральной кривой, определяемое нулями знаменателя, не изменяется при появлении ПАВ.

При $k \rightarrow \infty$ выражение (2.1) переходит в формулу, полученную в [3] без учета деформации границы. Для длинноволновых возмущений искривление границы имеет определяющее значение. При $k = 0$ порог возникновения конвекции описывается выражением

$$(2.2) \quad \operatorname{Mr}(0) = \frac{2s\eta Ga \delta (1 + \eta a + Ba/4D_s) (1 + \kappa a)^2 a}{(1 + a) (1 - \eta a^2)}.$$

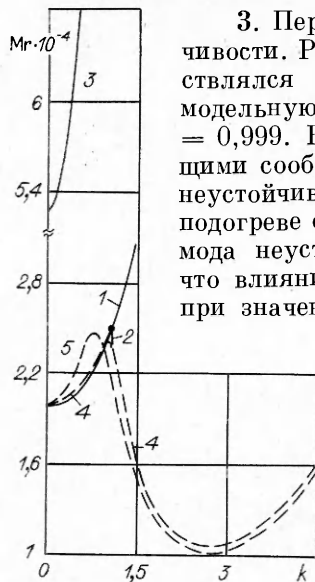


Рис. 1

3. Перейдем к изучению колебательных типов неустойчивости. Расчет колебательных нейтральных кривых осуществлялся численно методом Рунге — Кутты. Рассмотрим модельную систему: $\nu = 0,5$, $\kappa = \chi = a = Pr = W = 1$, $\rho = 0,999$. Выбор параметров системы обусловлен следующими соображениями. В отсутствие деформации и ПАВ она неустойчива относительно колебательных возмущений при подогреве снизу («продольные» колебания), причем данная мода неустойчивости единственная. Естественно ожидать, что влияние деформации границы будет наиболее сильным при значениях ρ , близких к 1.

Обсудим сначала случай подогрева снизу. В отсутствие ПАВ ($B = 0$), но при наличии деформации границы колебательная неустойчивость сохраняется для значений волнового числа, больших критического; в длинноволновой области наиболее опасными становятся монотонные возмущения. Нейтральные кривые 1, 2, рассчитанные при $Ga = 10^7$, показаны на рис. 1 (монотонные кривые изображены сплошными линиями, а колебательные — штриховыми). Дисперсионная кривая 1 для колебательной моды неустойчивости показана на рис. 2.

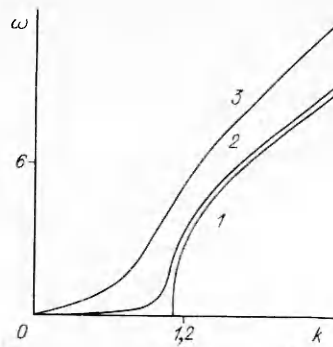
Появление ПАВ ($B \neq 0$), как и в отсутствие деформации границы [3], приводит к расщеплению монотонной нейтральной кривой на две: монотонную, пороговое значение Mr для которой в соответствии с формулой (2.2) быстро нарастает с увеличением B , и колебательную, для которой зависимость от B существенно более слабая. На рис. 1 показаны монотонная и колебательная нейтральные кривые 3, 4 для $B = 0,1$, а также колебательная нейтральная кривая 5 для $B = 5$. Зависимости частоты ω от волнового числа k изображены на рис. 2 ($B = 0,1$; 5 — линии 2, 3).

При нагреве сверху деформация границы приводит к появлению нового типа колебательной неустойчивости («поперечные» колебания). Нейтральная кривая имеет форму «мешка» (см. рис. 3, а, $Ga = 10^4$, $B = 0$; 5; 15 — линии 1—3), т. е. любому значению волнового числа в области $k < k_1(B)$ отвечают два значения sMr . Соответствующие дисперсионные кривые показаны на рис. 3, б (нумерация линий такая же, как на рис. 3, а). Ширина области неустойчивости по волновому числу k_1 монотонно убывает с ростом B , а пороговое значение Mr возрастает.

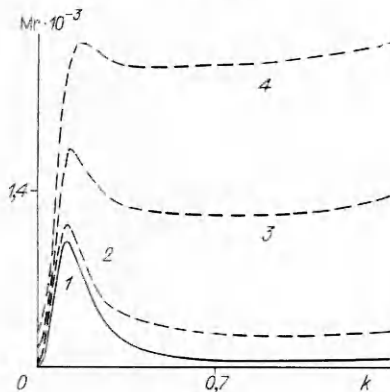
4. Рассмотрим теперь систему реальных сред воздух — вода при $Pr = 0,758$, $\eta = 0,0182$, $\nu = 15,077$, $\kappa = 0,0396$, $\chi = 138,42$, $\rho = 0,00121$. Пусть $a = 1$. Предполагая возможность изменения величины g (в условиях пониженной гравитации), будем рассматривать Ga и W как независимые параметры. Положим $W = 10^6$ (что соответствует толщинам каждого из слоев 3 мм) и будем варьировать параметр Ga .

Нейтральные кривые для подогрева снизу изображены на рис. 4 ($Ga = 0$) и 5 ($Ga = 10$). На обоих рисунках линии 1—4 соответствуют $B = 0; 1; 5; 10$. В отсутствие ПАВ ($B = 0$) у неустойчивости монотонный характер, причем при не слишком больших значениях Ga нейтральная кривая имеет два минимума: в длинноволновой и коротковолновой области. При $B \neq 0$ происходит расщепление нейтральных кривых на монотонную и колебательную, причем монотонная мода неустойчивости быстро стабилизируется (на рисунках монотонная нейтральная кривая не показана, так как лежит при больших значениях Mr).

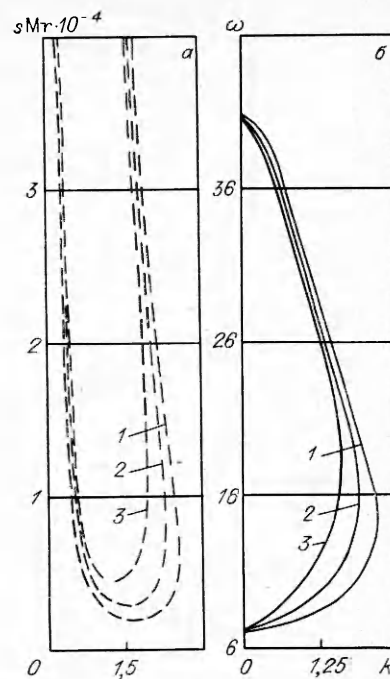
С увеличением B критическое Mr растет как для длинноволнового, так и для коротковолнового минимума. Однако стабилизация коротковолновых («продольных») колебаний происходит существенно быстрее, чем длинноволновых («поперечных»). Поэтому возможна ситуация, когда при значениях B , меньших B_* , наиболее опасной является коротковолновая, а при $B > B_*$ — длинноволновая колебательная мода (рис. 5).



Р и с. 2



Р и с. 4



Р и с. 3

Частота колебаний монотонно увеличивается с ростом B (рис. 6, линии 1—3 для $B = 1; 5; 10$).

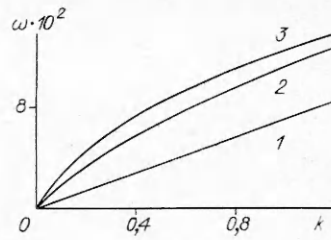
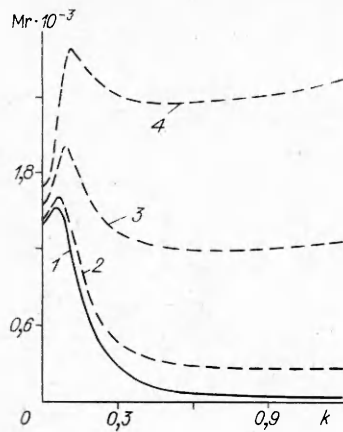
При нагреве сверху для системы вода — воздух, как и для рассмотренной в п. 3 модельной системы, имеет место длинноволновая колебательная неустойчивость, существенно связанная с деформацией границы. Нейтральные кривые изображены на рис. 7, а зависимости частоты от волнового числа — на рис. 8. На обоих рисунках линии 1—3 отвечают $B = 0; 5; 15$. Обратим внимание на то, что для рассматриваемой системы (в отличие от модельной) нейтральная кривая для колебательной неустойчивости не имеет формы мешка. С увеличением B пороговое значение Mr и частота колебаний нарастают.

5. Как видно из граничного условия для нормальных напряжений (а также из результатов в п. 4), при $W \gg 1$ деформация границы существенна только в длинноволновой области ($k \ll 1$). В этом случае условия возникновения колебательной неустойчивости при подогреве снизу могут быть исследованы аналитически.

Рассмотрим сначала область значений волнового числа $k \leq W^{-1/2}$. Разлагая в ряд по k решения и критические значения параметров Mr и ω^2 , находим в нулевом порядке

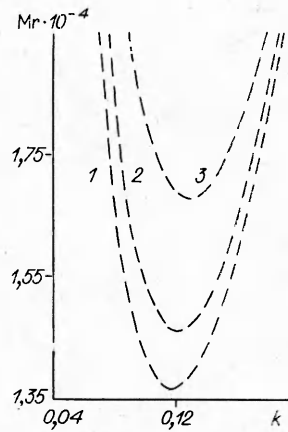
$$(5.1) \quad Mr = \frac{s(1+\kappa a)^2}{a^2 \kappa(1+a)(1-\eta a^2)} \left\{ \frac{2}{3} \eta a^3(1+\eta a) [Ga(\rho^{-1}-1) + \overline{W}k^2] + 2aB(1+\eta a^3) + 2D_s(1+4\eta a + 6\eta a^2 + 4\eta a^3 + \eta^2 a^4) \right\};$$

$$(5.2) \quad \omega^2 = B \frac{a^2 k^4}{1+4\eta a + 6\eta a^2 + 4\eta a^3 + \eta^2 a^4} \left\{ \frac{\eta a^2}{6} [Ga(\rho^{-1}-1) + Wk^2] - D_s 2(1+\eta a^3) \right\} - D_s^2.$$

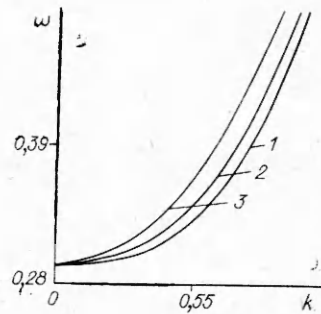


Р и с. 6

Р и с. 5



Р и с. 7



Р и с. 8

Для сравнения приведем выражение, определяющее пороговое значение $M\Gamma$ для монотонной моды:

$$(5.3) \quad M\Gamma_m = \frac{s(1+\kappa a)^2}{\kappa(1+a)(1-\eta a^2)} \left[\frac{2}{3} \eta a(1+\eta a) + \frac{D}{6D_s} \eta a^2 \right] [Ga(\rho^{-1}-1) + Wk^2].$$

Анализ полученных выражений показывает, что в области существования колебательной неустойчивости ($\omega^2 > 0$) $M\Gamma < M\Gamma_m$.

Для «сшивания» выражений (5.1)–(5.3) с формулами, полученными в [3] для длинноволновых возмущений в отсутствие деформации границы, необходимо исследовать промежуточную область $k \sim W^{-1/4}$, в которой находим

$$(5.4) \quad M\Gamma = s \frac{80(1+\eta a)(1+\kappa a)^2}{\kappa Pr a^2 (\chi a^2 - 1)} \frac{k^2}{k^4 + k_*^4 S};$$

$$(5.5) \quad \omega^2 = Ba^5 k^2 [L_1 + (L_2 + L_3 k^4) (k^4 + k_*^4 S)^{-1}]^{-1},$$

где

$$k_*^4 = \frac{120(1+a)}{W Pr \eta a^3} \left| \frac{1-\eta a^2}{\chi a^2 - 1} \right|; \quad S = \text{sign} \left(\frac{1-\eta a^2}{\chi a^2 - 1} \right);$$

$$L_1 = \frac{a^2}{15} \left[(\eta + av) + \eta(1+a) \frac{1-\nu a^2}{1-\eta a^2} \right]; \quad L_2 = \frac{160(1+\eta)(1-\kappa)(1-\eta a^2)}{\eta a(1+\kappa a)W};$$

$$L_3 = -\frac{2a \text{Pr}(1+\eta a^2)}{63(\chi a^2-1)(1+\kappa a)} \left\{ \text{Pr} [11(1-\kappa \chi a^5) + 53a(\kappa - \chi a^3) + 42\chi a^2(1-\kappa a^2)] + \right. \\ \left. + (1+\kappa a) \left[4(1-\chi \nu a^4) - \frac{21(1-\nu a^2)(1-\chi \eta a^4)}{10(1-\eta a^2)} \right] \right\}.$$

Если для рассматриваемой системы $S > 0$ (как и для системы, изучавшейся в п. 4), то колебательная нейтральная кривая непрерывна и имеет максимум при $k = k_*$. При $S < 0$ у колебательной нейтральной кривой есть разрыв в точке $k = k_*$.

Длиноволновая асимптотика выражений (5.4), (5.5) совпадает с коротковолновой асимптотикой выражений (5.1), (5.2). При $W^{-1/4} \ll k \ll 1$ (5.4), (5.5) переходят в соответствующие формулы [3], выведенные в пренебрежении деформацией границы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Berg J. C., Acrivos A. The effect of surface active agents on convection cells induced by surface tension // Chem. Eng. Sci.— 1965.— V. 20, N 8.
2. Palmer H. J., Berg J. C. Hydrodynamic stability of surfactant solutions heated from below // J. Fluid Mech.— 1972.— V. 51, pt 2.
3. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. Термокапиллярная конвекция в двухслойных системах при наличии поверхностно-активного вещества на границе раздела // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 2.
4. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. Возникновение термокапиллярной конвекции в двухслойной системе при наличии растворимого поверхностно-активного вещества // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1988.— № 2.
5. Smith K. A. On convective instability induced by surfacetension gradients // J. Fluid Mech.— 1966.— V. 24, N 2.
6. Garcia-Ybarra P. L., Velarde M. G. Oscillatory Marangoni — Benard interfacial instability and capillary-gravity waves in single- and two-component liquid layers with or without Soret thermal diffusion // Phys. Fluids.— 1987.— V. 30, N 6.
7. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. Возникновение колебательной термокапиллярной конвекции в системах с деформируемой границей раздела // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1991.— № 4.
8. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика.— М.: Изд-во АН СССР, 1952.

г. Пермь

Поступила 4/1 1991 г.

УДК 532.542.2

А. И. Мошинский

ДИСПЕРСИЯ ВЕЩЕСТВА В УЗКИХ КАНАЛАХ СЛОЯ СМАЗКИ

Широко используемым при рассмотрении задач тепломассопереноса в каналах различной формы при течении в них жидкости является метод сведения основных уравнений конвективной диффузии (теплопроводности) к уравнению дисперсии, имеющему в своей записи на одну независимую переменную меньше, чем исходные уравнения, и, как правило, постоянные коэффициенты. Обоснованное применение подобного подхода началось с работы Дж. Тейлора [1]. В настоящее время теория дисперсии вещества существенно развивалась и обогатилась и насчитывает огромное число публикаций (см. обзор [2]).

Основное внимание исследователи уделяют, как правило, изучению дисперсии вещества при реализации течений жидкости с простыми по форме профилями скорости, обычно одномерными. Ясно, что подобные задачи не могут охватить всего богатства гидродинамических ситуаций, встречающихся в природных условиях и промышленных устройствах. Так, при рассмотрении дисперсии вещества в криволинейных каналах обычно ограничиваются задачами в тороидальном канале [3—5], где использованы соответствующие формулы для компонент скорости из известного решения гидродинамической задачи. В практическом отноше-