

РАСЧЕТ ПОДЪЕМА ПЫЛИ ЗА СКОЛЬЗЯЩЕЙ ВДОЛЬ СЛОЯ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ. ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

А. В. Федоров, И. А. Федорченко

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск, fedorov@itam.nsc.ru

Представлены результаты расчетов задачи о подъеме пыли за проходящей ударной волной в рамках равновесной модели механики гетерогенных сред. Проведена верификация предложенной модели. Показано различие картин течения в слое с различными формами кромки и ударными волнами постоянной и переменной амплитуды. Учет турбулентности смеси приводит к возникновению на кромке слоя вблизи стенки высокоскоростной струйки, наблюдается более высокий уровень подъема частиц.

Ключевые слова: смеси газа и твердых частиц, ударные волны, перемешивание.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема подъема пыли из неустойчивого слоя, лежащего на поверхности, под воздействием инициирующей ударной волны представляет значительный практический и теоретический интерес. Практический интерес обусловлен, например, тем, что этот процесс является первой фазой развития «слоевой детонации», а теоретический связан с возможностью получить новую информацию о механизме перемешивания на контактной границе между гетерогенной средой (слой пыли) и воздухом. В [1] дан обзор некоторых работ, посвященных физическому и математическому изучению этого явления, выполненных с начала 1960-х годов.

Данная работа продолжает исследования [2–9] и посвящена математическому моделированию упомянутой задачи в рамках механики равновесной гетерогенной смеси с учетом различных физических явлений, в том числе и турбулентности непрерывной фазы. Кроме того, целью работы являлась верификация математической модели и метода расчета путем качественного сопоставления с опубликованными экспериментальными данными, а также выявление влияния турбулентной составляющей на волновую картину течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (номер проекта 03-01-00453) и Министерства образования Российской Федерации (фонд поддержки научно-исследовательской работы аспирантов высших учебных заведений, грант А03-2.10-544).

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

На рис. 1 представлена схема течения исследуемой двумерной нестационарной задачи механики гетерогенных сред о подъеме слоя пыли под действием ударной волны (УВ). Справа налево по газу с параметрами $u_0 = -D$, ρ_0 , T_0 , p_0 распространяется УВ. Число Маха инициирующей подъем УВ равно $M_s = D/c_0$ (c_0 — скорость звука перед фронтом УВ, D — скорость УВ). На стенке перед УВ находится слой частиц толщиной h . Плотность слоя характеризуется объемной концентрацией дисперсной фазы в смеси (m_2).

За УВ в чистом газе формируется течение с параметрами ρ_2 , $u_2 = -D$, T_2 , p_2 . Параметры ρ_2 , T_2 , u_2 в начальный момент времени определяются соотношениями на прямом скачке. Перед УВ газ имеет параметры $\rho_0 = 1,177 \text{ кг/м}^3$, $T_0 = 288 \text{ К}$.

Уравнения, описывающие течение смеси газа и мелких твердых частиц с учетом тур-

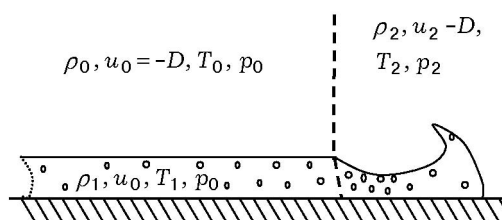


Рис. 1. Схема течения

булентности несущей фазы, имеют вид

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial y} = 0,$$

где \bar{Q} — вектор массовых переменных,

$$\bar{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho(E + k) \end{pmatrix},$$

\bar{F} и \bar{G} — векторы консервативных потоков соответственно в направлениях x и y . Здесь ρ — плотность, u и v — компоненты скорости в декартовой системе координат, E — полная энергия, k — турбулентная кинетическая энергия, p — давление смеси.

В рамках гипотезы Буссинеска рейнгольд-совы напряжения записываются в виде

$$\tau_{xx} = \mu_t \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right),$$

$$\tau_{xy} = \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right),$$

$$\tau_{yy} = \mu_t \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right).$$

Здесь μ_t — турбулентная вязкость, определяемая в рамках двухпараметрической k - ω -модели турбулентности Уилкокса [10] зависимостью

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k}{\omega},$$

где ω — удельная скорость диссипации турбулентной кинетической энергии. Турбулентные параметры k , ω определяются из решения дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u k}{\partial x} + \frac{\partial \rho v k}{\partial y} = \frac{\partial \alpha_x}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_y}{\partial y} + H_k,$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \omega}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \omega}{\partial y} = \frac{\partial \beta_x}{\partial x} + \frac{\partial \beta_y}{\partial y} + H_\omega,$$

где α_x , α_y , β_x , β_y — вязкие потоки турбулентных величин,

$$\alpha_x = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x}, \quad \alpha_y = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y},$$

$$\beta_x = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad \beta_y = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial y},$$

$$\mu = \mu_0 / \xi_1, \quad \xi_1 = \rho_{10} / \rho_0,$$

μ_0 — молекулярная вязкость, $H_k = P_k - D_k$, $H_\omega = P_\omega - D_\omega$ — источниковые члены,

$$P_k = \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y}, \quad D_k = \rho k \omega,$$

$$P_\omega = C_{\omega_1} \frac{\omega}{k} P_k, \quad D_\omega = C_{\omega_2} \rho \omega^2.$$

Здесь $C_\mu = 0,09$, $C_{\omega_1} = 5/9$, $C_{\omega_2} = 5/6$, $\sigma_k = \sigma_\omega = 2$ — эмпирические константы модели. Для вычисления молекулярной вязкости смеси принималась поправка Эйнштейна. Для принятых в работе значений концентраций частиц предполагаем возможность пренебрежения членами, описывающими взаимодействие турбулентных пульсаций частиц с несущей фазой. Частично это оправдано динамическим и тепловым равновесием между фазами. В случае гетерогенной односкоростной среды средняя плотность газа $\rho_1 = \xi_1 \rho$, где ξ_1 — относительная массовая концентрация газового компонента. После несложных выкладок можно получить следующий результат: уравнения k - ω -модели турбулентности инвариантны относительно преобразования $\rho_1 = \xi_1 \rho$, если молекулярная вязкость преобразуется по закону μ_0 / ξ_1 . Таким образом, уравнения для параметров турбулентности в равновесной модели механики гетерогенных сред записываются аналогично k - ω -модели турбулентности; изменится лишь член, связанный с динамической вязкостью газа, в знаменателе которого теперь стоит массовая концентрация газа.

Расчеты проводились как в рамках данной модели, так и на основе модели невязкого и нетеплопроводного газа. Использовались различные системы координат: неподвижная и связанная с УВ (на рис. 1 представлена система координат, связанная с УВ). В последнем случае стенка и газ до скачка движутся слева направо со скоростью $-D$, а скорость чистого газа после скачка равна $u_2 - D$. Для модели, учитывающей вязкость и теплопроводность, в системе координат, связанной с УВ, ставились следующие граничные условия: на

стенке — условия прилипания, на верхней границе — условия невязкого отражения, на правой — «мягкие» условия, слева поддерживались параметры невозмущенного газа. Для расчета строилась прямоугольная разностная сетка со сгущением к поверхности стенки [11, 12]. Детали тестирования этого способа приведены в цитированных работах. Обратим внимание лишь на то, что параметр сгущения выбирался так, чтобы в ближайшем к стенке узле переменная закона стенки y^+ была меньше 2. Кроме того, в отличие от двухпараметрической $k-\varepsilon$ -модели турбулентности, $k-\omega$ -модель не требует введения пристенных функций и дополнительных членов для расчета турбулентного течения вблизи поверхности. Для контроля достоверности результатов для смеси проводились также расчеты на последовательности сгущающихся сеток. После установления расчетных данных на двух различных сетках далее использовалась более экономичная.

За фронтом лидирующей УВ, распространяющейся в чистом газе, возникает тонкий пограничный слой, который не оказывает влияния на структуру течения в слое смеси газа и твердых частиц, находящемся под воздействием падающей УВ. Связано это еще и с тем обстоятельством, что для уменьшения времени расчетов ударная волна ставилась непосредственно вблизи передней кромки облака, так что пограничный слой не успевал существенно нарастать. Эта ситуация моделирует условия некоторых экспериментов в коротких ударных трубах.

Для невязкой задачи на стенке на вертикальную составляющую скорости накладывались условия отражения.

О ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА. ТЕСТОВЫЙ РАСЧЕТ

Остановимся на некоторых особенностях расчетов в случае использования уравнений Эйлера.

Для численной реализации этой задачи использовался метод СІР (cubic interpolation propagation), который разрабатывался [13] с целью улучшенного воспроизведения поведения контактных и ударных разрывов и для решения задач, включающих взаимодействие этих разрывов. Схема СІР основана на выделении в дифференциальных уравнениях в частных производных членов, связанных с переносом, и аппроксимации этой части кубическим сплайном.

Неадвекционная часть аппроксимируется при помощи стандартной разностной схемы.

В данной работе для решения проблем гетерогенных течений реализован и адаптирован метод СІР1, предложенный в [13] для решения задач газовой динамики. Схема СІР1 включает специальную обработку решения в точке, где производные терпят разрыв. Например, на кромке прямоугольной волны производные слева и справа имеют различные значения, и в этом случае производная выбирается в зависимости от знака скорости. Во всех остальных точках, за исключением находящихся на разрыве, левая и правая производные полагаются равными. В программе используется специальная технология выявления разрыва, которая определяет, с какой стороны разрыва находится данная точка сетки, и с учетом этого определяется производная в данном узле.

Значения функций и производных в узлах на адвекционной стадии определялись следующим образом:
при $u < 0$

$$f_i^{n+1} = F_i(x_i - u\Delta t) = [(a_i\xi + b_i)\xi + f'_{i,r}]\xi + f_i,$$

$$f_i'^{n+1} = \frac{dF_i(x_i - u\Delta t)}{dx} = (3a_i\xi + 2b_i)\xi + f'_{i,r},$$

при $u \geq 0$

$$f_i^{n+1} = F_i(x_i - u\Delta t) = [(a_i\xi + b_i)\xi + f'_{i,l}]\xi + f_i,$$

$$f_i'^{n+1} = \frac{dF_i(x_i - u\Delta t)}{dx} = (3a_i\xi + 2b_i)\xi + f'_{i,l},$$

где a_i , b_i — коэффициенты сплайна, а $f'_{i,l}$, $f'_{i,r}$ — производные соответственно слева и справа. Эта процедура позволила существенно повысить точность передачи решения на разрывах.

В то же время в классе задач, связанных со взаимодействием разрывных фронтов (ударных волн и контактных границ), использование методов повышенного порядка аппроксимации, например, TVD-схем, приводит к немотонности в поведении решения на разрыве,

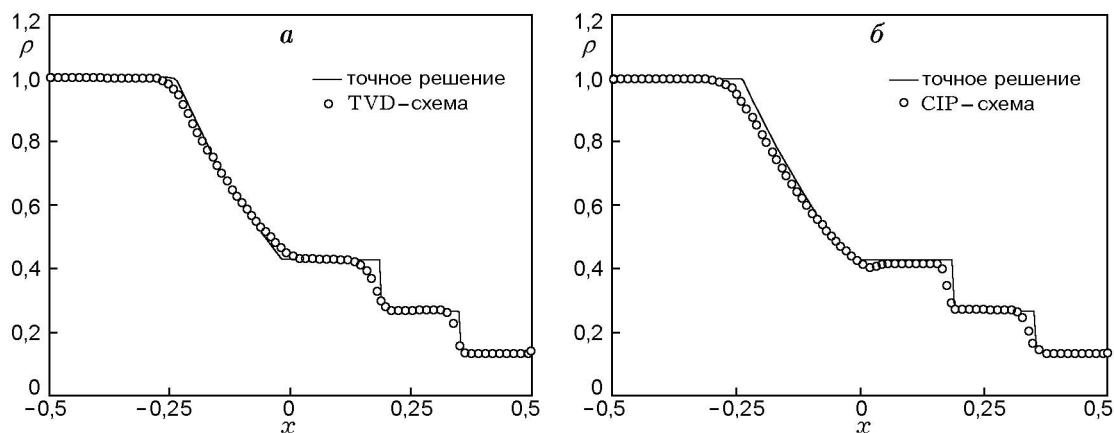


Рис. 2. Решение задачи о распаде произвольного разрыва. Распределения плотности среды, полученные с использованием схем TVD (а) и CIP1 (б)

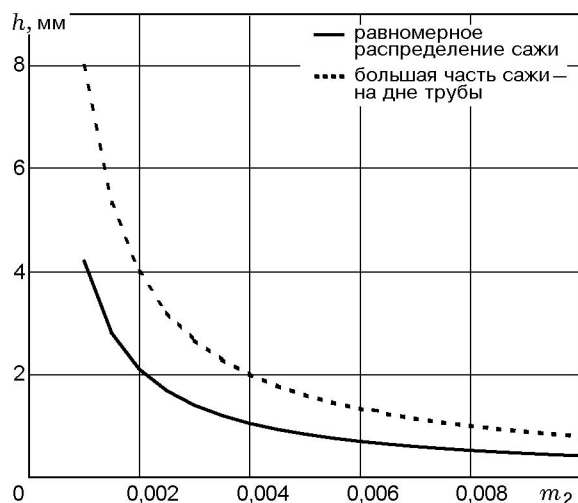


Рис. 3. Оценка зависимости толщины слоя от объемной концентрации твердой фазы

а при взаимодействии разрывов решение становится осциллирующим. Схемы же низкого порядка, дающие неосциллирующее решение, «размазывают» ударные фронты и особенно контактные разрывы. В связи с этим представляется актуальным нахождение высокоточного метода, адекватно описывающего поведение разрывов.

На рис. 2 приведены распределения плотности среды ρ в зависимости от пространственной переменной x , полученные методами TVD и CIP1 для тестовой задачи о распаде произвольного разрыва. Расчеты методом CIP предпочтительнее для данной задачи: количество точек, приходящихся на фронты контактного

разрыва и ударной волны, меньше, т. е. разрывы «размазываются» на меньшее количество ячеек.

ОБСУЖДЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ [14, 15]

Остановимся на некоторых результатах численных расчетов и их сопоставлении с экспериментами [14, 15]. В опытах [14] исследовалось распространение ударной волны по воздуху в ударной трубе кругового сечения длиной 5,2 м. Стенки трубы перед прохождением УВ покрывались слоем сажи. Для этого в камере высокого давления поджигалась эквимольная смесь ацетилена и кислорода, в то время как в рабочей части трубы находился ацетилен при том же давлении. Межсекционная диафрагма открывалась в момент возгорания смеси в секции высокого давления. По мере прохождения сформировавшейся детонационной волны по камере низкого давления образовывались твердые продукты реакции — углерод (сажа). Большая часть сажи осаждалась на дне трубы, остальное — на стенках и верхней части трубы. Толщина слоя сажи регулировалась начальным давлением, которое варьировалось в пределах $70 \div 150$ кПа. Затем вдоль образовавшегося слоя пыли посредством аналогичной схемы реализовывалось прохождение УВ с числом Маха $M_s = 1,62$. Для регистрации давления около торца ударной трубы устанавливались два пьезодатчика на верхней и нижней стенках, что позволяло определить распределение давления на стенках трубы в зависимости от времени.

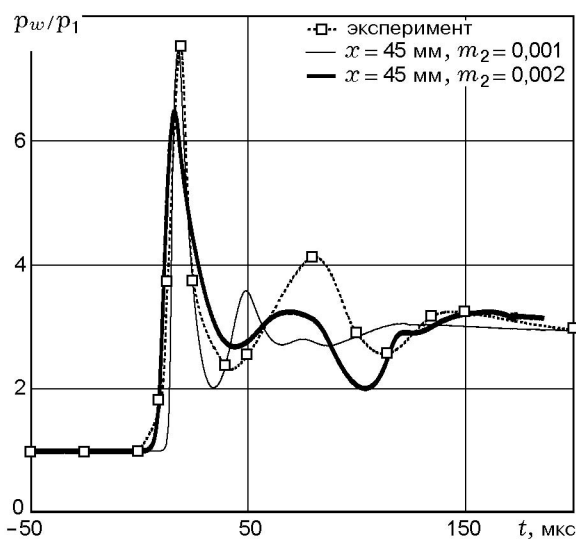


Рис. 4. Распределение давления по поверхности трубы при $M_s = 1,6$ и $m_2 = 0,001$ и $0,002$

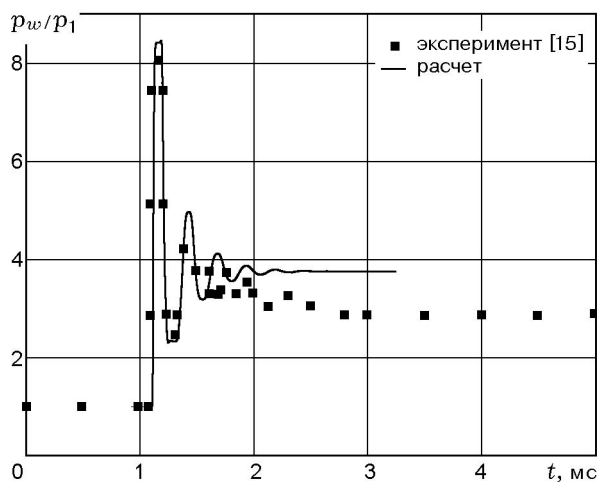


Рис. 5. Распределение давления на торце ударной трубы в зависимости от времени

Исходными параметрами задачи являлись толщина слоя, плотность материала частиц, объемная концентрация частиц и число Маха УВ. Для грубой оценки толщины слоя принято предположение, что сажа образуется в результате полного разложения ацетилена, находящегося в рабочей секции трубы при начальном давлении, равном атмосферному.

Была проведена оценка зависимости толщины слоя сажи от концентрации твердой фазы, что можно сделать, зная массу твердой фазы (рис. 3).

В результате использовались следующие

начальные условия: $M_s = 1,62$, $h = 4$ мм, $m_2 = 0,001$ и $0,002$. Поскольку размеры частицы лежат в субмикронном диапазоне, применение равновесного подхода оправдано. Плотность частиц 1900 кг/м³. Расчетные распределения давления по поверхности трубы для случаев $m_2 = 0,001$ и $0,002$ показаны на рис. 4, где приведены также результаты эксперимента. Наблюдается удовлетворительное соответствие между экспериментальными и расчетными данными в первом пике распределения давления, обусловленном падением проходящей УВ на подложку, и волной разрежения, возникающей при взаимодействии УВ с контактной границей между смесью и чистым газом. Кроме того, численное решение точно предсказывает равновесное давление в слое далеко вниз по потоку от УВ. В случае меньшей объемной концентрации твердой фазы период волн уменьшается, и в то же время с увеличением концентрации частиц амплитуда волн падает.

Было проведено также сопоставление данных расчетов с результатами экспериментов [15]. Рассматривалась задача о нормальном падении УВ на слой мелких частиц, прилегающий к жесткой стенке. В качестве материала использовался полистирол, плотность которого $\rho_{22} = 1060$ кг/м³, удельная теплоемкость $c_2 = 340$ Дж/(кг·К), толщина слоя 20 мм, объемная концентрация частиц $m_2 = 0,29$. В экспериментах фиксировалось распределение давления на торце вертикальной ударной трубы в зависимости от времени. Камера низкого давления была наполнена воздухом под давлением $p_0 = 0,1$ МПа, отношение давлений на диафрагме равнялось двум.

Расчет проводился при $m_2 = 0,015$. Расчетное и экспериментальное распределения давления на торце приведены на рис. 5. Видно, что имеет место качественное соответствие результатов расчета и эксперимента. Первый пик давления и амплитуда второго колебания разрешаются расчетным методом. Конечно, здесь можно говорить лишь о качественном совпадении результатов расчетов, так как в опытах использовался слой мелких частиц с большей концентрацией. Возможно, поэтому уровень давления после установления течения в смеси в расчете несколько выше, чем в опыте.

В работе [15] описаны также результаты опытов по взаимодействию проходящей УВ со слоем пыли, лежащим на дне ударной трубы в двумерной постановке. В эксперименте в одно-

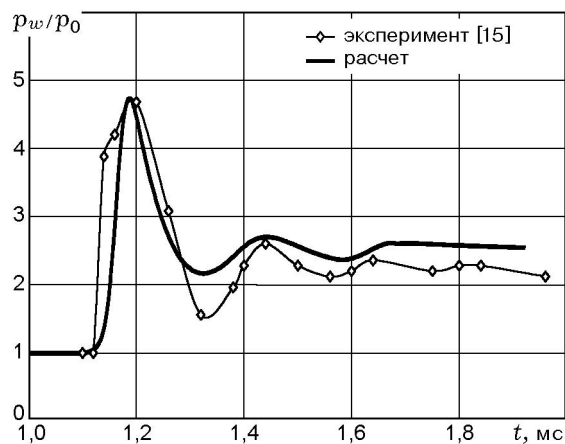


Рис. 6. Распределение давления на дне ударной трубы в зависимости от времени

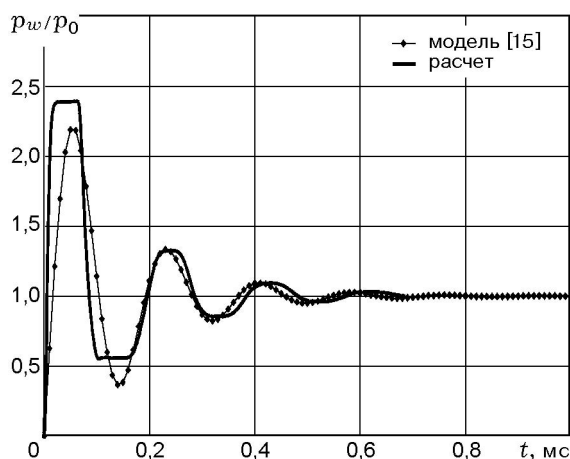


Рис. 7. Распределения давления, полученные по модели [15] и предложенной в настоящей работе модели

мерной постановке слой располагался на торце вертикальной ударной трубы и волна распространялась по нормали к торцу. В двумерной постановке пыль лежит на нижней стенке горизонтальной ударной трубы и УВ распространяется вдоль слоя, так что приходится принимать во внимание неоднородность картины взаимодействия. Авторами приведены осциллограммы давления в газе и распределение нагрузки на стенку под слоем в том же месте трубы. В двумерной задаче, в отличие от одномерной, первый импульс на поверхности слоя возникает раньше, чем на подложке: имеется время задержки прихода УВ, которое зависит от толщины слоя. В качестве частиц исполь-

зовался песок плотностью $\rho_{22} = 2450 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость $c_2 = 840 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, толщина слоя до 25 мм. Отношение давлений на диафрагме $p_1/p_0 = 2$. Начальное давление в камере низкого давления, как и в предыдущем опыте, составляло 0,1 МПа.

Расчет проводился в двумерной невязкой постановке. В расчете принималось $m_2 = 0,001$. На рис. 6 приведены расчетное и экспериментальное распределения давления по поверхности. Так же как и в одномерном случае, в двумерном течении наблюдается качественное соответствие между поведением давления в опыте и численном эксперименте.

Интересно провести сравнение наших расчетных данных с результатами, полученными по используемой в [15] математической модели [16], которая справедлива, по утверждению авторов, для не слишком больших толщин слоев пыли. Расчет на основе модели [15] удовлетворительно описывает экспериментальные зависимости для нескольких значений толщины слоя. В качестве дисперсной фазы рассматривался песок, объемная концентрация которого в эксперименте равнялась 0,73. Численный расчет с меньшими значениями концентраций частиц по равновесной модели механики гетерогенных сред позволил получить качественное соответствие результатов (рис. 7). Конечно, количественное совпадение данных в этом случае не является показательным, так как значения загрузки потока частицами в эксперименте и в расчете различаются между собой.

ПОДЪЕМ ПЫЛИ ИЗ СЛОЯ СО СКОШЕННОЙ КРОМКОЙ И РЕАЛЬНОЙ УВ

Были проведены расчеты по взаимодействию УВ со слоем пыли, передняя кромка УВ в начальный момент времени наклонена к пластине под углом, отличным от 90° , и сопоставлены поля параметров в случае треугольной и прямоугольной кромок слоя. На рис. 8 приведены поля плотности среды, полученные из расчетов по невязкой и вязкой моделям, для различных форм переднего края слоя.

В случае невязкого течения смеси (рис. 8, а, б) основное различие заключается в форме передней кромки облака. Высота лидирующего вихря в случае скошенной кромки несколько меньше, чем в случае прямоугольной формы переднего края слоя. С развитием течения эти отличия исчезают,

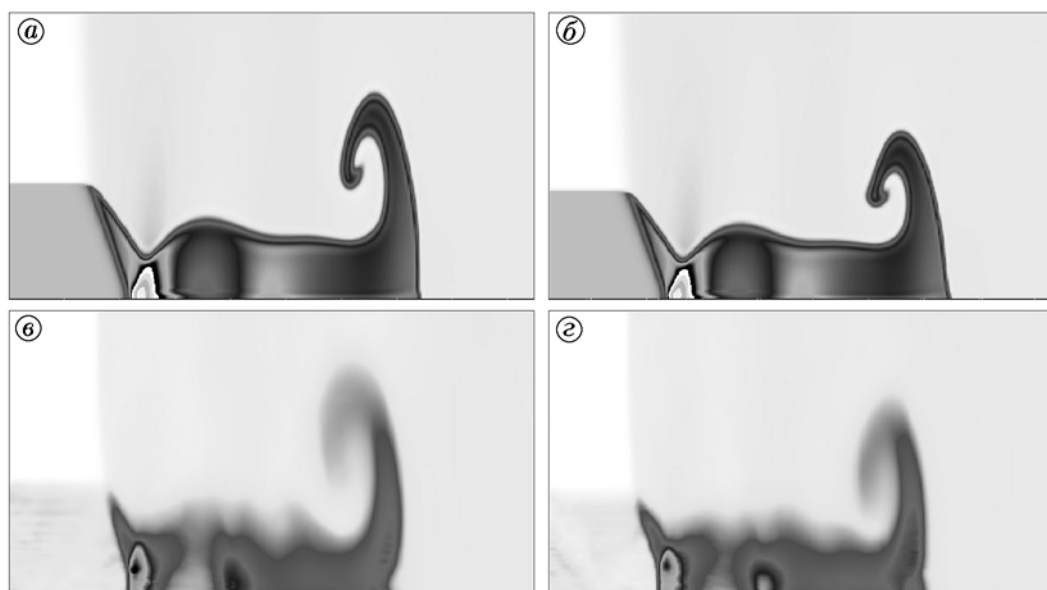


Рис. 8. Поля плотности:

а, в — для прямоугольной кромки слоя, *б, г* — для треугольной кромки; *а, б* — невязкий расчет, *в, г* — вязкий расчет

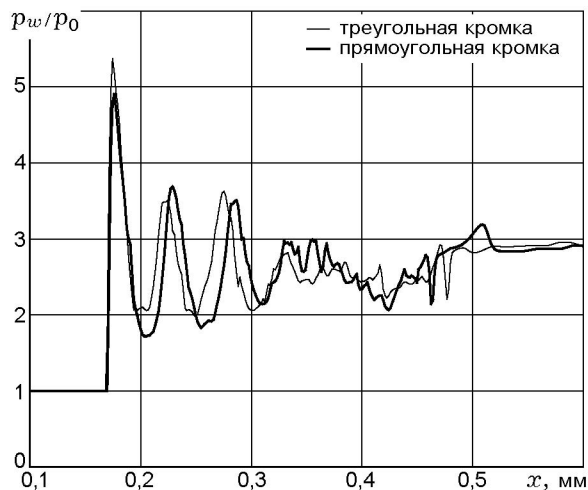


Рис. 9. Распределение давления на поверхности в момент времени $t = 0,22$ мс для случаев разных форм передней кромки слоя (вязкий расчет)

разница же между количественными распределениями параметров незначительна, и спустя некоторое время картины течения становятся практически идентичными. При использовании вязкой модели также наблюдается небольшое различие форм лидирующего вихря в этих двух случаях (рис. 8, в, г). Имеются определенные различия и в количественном

распределении параметров.

В случае скошенной кромки период волн на дне ударной трубы несколько меньше, что можно объяснить меньшей толщиной слоя (УВ входит в слой, толщина которого возрастает до постоянного значения) в начальные моменты развития течения. Первый максимум плотности и давления на стенке выше, чем в случае прямоугольной кромки, как видно из графиков поверхностного давления на рис. 9.

В общем случае также проводилось исследование влияния примыкающей к фронту УВ области разгрузки на подъем слоя пыли с прямоугольной кромкой слоя. Такие УВ часто встречаются на практике и отождествляются с взрывными. На рис. 10 приведены поля давления и плотности для двух моментов времени. На полях плотности видны граница пылевого слоя и изменения, которые претерпевает его передняя кромка. На полях давления более четко наблюдается фронт УВ. Темная область около стенки соответствует повышенному давлению, которое затем понижается в волне разгрузки. Видно, что длина зоны разгрузки в слое с течением времени увеличивается, а значение пикового давления уменьшается. Это обусловлено тем, что волна разрежения в чистом газе выполняется, в то же время в слое под действием УВ давление возрастает. В результате полу-

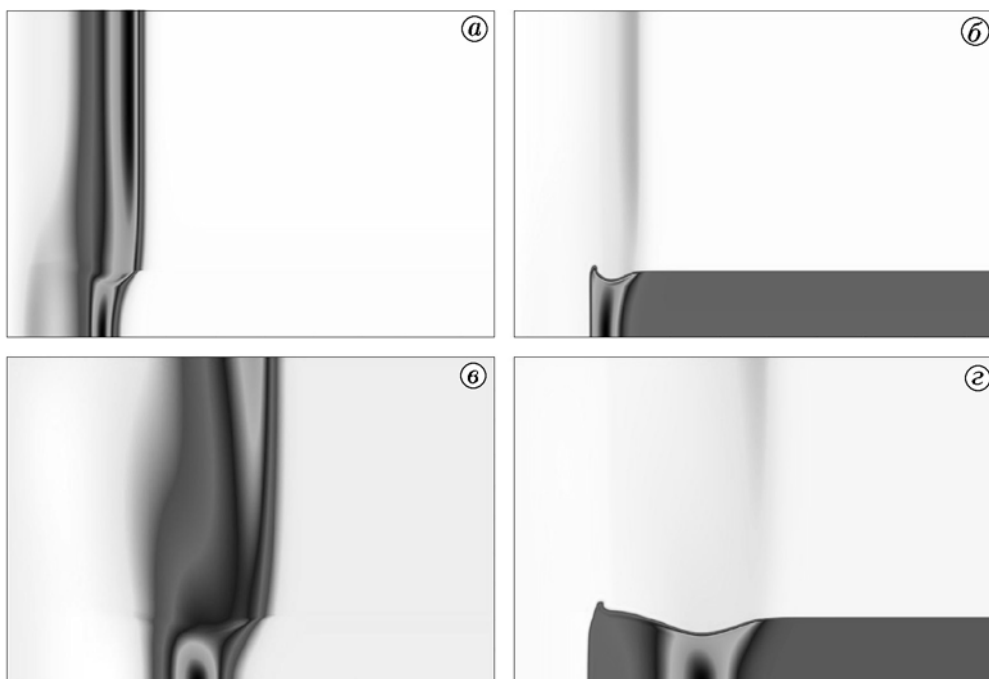


Рис. 10. Поля давления (а, в) и плотности (б, г) в моменты времени $t = 23$ мкс (а, б) и $t = 69$ мкс (в, г)

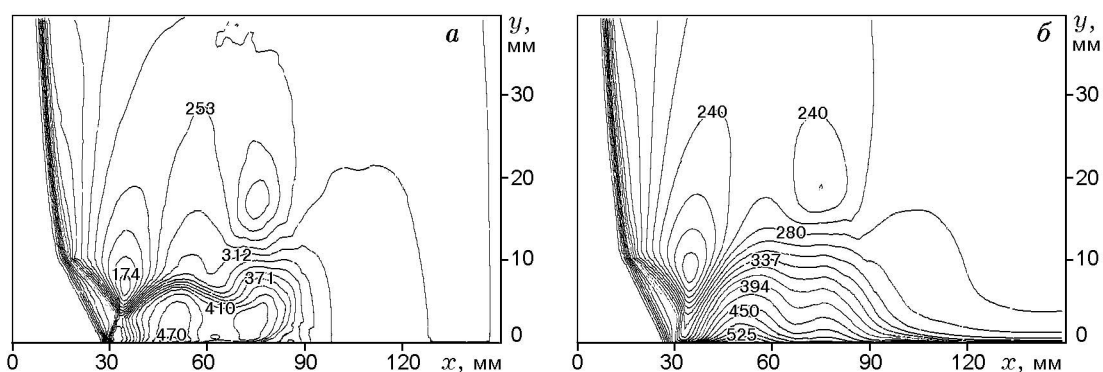


Рис. 11. Изолинии продольной скорости (м/с) без учета (а) и с учетом (б) турбулентности смеси

чена приведенная на рис. 10 картина распределения параметров, на которую оказывает влияние пониженное давление в волне разрежения в чистом газе.

При сопоставлении распределений плотности в задаче со взрывной УВ и прямоугольным фронтом можно заметить, что толщина слоя в области сразу за скачком существенно не меняется, в то время как в случае прямоугольного фронта слой существенно поджимается. Это можно объяснить тем, что в данном

случае интенсивность УВ быстро уменьшается за счет действия присоединенной волны разгрузки и слой испытывает менее сильное воздействие.

ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Для выяснения влияния турбулентности смеси на картину течения за лидирующей УВ были проведены расчеты в рамках модели вязкой теплопроводной смеси с использованием

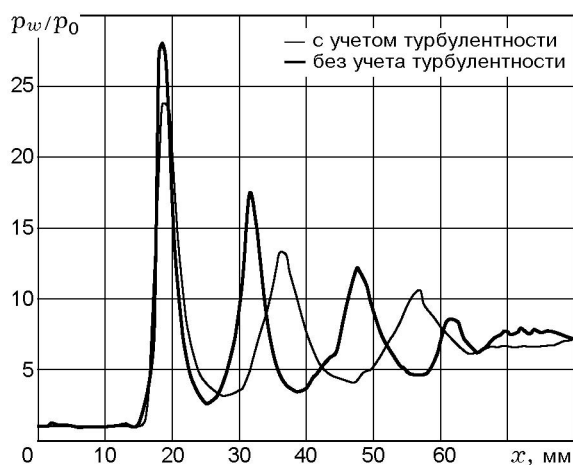


Рис. 12. Распределение давления по поверхности пластины с учетом и без учета турбулентности при $M_s = 2,5$ и $m_2 = 0,0012$



Рис. 13. Поля плотности при расчете без учета (а) и с учетом турбулентности (б) при $M_s = 1,6$ и $m_2 = 0,0057$

оригинальной методики, основанной на методе TVD [12]. Расчеты выполнялись с учетом и без учета турбулентности смеси. На рис. 11 приведены изолинии продольной скорости твердой фазы для этих двух случаев при начальной объемной концентрации частиц в слое $m_2 = 0,001$ и числе Маха УВ $M_s = 1,6$.

Как и в предыдущих расчетах течений за УВ, входящими в слой, в последнем формируется наклонная УВ, которая, отражаясь от подложки, выходит на контактную границу.

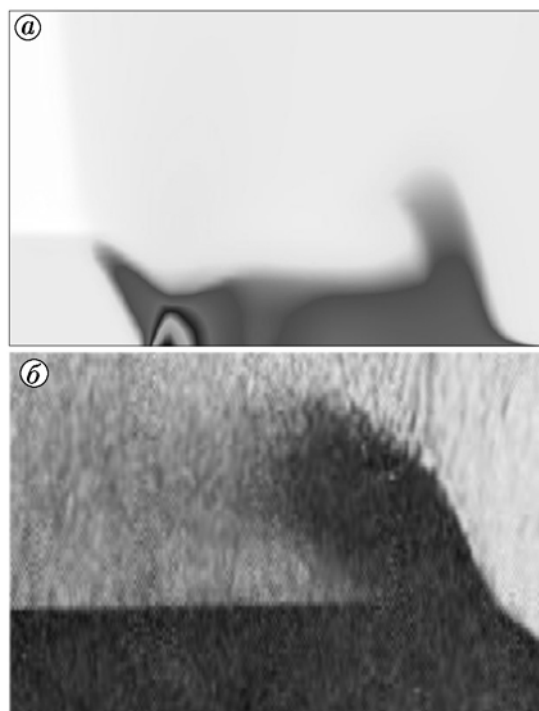


Рис. 14. Поле плотности при расчете ($M_s = 1,6$ и $m_2 = 0,001$) с учетом турбулентности (а) и теневая картина, полученная в экспериментах [17] (б)

Контактная граница существенно смещается к стенке, а затем в волне разрежения поднимается. Это способствует распылению слоя. Из рис. 11 видно, что основное качественное различие в поведении турбулентного и нетурбулентного течений смеси заключается в форме передней кромки слоя. В случае учета турбулентности (см. рис. 11, б) вблизи стенки образуется тонкая высокоскоростная струйка смеси, присутствие которой можно объяснить более высокими сдвиговыми напряжениями в этой области за счет появившейся турбулентной вязкости. В то же время для нетурбулентного течения передняя кромка слоя остается почти вертикальной.

Провести количественное сравнение этих типов течений позволяют графики распределения давления по поверхности пластины на рис. 12. Данные приведены для случая $M_s = 2,5$ и $m_2 = 0,0012$. Видно, что в расчете с учетом турбулентности смеси период внутренних волн больше, а их амплитуда меньше. Это обусловлено наличием дополнительной турбулентной вязкости, благодаря которой УВ отклоняется от нормального положения на больший угол,

чем в случае нетурбулентного течения. Таким образом, расстояние между первым и последующими падениями внутренних волн на стенку увеличивается, а интенсивность УВ уменьшается из-за дополнительной диссипации.

На рис. 13 представлены поля плотности в случае более плотного слоя. В отсутствие турбулентности интенсивность выше вследствие меньшей диссипации. В случае турбулентного течения количество отражений УВ от подложки (периодов взаимодействия внутренних волн) больше и подъем частиц лидирующим вихрем значительнее, что отражается на распределениях плотности среды. При этом в рамках нетурбулентного подхода слой частиц остается сильно прижатым к поверхности, потому что в нем распространяются более сильные УВ. В то же время в турбулизованном слое внутренние УВ менее сильные вследствие диссипации и участвуют в подъеме частиц на большем расстоянии вниз по потоку от лидирующей УВ. Это выражается в более значительном подъеме слоя пыли.

На рис. 14 приведены поля плотности смеси при расчете с учетом турбулентности и теневая картина, полученная в эксперименте [17]. Видно их качественное соответствие. Действительно, в визуализированной по результатам расчетов картине течения на передней кромке имеется вихрь, наблюдаемый также и в эксперименте.

ВЫВОДЫ

Для описания подъема пыли из слоя под действием лидирующей УВ прямоугольной и треугольной форм предложена математическая модель механики равновесной гетерогенной среды с учетом турбулентности смеси. Для решения данной проблемы механики гетерогенных сред в невязкой постановке модифицирован и тестирован метод СР, который позволяет корректно решать задачи механики гетерогенных сред с наличием криволинейных контактных границ.

Предложенная математическая модель для описания течения слоя пыли под действием ударной волны верифицирована по экспериментальным зависимостям давления на подложке от времени в плоской и одномерной геометрии задачи.

Показано, что в турбулентной смеси на передней границе слоя образуется высокоскоростная пристенная струйка, а пыль поднимается

более интенсивно за счет ослабленных диссипацией внутренних УВ.

Авторы признательны Н. Н. Федоровой за помощь при выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Федоров А. В.** Смесеобразование при распространении волновых процессов в газозвесах (обзор) // Физика горения и взрыва. 2004. Т. 40, № 1. С. 21–37.
2. **Федоров А. В., Федорова Н. Н., Федорченко И. А., Фомин В. М.** Математическое моделирование подъема пыли с поверхности // ПМТФ. Т. 43, № 6. С. 113–125.
3. **Fedorov A. V., Fedorova N. N.** Numerical simulations of dust lifting under the action of shock wave propagation along the near-wall layer // J. Phys. IV France. 2002. V. 12. Pr7-97–Pr7-104.
4. **Волков В. Ф., Федоров А. В., Фомин В. М.** Проблема взаимодействия сверхзвукового потока с облаком частиц // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 6. С. 26–31.
5. **Гостеев Ю. А., Федоров А. В.** К расчету подъема пыли проходящей ударной волной // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 3. С. 80–84.
6. **Гостеев Ю. А., Федоров А. В.** Математическое моделирование подъема и воспламенения частиц угольных отложений // Физика горения и взрыва. 2003. Т. 39, № 2. С. 67–74.
7. **Fedorov A. V., Gosteev Yu. A.** Quantitative description of lifting and ignition of organic fuel dusts in shock wave // J. Phys. IV France. 2002. V. 12. Pr7-89–Pr7-95.
8. **Федоров А. В., Федорова Н. Н., Федорченко И. А. и др.** Математическое моделирование динамических явлений в смесях газа и твердых частиц. Новосибирск, 2001. (Препр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т теор. и прикл. механики; №2-2001).
9. **Хмель Т. А., Федоров А. В.** Взаимодействие ударной волны с облаком частиц алюминия в канале // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 2. С. 89–98.
10. **Wilcox D. C.** Numerical study of separated turbulent flows // AIAA Paper. N 584. New York, 1974.
11. **Бедарев И. А., Федорова Н. Н.** Исследование факторов, влияющих на качество предсказания турбулентных отрывных течений // Вычисл. технол. 1999. Т. 4, № 1. С. 14–32.
12. **Борисов А. В., Федорова Н. Н.** Расчет турбулентных отрывных течений на основе метода повышенного порядка аппроксимации // Теплофизика и аэромеханика. 1995. Т. 2, № 3. С. 253–269.

13. **Yabe T.** A universal solver for hyperbolic equations for cubic-polynomial interpolation 1. One-dimensional solver // *Comput. Phys. Comm.* 1991. V. 66. P. 219–232.
14. **Matsui H.** Structure and propagation mechanism of the soot layer detonation // *Proc. of Research on the Processes of Combustions and Modelling of Fires.* Khabarovsk, 1992. P. 57–62.
15. **Gelfand B. E., Medvedev S. P., Borisov A. A., et al.** Shock loading of stratified dusty systems // *Archiv. Combust.* 1989. V. 9, N 1/4. P. 153–165.
16. **Взрывные явления. Оценка и последствия /** В. Т. Бакер, П. А. Кокс, П. С. Вестин и др. М.: Мир, 1986. Т. 1, 2.
17. **Gerrard J. H.** An experimental investigation of the initial stages of the dispersion of dust by shock waves // *Brit. J. Appl. Phys.* 1963. V. 14, N 4. P. 186–192.

Поступила в редакцию 13/IV 2004 г.
