

УДК 535.53.08.31; 621.391.63-503.57

## МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ГАРТМАНА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ШИРОКОАПЕРТУРНЫХ АДАПТИВНЫХ ЗЕРКАЛ

Д. М. Ляхов, О. И. Шанин, В. И. Щипалкин

*Федеральное государственное унитарное предприятие  
«Научно-исследовательский институт Научно-производственное объединение "ЛУЧ"»,  
142100, г. Подольск Московской обл., ул. Железнодорожная, 24  
E-mail: oshanin@luch.podolsk.ru*

В различных лазерных системах используются широкоапертурные адаптивные зеркала, содержащие десятки—сотни приводов. При исследовании таких зеркал проводятся тысячи высокоточных измерений. Описан простой, дешёвый, высокоточный и экспрессный метод, специально разработанный для изучения характеристик названных зеркал с большим числом степеней свободы.

*Ключевые слова:* метод и диафрагма Гартмана, математическая модель, широкоапертурное адаптивное зеркало, система контроля.

**Введение.** Метод Гартмана широко используется как для оптического контроля [1], так и для измерения волновых фронтов в различных адаптивных оптических системах [2]. При исследовании функций отклика и управляемости широкоапертурных адаптивных зеркал (АЗ) с десятками—сотнями приводов (тысячи карт оптической поверхности) ещё в конце 1980-х годов менее трудоёмким и более точным, чем метод Гартмана, был метод голографической интерферометрии. Появление ПЗС-матриц высокого разрешения и современной вычислительной техники резко изменили ситуацию.

В данной работе предлагается простой, дешёвый, высокоточный и экспрессный метод, специально созданный для изучения характеристик широкоапертурных АЗ с большим числом степеней свободы.

**Описание метода.** Суть метода поясняется приведённой на рис. 1 схемой. Исследуемое адаптивное зеркало 1 размещается на определённом расстоянии от экрана 5 (или диафрагмы с отверстиями), на котором различными способами сформирована система пятен. Она может формироваться, например, на сплошном экране с помощью проектора 6. В нашем случае экран был выполнен в виде диафрагмы с отверстиями, подсвеченными сзади рассеивающим экраном с лампами 2. Отражённое от зеркала изображение проецируется на матрицу цифровой метрологической видеокамеры 3, а затем записывается в компьютер. Сравнение этого изображения с эталонным позволяет вычислить отклонения пятен по координатам и по ним восстановить форму поверхности (абсолютные измерения). Если изучаются отклонения формы поверхности зеркала от первоначальной (относительные измерения), то в качестве эталона принимается исходная поверхность зеркала.

**Выбор типа решётки, расстояния между отверстиями и диаметра отверстий в диафрагме Гартмана.** Для различных геометрий контролируемых апертур наиболее часто используют диафрагмы Гартмана с квадратным типом решётки [1]. Вместе с тем под конкретные измерения число отверстий на апертуре и план их размещения могут быть оптимизированы.

Средний размер ожидаемой неровности на оптической поверхности АЗ равен межприводному расстоянию  $L_{пр}$ . На диаметре АЗ  $D$  укладывается  $D/L_{пр}$  таких неровностей.

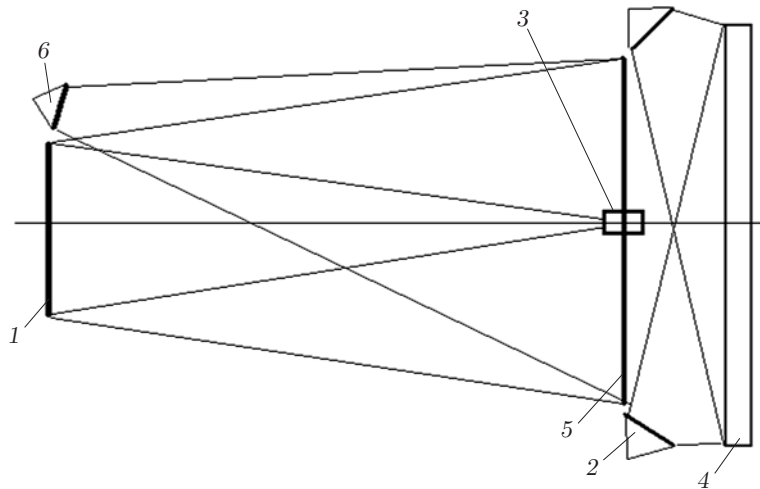


Рис. 1

Согласно теореме Котельникова для корректного представления формы оптической поверхности необходимо произвести не менее  $2D/L_{\text{пр}}$  измерений на диаметре.

Размеры области размещения пятен на диафрагме Гартмана определены оптической схемой измерений и равны удвоенным линейным размерам диагностируемой оптической поверхности.

Расстояние между зеркалом и диафрагмой, разрешающая способность видеокамеры и размер отверстия в диафрагме согласуются между собой из следующих соображений. Наибольшие отклонения пятен не должны превышать 80 % расстояния между отверстиями (пятнами) при максимальных искажениях формы оптической поверхности (здесь имеются ввиду суммарные искажения масштаба зеркала и масштаба функции отклика). Размер пятна согласуется с размером матрицы видеокамеры. Опыт показал, что для достижения высокой точности нужно, чтобы на пятно приходилось 50–100 пикселей ПЗС-матрицы видеокамеры.

Таким образом, для нашего случая контроля АЗ с квадратной управляемой апертурой  $200 \times 200$  мм и 61 приводом, размещённым по шахматной сетке, были определены следующие параметры диафрагмы Гартмана, расстояние от зеркала до экрана и размеры матрицы видеокамеры: тип решётки — квадратная, число отверстий  $15 \times 15$ , область размещения пятен на диафрагме  $420 \times 420$  мм, диаметр отверстия 5 мм, расстояние от АЗ до экрана 2400 мм, размер матрицы  $1392 \times 1040$  пикселей.

**Математическая модель.** Для отражённого от зеркала изображения запишем модель координат центров пятен, образующих матрицу наблюдений  $\mathbf{Y}$  (размер этой матрицы  $2 \times n$ ):

$$\|(2L + 2\mathbf{XPA}_2)_{i,i}/2L\|2\mathbf{XPA}_1 + 2L\|(\mathbf{XPA}_2)'_{xn} \quad (\mathbf{XPA}_2)'_{zn}\| = \mathbf{Y}, \quad (1)$$

где  $\|(2L + 2\mathbf{XPA}_2)_{i,i}/2L\|$  — диагональная матрица, включающая элементы вектор-столбца  $(2L + 2\mathbf{XPA}_2)/(2L)$ , которые характеризуют изменение масштаба изображения в  $i$ -х точках при повороте и перемещении зеркала относительно видеокамеры, т. е. используется теория перспективы изображения;  $L$  — расстояние от зеркала до диафрагмы;  $\mathbf{X}$  — матрица, состоящая из столбца единиц и столбцов координат  $x, z, y$  — заданных точек поверхности зеркала в трёхмерном пространстве, при этом  $y_i = \sum_j^m B_j f_j(x_i, z_i), i = 1-n$  ( $n$  — количество точек контроля,  $m$  — количество базисных функций  $f_j(x, z)$ ,  $B$  — иско-

мые коэффициенты регрессии);  $\mathbf{P}$  — матрица поворота и смещения точек в трёхмерной системе координат, сформированная из направляющих косинусов и констант сдвига:

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} p_{0,1} & p_{0,2} & p_{0,3} \\ p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} \end{vmatrix}.$$

Первая строка — константы сдвига. Матрица направляющих косинусов запишется в виде

$$P_p \leftarrow \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix},$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  — углы поворота системы координат.  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$  — проекционные матрицы вида

$$\mathbf{A}_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix},$$

$(\mathbf{XPA}_2)'_{xn}, (\mathbf{XPA}_2)'_{zn}$  — частные производные от повернутой поверхности по повернутым координатам.

Элементы столбцов матрицы  $\mathbf{XPA}_1$  являются новыми координатами. Обозначим их как  $xn$  и  $zn$ . Частные производные вектора  $\mathbf{XPA}_2$  по новым координатам будут равны отношению производных элементов этих векторов по старым координатам, например

$$(\mathbf{XPA}_2)'_{xn} = \frac{p_{13} + \mathbf{f}(x_i, z_i)'_x \mathbf{B}p_{33}}{p_{11} + \mathbf{f}(x_i, z_i)'_x \mathbf{B}p_{31}}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{f}(x, z)$  — вектор-строка базисных функций;  $\mathbf{B}$  — вектор-столбец искоемых коэффициентов.

Модель (1) учитывает неточность взаимного расположения диафрагмы и контролируемого зеркала, а именно возможный поворот и погрешность масштаба при повороте и изменении расстояния до диафрагмы. Если полагать, что этих погрешностей нет, то модель приобретёт вид модели классического метода Гартмана:

$$\left\| \mathbf{f}(\mathbf{X}_t)'_x \times \mathbf{B} \quad \mathbf{f}(\mathbf{X}_t)'_z \times \mathbf{B} \right\| = \frac{\mathbf{Y} - 2\mathbf{X}_t}{2L}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{X}_t$  — матрица теоретических значений координат  $x$  и  $z$  точек контроля (эталон).

На практике в общем случае избежать перечисленных погрешностей в данном методе невозможно, поэтому приходится определять углы поворота и учитывать неточность масштаба. Однако, если в виде эталона вместо теоретических координат использовать зафиксированные экспериментально, то опять справедлива модель (3). Это происходит при сравнении двух состояний зеркала: до и после воздействия на него приводов, что даёт возможность идентифицировать влияние внешнего воздействия на изменение геометрии поверхности зеркала.

Большую роль в расчёте формы оптической поверхности играет точность определения координат центров экспериментально зафиксированных пятен, соответствующих отверстиям диафрагмы. Для этого используется некоторая аппроксимирующая модель, описывающая их границы [3]. Затем вычисляются необходимые центры. Погрешность определения координат центра меньше 0,02 пикселя.

В нашем случае значение перечисленных углов не больше 0,02 рад. Разлагая синусы и косинусы в ряд Тейлора, ограничимся элементами первого порядка. При этом получим

$$Pp = \begin{vmatrix} 1 & -\alpha & -\beta \\ \alpha & 1 & -\gamma \\ \beta & \gamma & 1 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Учитывая (4), формулу (2) упростим до вида

$$(\mathbf{XPA}_2)'_{xn} = -\beta + \mathbf{f}(x_i, z_i)'_x \mathbf{B}. \quad (5)$$

Согласно (4) преобразуем (1) к виду

$$\begin{aligned} 2\mathbf{X}(\mathbf{I} + \mathbf{Ppp})\mathbf{A}_1 + \frac{\|(\mathbf{2X}(\mathbf{I} + \mathbf{Ppp})\mathbf{A}_2)_{i,i}\| \mathbf{2X}(\mathbf{I} + \mathbf{Ppp})\mathbf{A}_1}{2L} + \\ + 2L \left\| \begin{matrix} (\mathbf{XPA}_2)'_{xn} & (\mathbf{XPA}_2)'_{zn} \end{matrix} \right\| = \mathbf{Y}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathbf{I} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{Ppp} = \begin{vmatrix} \Delta_0 & \Delta_1 & \Delta_2 \\ 0 & -\alpha & -\beta \\ \alpha & 0 & -\gamma \\ \beta & \gamma & 0 \end{vmatrix}.$$

Пренебрегая величинами второго порядка малости, получим

$$\begin{aligned} 2\mathbf{X}(\mathbf{Ppp})\mathbf{A}_1 + \frac{\|(\mathbf{2XPppA}_2 + \mathbf{2XIA}_2)_{i,i}\| \mathbf{2XIA}_1}{2L} + \\ + 2L \left\| \begin{matrix} (\mathbf{XPA}_2)'_{xn} & (\mathbf{XPA}_2)'_{zn} \end{matrix} \right\| = \mathbf{Y} - \mathbf{2XIA}_1. \end{aligned} \quad (7)$$

Модель (7) с учётом (5) и (6) — линейная по неизвестным параметрам. Поэтому, используя метод наименьших квадратов, можно определить углы смещения  $\Delta$  и коэффициенты  $B$ .

Алгоритм определения параметров модели общего вида (1) реализуется с помощью метода наименьших квадратов в общем виде [4, 5] и применительно к задачам подобного класса изложен в работе [6].

**Примеры расчётов.** *Относительное измерение.* Результат влияния центрального привода на геометрию зеркала показан на рис. 2. Точность измерения  $\pm 0,02$  мкм, или 1 мкрад, для угловых измерений. Расстояние  $L$  от диафрагмы до зеркала 2400 мм. Апертура деформируемого зеркала  $200 \times 200$  мм. Размах функции отклика составляет 8,3 мкм. По каждой оси функция вычислена в 32 точках.

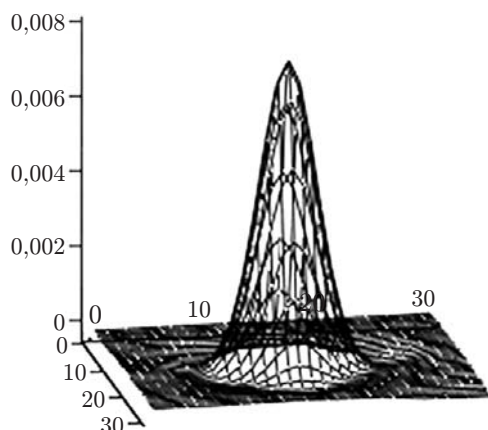


Рис. 2

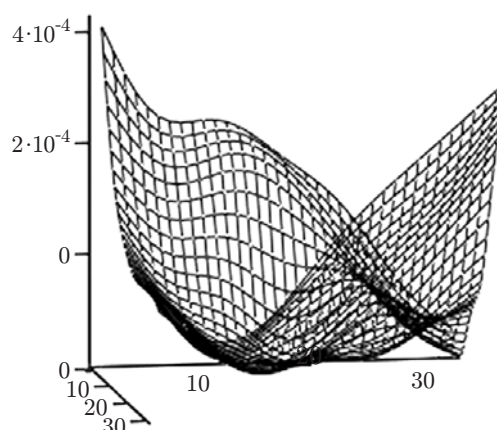


Рис. 3

*Абсолютное измерение.* Изображение геометрии поверхности эталонного зеркала приведено на рис. 3 (апертура  $100 \times 100$  мм, размах  $0,6$  мкм). Использовались  $(7 \times 7) - 1$  центральных точек диафрагмы. Точность измерения составила  $\pm 0,04$  мкм. На уменьшении точности сказывается влияние погрешностей объектива и большего числа определяемых параметров, нахождения углов, уточнения масштаба, меньшего количества точек измерения.

Погрешность  $\delta$  данной схемы измерений рассчитывалась с использованием результатов интерферометрического контроля геометрии оптических поверхностей (среднеквадратичные значения изменений поверхностей от  $0,23$  до  $2,34$  мкм):

$$\delta = 2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{gi} - y_{int_i})^2 - \delta_{int}^2},$$

где  $y_{gi}$  — значение поверхности в  $i$ -й точке, найденное предлагаемым методом;  $y_{int_i}$  — значение поверхности, определённое методом интерферометрии;  $\delta_{int}$  — погрешность интерферометрии.

Система может работать в режиме «живого» видео. При этом расчёт одного изображения контролируемой поверхности длится  $0,5$  с. Такой режим удобен при настройке адаптивных зеркал.

Обычно для расчёта масштаба используется эталонное плоское зеркало размером  $100 \times 100$  мм. Отклонение от плоскости для него должно быть не больше  $\pm 0,5$  мкм. Эталонное зеркало размещается на небольшом расстоянии перед контролируемым. Расстояние между данными оптическими поверхностями должно измеряться с погрешностью не больше  $0,1$  мм. Пересчёт масштаба  $M$  проводится по формуле

$$M = m_0 \frac{L}{L - h},$$

где  $m_0$  — масштаб на эталонном зеркале,  $h$  — расстояние между эталонным зеркалом и измеряемым. Процедура вычисления масштаба  $m_0$  проводится программой при условии знания расстояния между отверстиями диафрагмы с учётом возможных наклонов эталонного зеркала и диафрагмы. В программе учитываются несоосность ПЗС-матрицы и используемого объектива и его оптические погрешности, включая третий порядок.

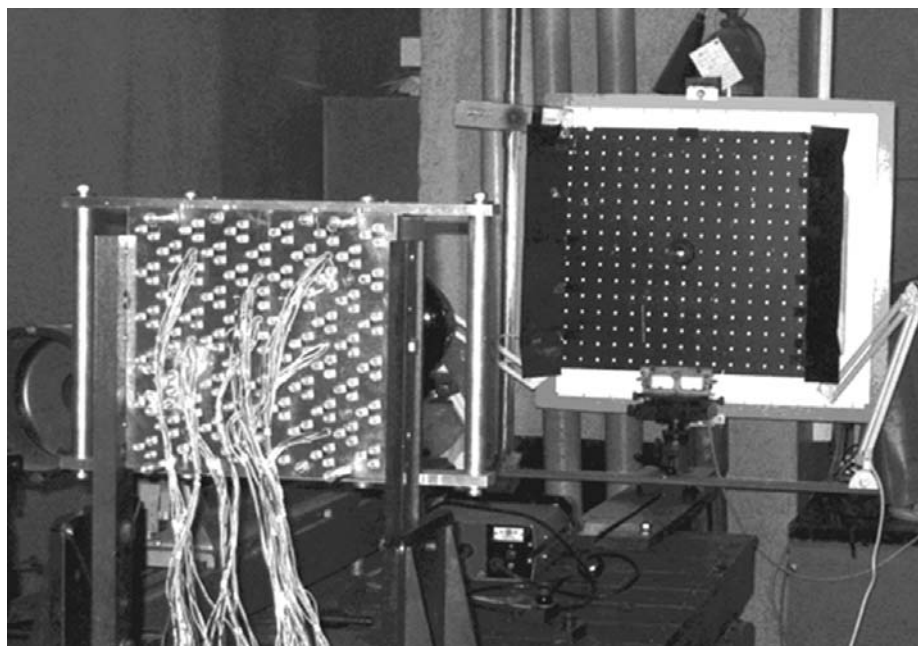


Рис. 4

Система контроля АЗ на стенде показана на рис. 4. В центре диафрагмы виден объектив цифровой телекамеры, на переднем плане — адаптивное зеркало. Простота установки очевидна.

**Заключение.** Таким образом, в предлагаемой работе создан простой, точный и экспрессный метод контроля характеристик широкоапертурных адаптивных зеркал. Данный метод позволяет провести измерения формы поверхности, функций отклика на воздействие приводов, гистерезиса, остаточных ошибок коррекции при отработке поверхностью заданных форм для деформируемого зеркала с 61 приводом менее чем за 2 часа.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Витриченко Э. А., Лукин В. П., Пушной Л. А., Тартаковский В. А. Проблемы оптического контроля. Новосибирск: Наука, 1990. 351 с.
2. Тараненко В. Г., Шанин О. И. Адаптивная оптика в приборах и устройствах. М.: ФГУП «ЦНИИАТОМИНФОРМ», 2005. 416 с.
3. Афонин В. Л., Крайнев А. Ф., Ковалев В. Е. и др. Обрабатывающее оборудование нового поколения. М.: Машиностроение, 2001. 121 с.
4. Федоров В. В. Теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1971. 257 с.
5. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение. М.: Наука, 1968. 311 с.
6. Ляхов Д. М., Хромов В. Ю., Шанин О. И., Щипалкин В. И. Оптический контроль изделий сложной формы // Сб. тр. ФГУП «НИИ НПО "ЛУЧ"» 2003–2006 гг. М.: ФГУП «ЦНИИАТОМИНФОРМ», 2007. С. 135–141.

*Поступила в редакцию 10 января 2012 г.*