

УДК 532.5:536

Численное исследование двумерной естественной конвекции с учетом фазовых превращений в системе теплоотведения с источником объемного тепловыделения*

Н.С. Бондарева, М.А. Шеремет

Томский государственный университет

E-mail: Michael-sher@yandex.ru

Работа посвящена численному исследованию нестационарных режимов конвективного плавления парафина внутри замкнутой прямоугольной области, нагреваемой от источника энергии с постоянной плотностью объемного тепловыделения. Задача была сформулирована в безразмерных преобразованных переменных «функция тока–завихренность–температура» и решена с использованием метода конечных разностей. Получены и проанализированы основные характеристики процесса плавления и теплопереноса в жидкой среде при различных мощностях источника энергии (от 5 до 100 Ватт). Проанализировано влияние теплоотдачи от источника на температурные распределения внутри области, содержащей парафин.

Ключевые слова: плавление, естественная конвекция, теплопроводность, парафин, источник энергии с постоянной плотностью объемного тепловыделения, ламинарный режим, численное моделирование.

Введение

Задачи отведения тепла от электронных устройств актуальны в настоящее время. Это связано, прежде всего, с растущими мощностями вычислительных машин и требованиями к весовым и объемным характеристикам устройств. Система теплоотведения должна обладать высокой теплопроводностью непосредственно на поверхности контакта с нагреваемым элементом, при этом для повышения теплоотдачи необходимы высокое рассеивание тепла и высокая теплоемкость. В таких системах, как правило, с поверхностью источника контактирует металлическая пластина (радиатор) с высокой теплопроводностью, часто изготавливаемая из медного сплава или алюминия. Радиатор осуществляет теплоотводящую и теплорассеивающую функции. Пластины, изготовленные из меди, позволяют наиболее интенсивно отводить энергию от источника, так как медь обладает наиболее высокой теплопроводностью. Так, в работах [1, 2] были представлены охлаждающие элементы в виде радиаторов с жидкостным охлаждением нескольких типов: в виде алюминиевой или медной пластины с припаянными к ней трубками, по которым подается охлаждающая жидкость; в виде пластины с проведенными внутренними каналами; пластины с ребристым рельефом, образующим каналы, а также пластин, упорядоченно сложенных и образующих между собой пространство для охлаждающих потоков жидкости или воздуха. Увеличение поверхности контакта с внешней

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (соглашение № 17-79-20141).

средой способствует более интенсивному теплорассеиванию. В работе [3] были представлены результаты экспериментального исследования системы, состоящей из модуля, заполненного галлием, как материала с изменяемым фазовым состоянием (температура плавления галлия составляет 302,92 К), и медной подложки. В исследовании [2] конструкция медной подложки представляла собой сложную систему тепловых трубок с включениями воды, что позволило существенно снизить тепловое сопротивление подложки. Анализ теплопереноса при импульсном тепловыделении источника, мощность которого варьировалась от 1,75 до 7,25 Ватт показал, что подобная конструкция подложки позволяет поддерживать температуру на поверхности источника ниже 45 °С в течение часа при мощности источника 3,65 Ватт.

Несмотря на то, что галлий обладает высокой теплопроводностью и высокой энергией плавления, в расплавленном состоянии он взаимодействует с металлами и сплавами, поэтому более широкое распространение в системах охлаждения электроники получили парафины и воски, которые также обладают низкой температурой плавления. Применение парафинов и восков широко распространено в системах температурного контроля аккумуляторов [4–6], в современных мобильных устройствах [7, 8], а также в солнечных нагревателях [9] в качестве компонента, аккумулирующего тепло.

К наиболее ранним работам, посвященным плавлению парафинов в замкнутых областях, относится экспериментальное исследование [10], где рассматривалось плавление н-октадекана внутри замкнутого параллелепипеда, нагреваемого от нижней грани. Здесь была представлена эволюция движения фронта фазового перехода и показано, что возникновение конвективного теплопереноса приводит к неравномерному плавлению. Экспериментальное исследование пассивной системы охлаждения, основанной на материале с изменяемым фазовым состоянием, было проведено в работе [11]. В эксперименте использовалась алюминиевая подложка с квадратным основанием. Для усиления теплоотдачи в конструкцию подложки были добавлены дополнительные ребра. Подложка заполнялась парафином с температурой плавления 56–58 °С на 33, 66 и 100 %. Плотность теплового потока, реализуемая на источнике энергии, варьировалась в диапазоне от 1,58 до 3,174 кВт/м². Было показано, что включение материалов с изменяемым фазовым состоянием позволяет значительно снизить температуру устройства и увеличить время работы системы до достижения критических температур. В публикации [12] было представлено экспериментальное исследование влияния температуры плавления материала и формы теплового интерфейса на мощность теплоотводящей конструкции. Сравнивались два разных материала с изменяемым фазовым состоянием с различными тепловыми характеристиками: н-эйкозан с температурой плавления 36,2 °С и 1-гексадеканол с температурой плавления 46,8 °С. Мощность источника варьировалась в диапазоне от 60 до 120 Ватт, над источником располагалась теплорассеивающая медная подложка. Блок, заполненный материалом с изменяемым фазовым состоянием, был изготовлен из алюминия и размещался на медной подложке. Исследования показали, что использование материалов с более высокой температурой плавления позволяет продлить время достижения критической температуры, а также способствует усилению теплообмена с окружающей средой. Однако интенсивное теплоотведение, связанное с фазовым переходом, возможно только при превышении температуры плавления, поэтому низкая температура плавления материала позволяет обеспечивать интенсивное поглощение тепла при более низких температурах. Таким образом, выбор материала зависит от тепловых требований электронных компонентов.

Одним из факторов, влияющих на скорость плавления, является возникновение и развитие естественной конвекции в расплаве. Температурные перепады, возникающие при нагревании, связаны с мощностью тепловыделения источника энергии. Для детального описания комплексного влияния гидродинамики и процесса плавления на интенсивность теплоотведения экспериментальных данных недостаточно, необходим подробный

численный анализ, который позволит отследить формирование и развитие рециркуляционных зон, а также движение межфазной границы.

На сегодняшний день существует не так много численных работ, посвященных исследованию режимов плавления парафинов [6, 7, 13–17]. Так, например, в работе [6] проводилось математическое моделирование плавления парафина внутри квадратной области, нагреваемой на одной из стенок. Было показано, что под влиянием естественной конвекции плавление происходит быстрее в случае нижнего нагрева. Работы [15–17] посвящались численным исследованиям режимов плавления материалов внутри металлических радиаторных систем. Было установлено, что изменением высоты, ширины и формы ребер можно контролировать скорость плавления материала. Кроме того, было проанализировано влияние формы конструкции и мощности источника на время, затрачиваемое на полное расплавление вещества, и на время достижения критической температуры, а также показано, что добавление парафина в радиаторную систему позволяет поддерживать высокий градиент температуры на поверхности подложки и удерживать более интенсивный теплообмен в течение длительного времени по сравнению с традиционными радиаторными системами [16].

В настоящей работе основное внимание уделялось анализу возникновения и развития конвективного течения расплава внутри исследуемой системы, а также его взаимодействия с движением межфазной границы в зависимости от интенсивности тепловыделения источника энергии. Работа посвящена численному исследованию двумерных нестационарных режимов теплопереноса в системах теплоотведения с источниками постоянного объемного тепловыделения, основанными на использовании материалов с фазовыми переходами «твердое тело–жидкость», при наличии медной подложки. Следует отметить, что новизной представленной работы является детальное исследование практически ориентированной постановки задачи, связанной с моделированием условий теплоотвода от тепловыделяющего источника (рассматривается элемент с постоянным объемным тепловыделением). При этом численное решение задачи проведено на основе использования преобразованных переменных «функция тока–завихренность» в энтальпийной постановке, что также характеризует вычислительную новизну рассматриваемой задачи.

Математическая модель и метод решения

Рассматривается двумерная область (рис. 1), ограниченная теплоизоляционным материалом снизу и с боковых сторон. В нижней части области расположен кремниевый источник постоянного объемного тепловыделения, над которым находится медная пластина, имеющая непосредственный контакт с источником. На пластине вплотную расположена полость, заполненная твердым парафином. В начальный момент времени температура во всей области равна температуре окружающей среды T_c . Источник начинает нагреваться и при превышении температуры фазового перехода T_m на границе с медной подложкой начинается процесс плавления парафина. Расплав считается вязкой жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска, а возникающие внутри полости течения представляются ламинарными.

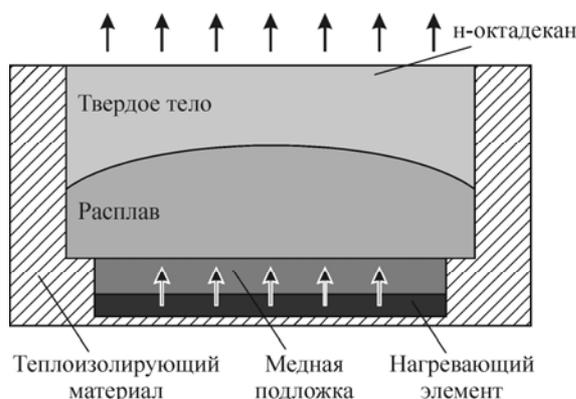


Рис. 1. Область решения задачи.

Определяющие анализируемый процесс уравнения записываются на основе законов сохранения массы, импульса и энергии. В расплаве рассматриваются уравнения движения в естественных переменных «скорость–давление», а также уравнение энергии, записанное в энтальпийной формулировке [18, 19]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_m), \quad (3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} = \lambda_1 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (4)$$

В кристаллической фазе уравнение теплопроводности в энтальпийной формулировке имеет вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \lambda_s \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (5)$$

Зависимость энтальпии материала от температуры может быть представлена следующим образом [18–20]:

$$h = \begin{cases} \rho_s c_s T, & T < T_m, \\ \rho_s c_s T_m + \rho L_m + \rho c_l (T - T_m), & T \geq T_m. \end{cases}$$

Внутри тепловыделяющего элемента решается уравнение теплопроводности с добавлением слагаемого, характеризующего плотность объемного тепловыделения [21]:

$$\rho_2 c_2 \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + Q. \quad (6)$$

Внутри медной подложки также используется уравнение теплопроводности в следующем виде:

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_1 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (7)$$

В представленных уравнениях (1)–(7) приняты следующие обозначения: x, y — декартовы координаты, t — время, g — ускорение свободного падения, ν — кинематический коэффициент вязкости, β — коэффициент температурного расширения расплавленного материала, ρ — плотность, u, v — горизонтальная и вертикальная компоненты вектора скорости, p — давление, T — температура, T_m — температура плавления, h — энтальпия, λ_s и λ_l — коэффициенты теплопроводности твердого и расплавленного парафина соответственно, L_m — скрытая теплота плавления, c_s и c_l — теплоемкости для твердой и жидкой фаз, ρ_s и ρ_l — плотности твердого и жидкого парафина соответственно; λ_i, c_i, ρ_i ($i = 1, 2$) — коэффициенты теплопроводности, теплоемкости и плотность соответствующих материалов (1 — медь, 2 — кремний).

Основная сложность при решении уравнений с фазовым переходом связана с определением положения межфазной границы в каждый момент времени, отслеживанием перемещения межфазной границы и баланса энергии при плавлении или затвердевании.

Для перехода к единому уравнению энергии в материале с фазовым переходом была введена сглаживающая функция φ [18–20]:

$$\varphi = \begin{cases} 0, & T < T_m - \eta, \\ \frac{T - (T_m - \eta)}{2\eta}, & T_m - \eta \leq T \leq T_m + \eta, \\ 1, & T > T_m + \eta. \end{cases} \quad (8)$$

С целью сокращения вычислительного времени при решении рассматриваемой задачи в качестве искоемых гидродинамических функций вводятся функция тока ψ ($u = \partial\psi/\partial y$, $v = -\partial\psi/\partial x$) и завихренность скорости ω ($\omega = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$). Следует отметить, что введение этих функций позволяет исключить из рассмотрения поле давления вследствие тождественного выполнения уравнения неразрывности (1) и тем самым уменьшить количество решаемых уравнений.

Численная реализация процесса плавления проводилась в безразмерных переменных, которые определялись следующим образом:

$$X = x/L, \quad Y = y/L, \quad U = u/\sqrt{g\beta\Delta TL}, \quad V = v/\sqrt{g\beta\Delta TL}, \\ \tau = t\sqrt{g\beta\Delta T/L}, \quad \Theta = (T - T_m)/\Delta T, \quad \Psi = \psi/\sqrt{g\beta\Delta TL^3}, \quad \Omega = \omega L/\sqrt{g\beta\Delta TL},$$

где L — высота области, содержащей материал с изменяемым фазовым состоянием (рис. 1), ΔT — температурный напор, зависящий от выбранного масштаба температуры $\Delta T = T_h - T_m$, в настоящем исследовании $\Delta T = 60$ °C отражает рабочий температурный режим внутри электронного устройства, X, Y — безразмерные координаты, соответствующие координатам x и y ; U, V — безразмерные компоненты вектора скорости, τ — безразмерное время, Θ — безразмерная температура, Ψ — безразмерный аналог функции тока, Ω — безразмерный аналог завихренности.

С учетом введенных сглаживающей функции (8), функции тока и завихренности, а также безразмерных переменных определяющие уравнения (1)–(7) примут вид [19, 20, 22]

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \sqrt{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (10)$$

$$\zeta(\varphi) \left[\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right] + \text{Ste} \cdot \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right] = \\ = \frac{\xi(\varphi)}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right). \quad (11)$$

Внутри источника энергии и медной пластины рассматриваются уравнения теплопроводности в следующем виде:

— в тепловыделяющем элементе

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_2/a_1}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \text{Os} \right), \quad (12)$$

— внутри медной пластины

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_1/a_1}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right), \quad (13)$$

здесь $Ra = g\beta\Delta TL^3 / (\nu a_1)$ — число Рэлея, $Pr = \nu / a_1$ — число Прандтля, $Ste = L_m / (c_m \Delta T)$ — число Стефана, $Os = QL^2 / (\lambda_2 \Delta T)$ — число Остроградского, a_1 — коэффициент температуропроводности расплава, a_1 — коэффициент температуропроводности меди, a_2 — коэффициент температуропроводности кремния, $\zeta(\varphi) = \frac{\rho_s c_s}{\rho c_1} + \varphi \left(1 - \frac{\rho_s c_s}{\rho c_1}\right)$ и $\xi(\varphi) = \frac{\lambda_s}{\lambda_1} + \varphi(1 - \lambda_s / \lambda_1)$ — вспомогательные функции.

Начальные и граничные условия для сформулированной системы дифференциальных уравнений в частных производных (9)–(13) записываются в следующем виде.

Начальное условие:

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = 0, \quad \Theta(X, Y, 0) = \Theta_0.$$

Граничные условия:

— на границах раздела между средами формулируются граничные условия IV рода:

$$\text{да: } \begin{cases} \Theta_1 = \Theta_1, \\ \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1} \cdot \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y} \end{cases} \text{ (на границе между поверхностью медной пластины и парафином) и}$$

$$\begin{cases} \Theta_1 = \Theta_2, \\ \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y} \end{cases} \text{ (на границе между поверхностью тепловыделяющего элемента и по-}$$

верхностью медной пластины);

— на верхней границе ставится условие конвективного теплообмена с окружающей средой: $\partial \Theta / \partial Y = -Bi(\Theta - \Theta_0)$;

— на остальных внешних границах формулируются условия теплоизоляции: $\partial \Theta / \partial \bar{n} = 0$;

— на твердых стенках полости в случае расплавления материала для функции тока и завихренности рассматривались стандартные граничные условия: $\Psi = 0, \Omega = -\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}\right)$;

— на межфазной границе $\Psi = \Theta = 0, \Omega = -\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}\right)$.

Сформулированная краевая задача (9)–(13) с соответствующими начальными и граничными условиями решалась методом конечных разностей [18–22]. Подробное описание используемого подхода, а также верификация разработанного вычислительного кода представлены в работах [19–22]. Вычисления проводились на равномерной структурированной разностной сетке 400×200 узлов.

Результаты численного моделирования

В качестве материала с изменяемым фазовым состоянием был рассмотрен н-октадекан, обладающий свойствами: $T_m = 28,05$ °C, $L_f = 2,41 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\lambda_1 = 0,157$ Вт/(м·К), $\lambda_s = 0,39$ Вт/(м·К), $\rho_l = 775$ кг/м³, $\rho_s = 814$ кг/м³, $\nu = 4,5 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $\beta = 8,5 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹, $c_l = 2200$ Дж/(кг·К), $c_s = 1900$ Дж/(кг·К). Для меди и кремния использовались следующие значения теплопроводности и температуропроводности: $\lambda_1 = 401$ Вт/(м·К), $a_1 = 1,17 \cdot 10^{-4}$ м²/с, $\lambda_2 = 148$ Вт/(м·К), $a_2 = 8,8 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

В результате исследований были получены и проанализированы термодинамические и гидродинамические характеристики плавления материала от начального момента до момента полного расплавления (рис. 2–9). Общая мощность тепловыделения источника варьировалась в диапазоне от 5 до 100 Ватт, что в рассматриваемой постановке соответствует следующему диапазону изменения числа Остроградского: $1,76 \cdot 10^{-3} \leq Os \leq 0,0352$. Расчеты проводились при приведенных значениях определяющих параметров: $Bi = 10$, $Ra = 1,19 \cdot 10^6$, $Ste = 1,84$. Начальная безразмерная температура $\Theta_0 = -0,083$.

Так как изначально температура во всей области была ниже температуры фазового перехода, плавление материала начиналось только после того, как поверхность медной подложки достигла температуры плавления — $\Theta = 0$. На начальных этапах (рис. 2) рассматриваемого процесса основной теплоперенос осуществляется за счет теплопроводности. При небольших тепловых потоках рост температуры внутри элемента происходит медленно. На начальном этапе работы источника энергия тратится на нагревание элементов системы, затем по достижении температуры плавления ($\Theta = 0$) на поверхности медной пластины возникает узкая область расплавленного парафина, с ростом которой внутри появляется слабая циркуляция среды. На этом этапе еще доминирует теплопроводность, изотермы равномерно вытянуты вдоль пластины, область расплава расширяется

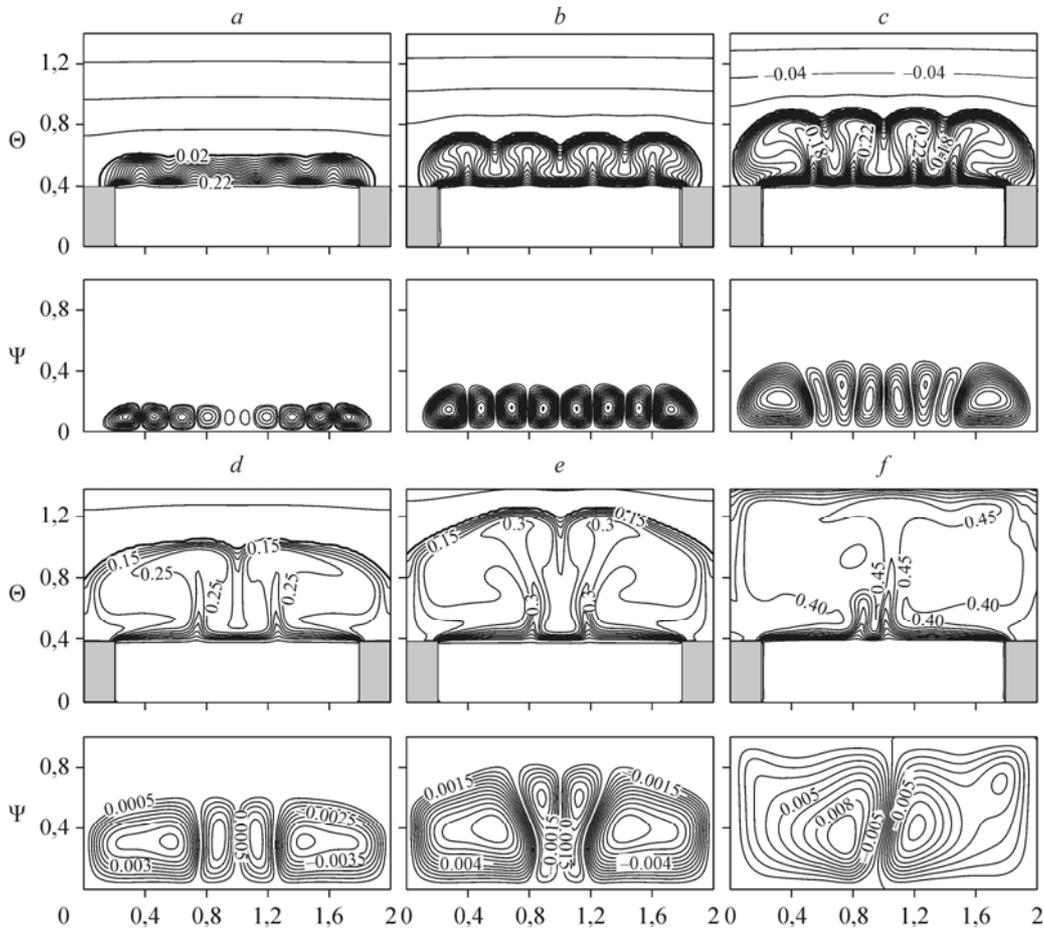


Рис. 2. Изотермы и изолинии функции тока при $Os = 1,76 \cdot 10^{-3}$.

a — $\tau = 1696,8$, $V_{ж} = 0,168$, b — $\tau = 2121$, $V_{ж} = 0,283$, c — $\tau = 2545$, $V_{ж} = 0,439$,
 d — $\tau = 2969,4$, $V_{ж} = 0,606$, e — $\tau = 3393,6$, $V_{ж} = 0,786$, f — $\tau = 4242$, $V_{ж} = 1$.

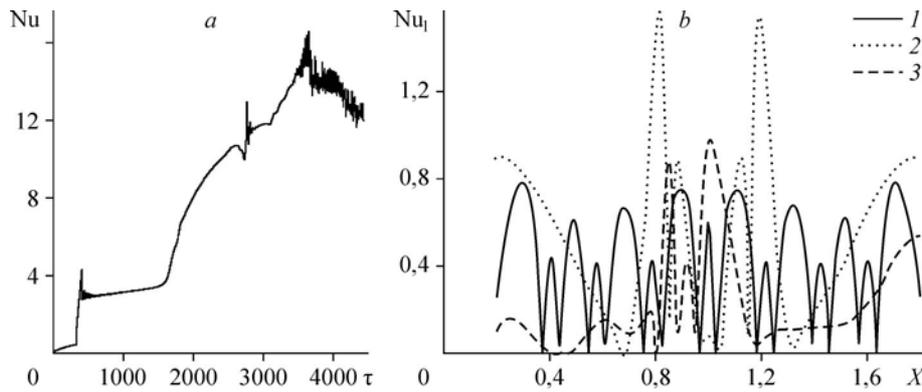


Рис. 3. Среднее число Нуссельта на поверхности медной подложки (а) и профили локального числа Нуссельта на поверхности медной пластины (b) при $Os = 1,76 \cdot 10^{-3}$. $\tau = 2121$ (1), 3393,6 (2), 4242 (3).

медленно. На рис. 3 изображена зависимость среднего числа Нуссельта на поверхности медной подложки $\left(Nu = \frac{1}{S} \int_0^S \frac{\partial \Theta}{\partial n} d\sigma \right)$, где S — длина границы медной подложки, σ — координата вдоль границы медной подложки) от времени (рис. 3а), а также профили локального числа Нуссельта ($Nu_l = \partial \Theta / \partial n$) в зависимости от времени (рис. 3б). Так как в начальный момент времени температура одинакова во всей области, градиент температуры, а следовательно, и число Нуссельта принимают нулевые значения. Излом среднего числа Нуссельта на поверхности медной пластины в момент времени $\tau = 408,5$ совпадает с моментом начала плавления материала, когда температура поверхности медной пластины превысила температуру фазового перехода. Подложка продолжает нагреваться и градиент температуры на поверхности растет. По мере отдаления границы фазового перехода от медной пластины скорость роста теплоотдачи снова падает. Со временем область расплава увеличивается и на поверхности медной подложки внутри зоны расплава возникает множество конвективных ячеек, изотермы в расплаве имеют искривленный вид и отражают наличие четырех восходящих потоков (см. рис. 2). Следует отметить осцилляционный характер зависимости среднего числа Нуссельта на поверхности медной пластины от времени (рис. 3а), что отражает сложную термогидродинамическую картину вблизи этой поверхности (см. рис. 2). Профили локального числа Нуссельта (рис. 3б) иллюстрируют формирование и развитие тепловых факелов, внутри которых температурный градиент уменьшается. При этом два момента времени $\tau = 2121$ и $\tau = 3393,6$ характеризуют образование симметричной термогидродинамической структуры внутри полости, а уже при $\tau = 4242$ наблюдается нарушение симметрии вследствие развития ассиметричных факелов в среде с высоким значением числа Прандтля. Следует отметить, что нулевые или близкие к нулю значения локального числа Нуссельта (рис. 3б) в некоторых точках границы медной подложки характеризуют несущественные температурные изменения в этих точках (градиент температуры принимает нулевые или близкие к нулю значения). Формирование и развитие тепловых факелов также можно проследить по профилям скорости и температуры в сечении $Y = 0,2$ (рис. 4). Из рис. 5, отражающего изменение относительного объема расплава со временем, видно, что процесс усиления конвективного теплопереноса характеризуется резким ростом скорости плавления при $\tau \approx 1600$ для принятого значения числа Остроградского — $Os = 1,76 \cdot 10^{-3}$. Расширение области циркуляции приводит к реструктуризации течения, этот момент характеризуется резким прекращением роста теплоотдачи от пластины, конвективные

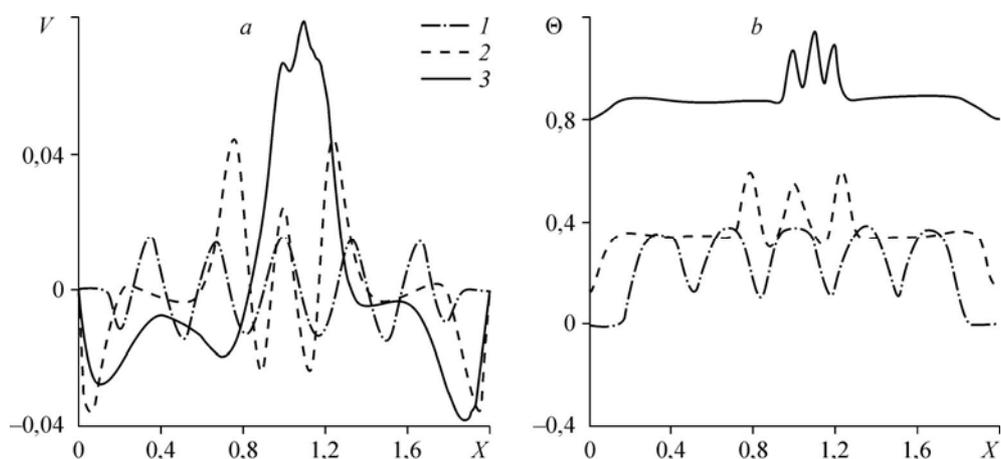


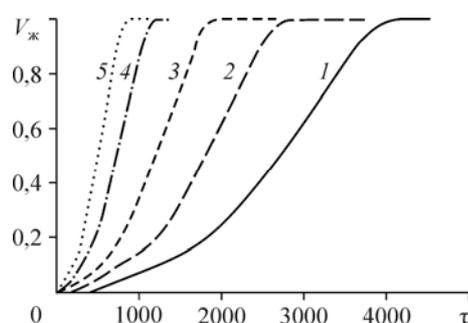
Рис. 4. Профили вертикальной компоненты вектора скорости (а) и температуры (б) в сечении $Y = 0,2$ в разные моменты времени при $Os = 1,76 \cdot 10^{-3}$. $\tau = 848,4$ (1), 1272,6 (2), 2121 (3).

потоки сливаются, образуя несимметричную структуру. Нагретая жидкость поднимается в центральной части полости, достигая верхней части зоны расплава, охлаждается и проходит вдоль межфазной границы. Охлажденный расплав спускается по краям зоны плавления, образуя два больших асимметричных вихря. При полном расплавлении парафина максимальная температура в источнике достигает значения $\Theta = 0,851$, течение отражает развитие одного теплового факела.

При достижении межфазной границей верхней стенки полости происходит уменьшение поверхности раздела двух сред, при этом резко снижается количество энергии, поглощаемой за счет плавления, теплоотдача от источника также начинает уменьшаться до момента полного расплавления парафина. На рис. 3б изображены профили локального числа Нуссельта на поверхности медной пластины в различные моменты времени. Видно, что в момент времени $\tau = 4242$, соответствующий полному расплавлению материала, теплообмен по краям пластины значительно снижается, что свидетельствует о повышении температуры в расплаве. Рост температуры при полном расплавлении материала связан с тем, что процесс охлаждения потока в верхней части области осуществляется только за счет слабоинтенсивного теплообмена с окружающей средой.

Очевидно, что с увеличением мощности тепловыделения возрастает скорость прогрева источника и, как следствие, прогрева всей области, ускоряя тем самым процесс плавления. Поверхность, контактирующая с плавящимся материалом, нагревается сильнее, чем в случае, когда $Os = 1,76 \cdot 10^{-3}$. На начальном этапе плавления эта разница выражается в большем количестве тепловых факелов (рис. 6). В отличие от случая $Os = 1,76 \cdot 10^{-3}$, где с ростом объемной доли расплава наблюдаются два симметричных тепловых факела, в случае $Os = 7,03 \cdot 10^{-3}$ потоки сначала сливаются в три восходящих факела, которые затем образуют один центральный тепловой факел, и к этому времени нарушается симметричность термогидродинамических полей.

Рис. 5. Зависимости относительного объема расплава от времени при различных значениях Os . $Os = 0,00176$ (1), 0,00352 (2), 0,00703 (3), 0,0176 (4), 0,0352 (5).



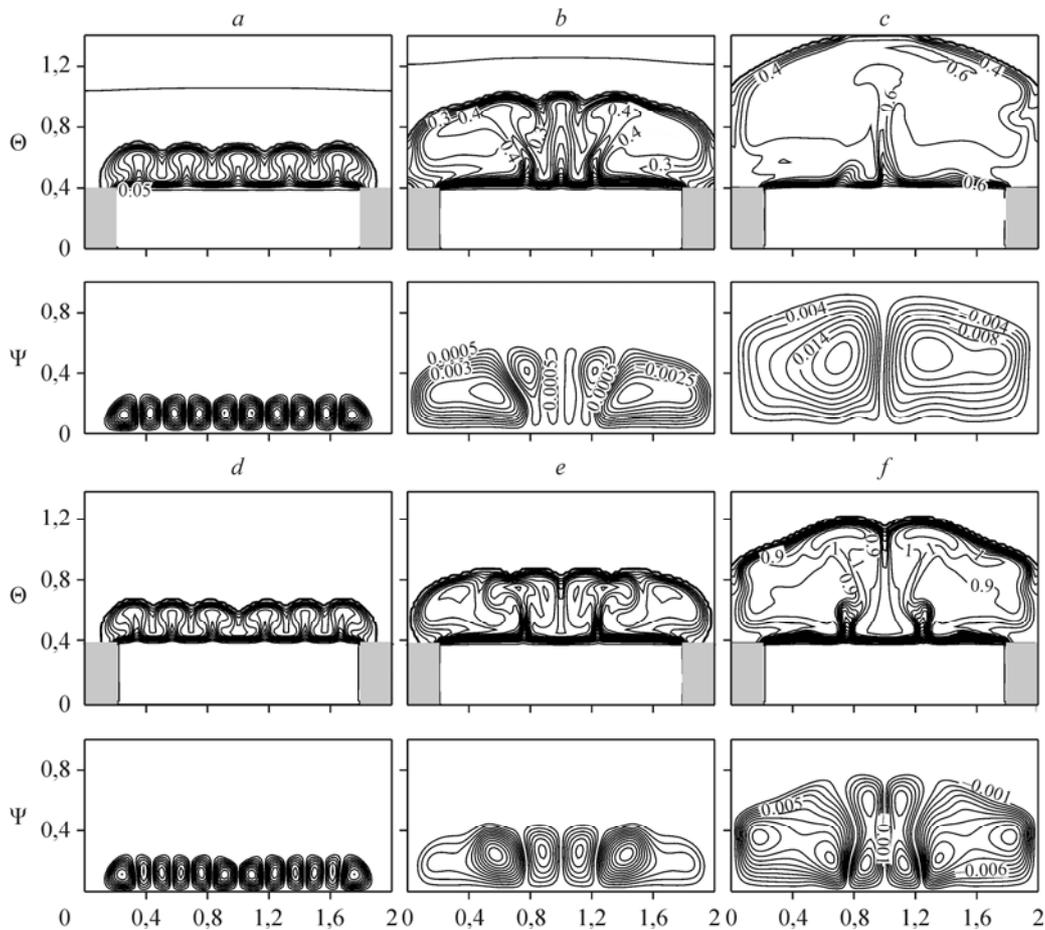


Рис. 6. Изотермы и изолинии функции тока при $Os = 7,03 \cdot 10^{-3}$ (a, b, c), 0,0352 (d, e, f).

a — $\tau = 848,4$, $V_{ж} = 0,233$, b — $\tau = 1272,6$, $V_{ж} = 0,556$, c — $\tau = 1696,8$, $V_{ж} = 0,901$,
 d — $\tau = 339,36$, $V_{ж} = 0,225$, e — $\tau = 466,62$, $V_{ж} = 0,426$, f — $\tau = 636,3$, $V_{ж} = 0,723$.

На рис. 7b изображены профили температуры в сечении $Y = 0,2$ в фиксированные моменты времени. Видно, что с уменьшением количества восходящих потоков в центрах циркуляционных ячеек образуются области с постоянной температурой. В момент времени $\tau = 2121$ восходящий тепловой поток образует сложную тепловую структуру вследствие существенной нестационарности процесса и особенностей гидродинамической картины внутри факела.

Рисунок 5 показывает, что этапы возникновения и интенсификации конвекции при различных числах Остроградского происходят примерно при одной и той же доле расплавленного материала. С уменьшением мощности источника объем расплава, при котором происходит интенсификация конвекции, незначительно увеличивается. Это можно объяснить тем, что при одном и том же объеме расплава температура источника увеличивается с ростом числа Остроградского.

Повышение плотности объемного тепловыделения приводит к более стремительному увеличению температуры на поверхности источника. Большие перепады температур приводят к интенсификации и преобладанию конвективного механизма переноса энергии. Возникновение множества конвективных циркуляционных ячеек в узкой области расплава в первые минуты плавления вызвано существенным повышением температуры на медной поверхности (рис. 6). Как и в предыдущих случаях, наблюдается

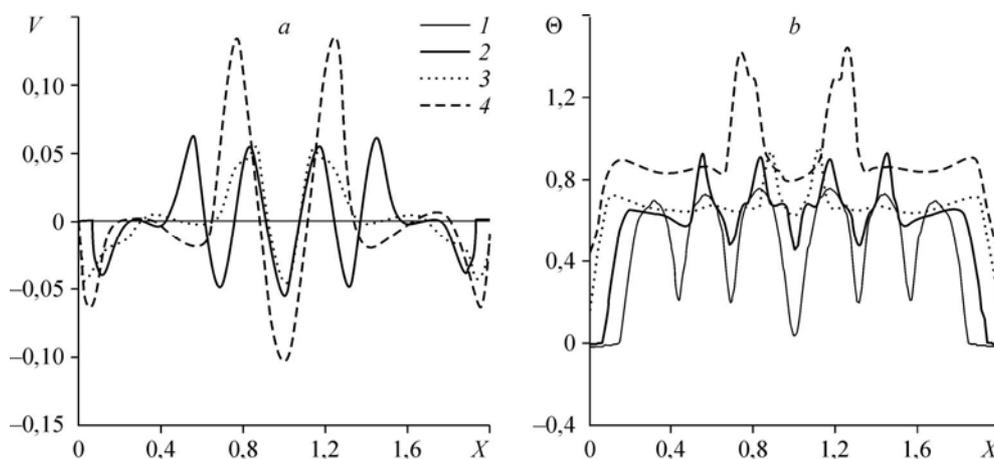


Рис. 7. Профили вертикальной компоненты вектора скорости (а) и температуры (б) в сечении $Y = 0,2$ в разные моменты времени при $Os = 0,0352$.
 $\tau = 339,36$ (1), $424,2$ (2), $509,04$ (3), $636,3$ (4).

слияние восходящих течений сначала в четыре тепловых факела, а затем в два. На рис. 6b видно, что перестраивание течения происходит за счет расширения боковых циркуляционных ячеек. На заключительном этапе плавления два больших конвективных вихря, примыкающих к боковым стенкам, образуют в центральных частях широкие зоны с небольшой разницей температуры, в то время как конвективный теплоперенос осуществляется за счет узких зон восходящих и нисходящих тепловых течений.

На рис. 7 изображены профили вертикальной компоненты скорости и температуры в горизонтальном сечении $Y = 0,2$. На более поздних этапах плавления граница раздела сред в центральной части области движется быстрее, чем в других областях, так как именно туда направлен основной поток нагретой жидкости. Следует также отметить, что для центральных частей конвективных циркуляционных ячеек характерны относительно низкие скорости, вследствие чего, как и в случае $Os = 7,03 \cdot 10^{-3}$, наблюдаются две широкие области с небольшим перепадом температур.

Рост расплавленной области парафина и увеличение температуры поверхности медной пластины приводят к значительному усилению конвективного теплопереноса. Как было отмечено ранее, циркуляционные течения становятся нестационарными. При достаточно большом объеме расплава асимметричность тепловых и гидродинамических характеристик порождает нестационарные режимы конвективного теплопереноса. На рис. 6 изображены изотермы и изолинии функции тока с небольшой разницей во времени при различных значениях числа Остроградского. Изменение среднего числа Нуссельта на поверхности медной подложки достигает 10 %.

Несмотря на постоянную двухвихревую структуру, внутри восходящего потока может наблюдаться несколько пиков вертикальной составляющей скорости, это приводит к появлению разветвленных высокотемпературных структур. Деформация вихревых распределений также вызвана появлением небольших восходящих потоков на нагреваемой поверхности. Появление и разветвление температурных факелов значительно отражается на теплоотдаче от поверхности пластины. Следует также отметить, что возникновение небольших потоков расплава, образующих температурные факелы, приводит лишь к смещению и искривлению вихревых структур (рис. 8).

При наличии двух симметричных тепловых факелов наблюдается сосуществование четырех вихревых структур. Основная часть охлажденной жидкости спускается вдоль боковых границ. Из рис. 8 видно, что смещение температурных факелов осуществляется

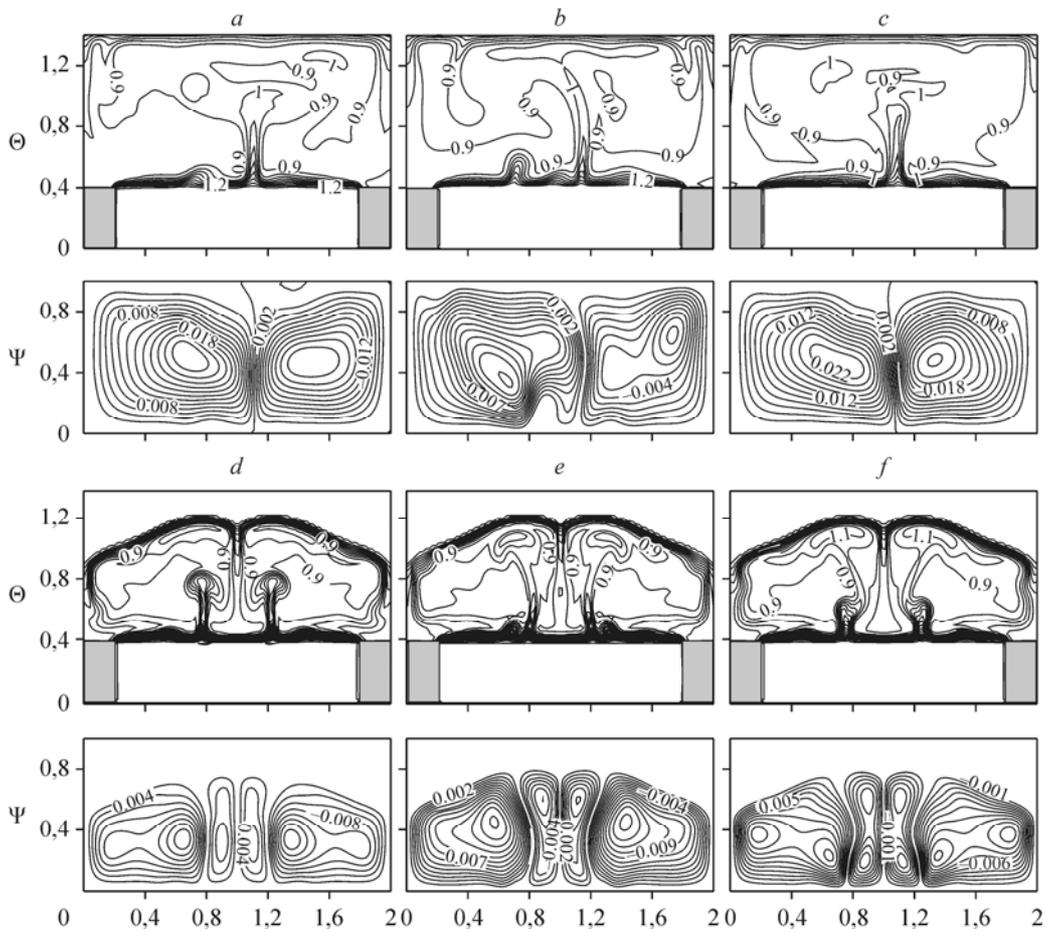


Рис. 8. Изотермы и изолинии функции тока при $Os = 7,03 \cdot 10^{-3}$ (a, b, c), 0,0352 (d, e, f).

a — $\tau = 2124,3$, $Nu = 32,03$, b — $\tau = 2143,3$, $Nu = 28,61$, c — $\tau = 2153,5$, $Nu = 31,75$,
 d — $\tau = 638$, $Nu = 96$, e — $\tau = 641$, $Nu = 91,47$, f — $\tau = 642,8$, $Nu = 92,42$.

за счет симметричного образования периферийных температурных факелов с последующим их слиянием с двумя основными. Этот процесс сопровождается смещением ядер вихрей. Следует также отметить, что смещение температурного факела в зоне расплава приводит к смещению изотерм внутри медной подложки и, соответственно, изменению интенсивности теплоотдачи. Локальный максимум среднего числа Нуссельта при $Os = 0,0352$ наблюдается в момент времени $\tau = 638$, когда на поверхности медной пластины начинают зарождаться новые тепловые факелы, а ядра центральных вихрей смещены к нижней границе.

Таблица
 Интегральные параметры процесса при различных значениях числа Остроградского

Os	Мощность источника, Вт	Время начала плавления	Время окончания плавления	Безразмерная средняя температура источника на момент окончания плавления	Среднее число Нуссельта на момент полного расплавления
0,00176	5	408,5	4188,6	0,851	12,36
0,00352	10	210,24	2855,64	1,192	19,39
0,00703	20	109,56	1960,34	1,665	34,44
0,0176	50	41,37	1199,8	2,598	66,09
0,0352	100	25,75	855,96	3,743	116,65

Интегральные характеристики для рассматриваемой задачи, представленные в таблице, иллюстрируют снижение времени как начала плавления, так и полного расплавления парафина с ростом числа Остроградского. При этом наблюдается рост средней температуры внутри тепловыделяющего элемента, а также повышается среднее число Нуссельта на поверхности медной пластины.

Заключение

Проведено численное исследование нестационарного процесса тепломассопереноса в двумерной области, содержащей источник энергии постоянной плотности объемного тепловыделения, а также прямоугольную полость, заполненную материалом с изменяемым фазовым состоянием. Анализ проведен в широких диапазонах изменения числа Остроградского и времени. Получены локальные и интегральные характеристики, отражающие особенности рассматриваемого процесса. Показано, что увеличение плотности объемного тепловыделения источника приводит к росту количества образующихся на начальном этапе конвективных циркуляционных ячеек. Развитие процесса плавления приводит к объединению сформировавшихся вихрей. Независимо от мощности источника энергии при достижении высокой степени расплавления материала внутри полости гидродинамическая картина теряет свою симметричность вследствие формирования нестационарного режима, характеризующегося постоянным возникновением и исчезновением новых температурных факелов, а также смещением вихревых структур. Нестационарность процесса также отражается на теплоотдаче, а именно: среднее число Нуссельта возрастает с появлением небольших второстепенных потоков и уменьшается при их диссипации.

Список литературы

1. **Kandlikar S.G., Hayner II C.N.** Liquid cooled cold plates for industrial high-power electronic devices — thermal design and manufacturing considerations // *Heat Transfer Engng.* 2009. Vol. 30, No. 12. P. 918–930.
2. **Li J., Lv L.** Experimental studies on a novel thin flat heat pipe heat spreader // *Applied Thermal Engng.* 2016. Vol. 93. P. 139–146.
3. **Li Z., Lv L., Li J.** Combination of heat storage and thermal spreading for high power portable electronics cooling // *Int. J. of Heat and Mass Transfer.* 2016. Vol. 98. P. 550–557.
4. **Mortazavi B., Yang H., Mohebbi F., Cuniberti G., Rabczuk T.** Graphene or h-BN paraffin composite structures for the thermal management of Li-ion batteries: a multiscale investigation // *Applied Energy.* 2017. Vol. 202. P. 323–334.
5. **Wang Z., Zhang Z., Jia L., Yang L.** Paraffin and paraffin/aluminum foam composite phase change material heat storage experimental study based on thermal management of Li-ion battery // *Applied Thermal Engng.* 2015. Vol. 78. P. 428–436.
6. **Zhang Q., Huo Y., Rao Z.** Numerical study on solid–liquid phase change in paraffin as phase change material for battery thermal management // *Science Bulletin.* 2016. Vol. 61, No. 5. P. 391–400.
7. **Wang X.Q., Mujumdar A.S., Yap C.** Effect of orientation for phase change material (PCM)-based heat sinks for transient thermal management of electric components // *Int. Communications in Heat and Mass Transfer.* 2007. Vol. 34. P. 801–808.
8. **Zheng N., Wirtz R.A.** A hybrid thermal energy storage device. P. 2. Thermal performance figures of merit // *J. of Electronic Packaging.* 2004. Vol. 126, No. 1. P. 8–13.
9. **Bouadila S., Fteiti M., Oueslati M.M., Guizani A., Farhat A.** Enhancement of latent heat storage in a rectangular cavity: solar water heater case study // *Energy Conversion and Management.* 2014. Vol. 78. P. 904–912.
10. **Gau C., Viskanta R., Ho C.J.** Flow visualization during solid–liquid phase change heat transfer II. Melting in a rectangular cavity // *Int. Communications in Heat and Mass Transfer.* 1983. Vol. 10, No. 3. P. 183–190.
11. **Arshad A., Ali H.M., Ali M., Manzoor S.** Thermal performance of phase change material (PCM) based pin-finned heat sinks for electronics devices: effect of pin thickness and PCM volume fraction // *Applied Thermal Engng.* 2017. Vol. 112. P. 143–155.
12. **Fan L.W., Xiao Y.Q., Zeng Y., Fang X., Wang X., Xu X., Yu Z.T., Hong R.H., Hu Y.C., Cen K.F.** Effects of melting temperature and the presence of internal fins on the performance of a phase change material (PCM)-based heat sink // *Int. J. of Thermal Sci.* 2013. Vol. 70. P. 114–126.
13. **Kouksou T., Mahdaoui M., Ahmed A., Ait Msaad A.** Melting over a wavy surface in a rectangular cavity heated from below // *Energy.* 2014. Vol. 64. P. 212–219.

14. **Nayak K.C., Saha S.K., Srinivasan K., Dutta P.** A numerical model for heat sinks with phase change materials and thermal conductivity enhancers // *Int. J. of Heat and Mass Transfer*. 2006. Vol. 49. P. 1833–1844.
15. **Pakrouh R., Hosseini M.J., Ranjbar A.A., Bahrampoury R.** A numerical method for PCM-based pin fin heat sinks optimization // *Energy Conversion and Management*. 2015. Vol. 103. P. 542–552.
16. **Wang X.Q., Yap C., Mujumdar A.S.** A parametric study of phase change material (PCM)-based heat sinks // *Int. J. of Thermal Sci.* 2008. Vol. 47. P. 1055–1068.
17. **Hosseinizadeh S.F., Tan F.L., Moosania S.M.** Experimental and numerical studies on performance of PCM-based heat sink with different configurations of internal fins // *Applied Thermal Engng.* 2011. Vol. 31. P. 3827–3838.
18. **Численные** исследования естественно-конвективных течений затвердевающей жидкости / ред. В.Ф. Стрижов (Тр. ИБРАЭ РАН. Вып. 2). М.: Наука, 2007. 190 с.
19. **Бондарева Н.С., Шеремет М.А.** Математическое моделирование режимов плавления в квадратной полости с локальным источником энергии // *Теплофизика и аэромеханика*. 2016. Т. 23, № 4. С. 577–590.
20. **Bondareva N.S., Sheremet M.A.** Natural convection heat transfer combined with melting process in a cubical cavity under the effects of uniform inclined magnetic field and local heat source // *Int. J. of Heat and Mass Transfer*. 2017. Vol. 108. P. 1057–1067.
21. **Кузнецов Г.В., Шеремет М.А.** Сопряженная естественная конвекция в замкнутой области при наличии тепловыделяющего элемента с постоянной интенсивностью тепловыделения // *Прикладная механика и техническая физика*. 2010. Т. 51, № 5. С. 95–110.
22. **Bondareva N.S., Sheremet M.A.** Effect of inclined magnetic field on natural convection melting in a square cavity with a local heat source // *J. of Magnetism and Magnetic Materials*. 2016. Vol. 419. P. 476–484.

*Статья поступила в редакцию 20 сентября 2017 г.,
после доработки — 26 февраля 2018 г.*