

Из формулы (4.7) следует, что увеличение абсолютной величины угловой скорости вращения сдвигового потока Ω приводит к снижению интенсивности массо- и теплообмена цилиндра с окружающей жидкостью. При этом, как видно из (4.8), среднее число Шервуда очень слабо меняется в рассматриваемом диапазоне (относительное приращение среднего числа Шервуда при увеличении $|\Omega|$ от нуля до единицы составляет всего 1,3%). Последнее обстоятельство позволяет для приближенного вычисления среднего числа Шервуда, соответствующего обтеканию закрепленного кругового цилиндра произвольным сдвиговым потоком, использовать первую формулу (4.8) (вместо точной формулы (4.7)) во всем диапазоне $0 \leq |\Omega| \leq 1$.

Автор благодарит Ю. П. Гупало и Ю. С. Рязанцева за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полянин А. Д. О диффузионном взаимодействии твердых частиц при больших числах Пекле.— ПММ, 1978, т. 42, вып. 2.
2. Полянин А. Д. О диффузионном взаимодействии капель в жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2.
3. Полянин А. Д., Прядкин П. А. О двух задачах конвективной диффузии к поверхностям плохообтекаемых тел.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 6.
4. Волошук В. М. Фундаментальные решения диффузионного пограничного слоя.— Тр. Ин-та эксперимент. метеорологии, 1973, вып. 3(37).
5. Волошук В. М., Седунов Ю. С. Процессы коагуляции в дисперсных системах. Л.: Гидрометеиздат, 1975.
6. Batchelor G. K. Mass transfer from a particle suspended in fluid with a steady linear ambient velocity distribution.— J. Fluid Mech., 1979, vol. 95, N 2.
7. Acrivos A. Solution of the laminar boundary layer energy equation at high Peclet numbers.— Phys. Fluids, 1960, vol. 3, N 4.
8. Acrivos A., Goddard J. D. Asymptotic expansions for laminar forced-convection heat and mass transfer. Pt 1. Low speed flows.— J. Fluid Mech., 1965, vol. 23, N 2.
9. Гупало Ю. П., Полянин А. Д., Рязанцев Ю. С. Диффузия к частице при больших числах Пекле в случае произвольного осесимметричного обтекания вязкой жидкостью.— ПММ, 1976, т. 40, вып. 5.
10. Полянин А. Д., Сысков Ю. Н. Диффузия к цилиндру в случае произвольного обтекания вязкой жидкостью. Приближение диффузионного пограничного слоя.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 5.
11. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мпр, 1973.
12. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. Диффузия к частице в случае сдвигового течения вязкой жидкости. Приближение диффузионного пограничного слоя.— ПММ, 1972, т. 36, вып. 3.
13. Poe C. G. Closed streamline flows past rotating particles: inertial effects, lateral migration, heat transfer. Ph. D. dissertation, Stanford University, 1975.
14. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1. М.: Наука, 1973.
15. Chwang A. T., Yao-Tsu Wu T. Hydromechanics of low-Reynolds-number flow. Pt 2. Singularity method for Stokes flows.— J. Fluid Mech., 1975, vol. 67, N 4.

Поступила 25/II 1983 г.

УДК 536.24; 532.526

ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ЧИСЛА ПРАНДТЛЯ НА ТЕПЛОТДАЧУ ПЛАСТИНЫ

А. Ш. Дорфман

(Киев)

При расчетах теплоотдачи турбулентно обтекаемых тел необходимо располагать распределением турбулентного числа Прандтля поперек пограничного слоя. Распределение турбулентного числа Прандтля изучалось во многих работах. Обзор и сравнение результатов, полученных различными авторами, приведены, например, в [1—5]. К сожалению, данные имеющихся работ настолько противоречивы, что в настоящее время не представляется возможным достаточно надежно установить функцию, определяющую распределение турбулентного числа Прандтля поперек пограничного слоя.

Отсутствие достаточно надежных и общих результатов по распределению турбулентного числа Прандтля привело к тому, что в большинстве современных работ, как и в большинстве исследований, выполненных в предыдущие годы, его значение принимается постоянным и близким к единице или равным единице.

В настоящей работе численно исследуется влияние турбулентного числа Прандтля на интенсивность теплоотдачи пластины. С этой целью уравнение теплового турбулентного пограничного слоя интегрируется при различных значениях турбулентного числа Прандтля и полученные результаты сопоставляются с экспериментальными данными. При сопоставлении используются результаты работы [6], в которой численно интегрировалось уравнение теплового слоя при $Pr_t = 1$ и полученные данные сравнивались с экспериментальными. Используется та же методика численного интегрирования, что и в [6].

Система уравнений для турбулентного слоя замыкается с помощью модели Меллора — Джибсона [7]. В соответствии с этой моделью турбулентный пограничный слой разбивается на три области. Во внутренней, включающей ламинарный подслой и непосредственно прилегающую к нему часть турбулентного слоя, коэффициент турбулентной вязкости ν_T из соображений подобия определяется в виде [7, 8]

$$(1) \quad 1 + \frac{\nu_T}{\nu} = f\left(\frac{y^2}{\nu} \frac{\partial u}{\partial y}\right),$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости; u, y — продольная составляющая скорости и поперечная координата в пограничном слое. Вид функции f установлен на основании известных тщательных измерений Лауфера [7, 8].

Во внешней части слоя коэффициент турбулентной вязкости, как и в большинстве других современных простейших моделях, считается не зависящим от поперечной координаты и определяется по формуле

$$(2) \quad \nu_T = 0,016 U \delta^*,$$

где U — скорость на внешней границе слоя; δ^* — толщина вытеснения. В средней части слоя используется формула Прандтля

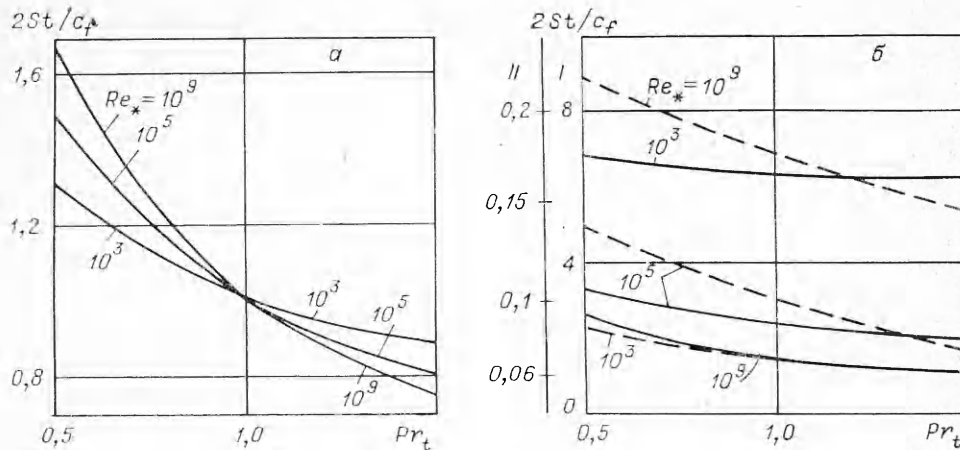
$$(3) \quad \nu_t = \kappa^2 y^2 |\partial u / \partial y|,$$

в которой путь перемешивания считается пропорциональным поперечной координате ($\kappa = 0,4$ — постоянная Кармана). Границы областей находятся из условий равенства турбулентной вязкости, определяемой равенствами (1), (2) с одной стороны и равенством (3) — с другой.

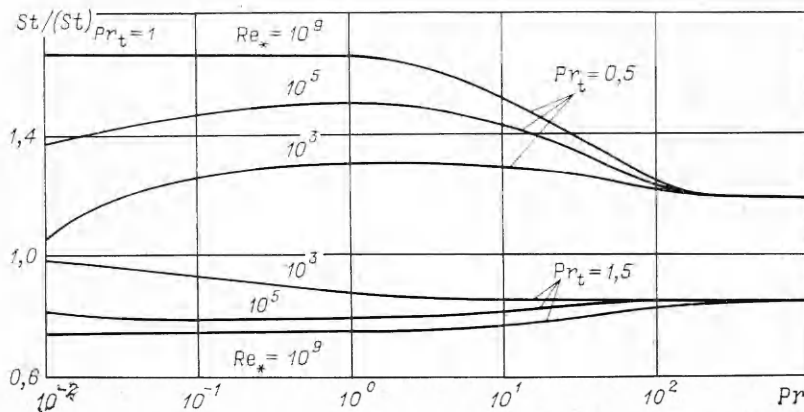
В [7, 9] приведенная модель турбулентной вязкости использована для вычисления профилей скорости во внутренней и внешней областях слоя. В средней части слоя внутренние и внешние профили на некотором участке совпадают, образуя полный профиль скорости в турбулентном пограничном слое. При этом оказывается, что распределение скоростей и коэффициента турбулентной вязкости поперек слоя определяется функциями безразмерной координаты $\eta = y/\Delta$, зависящими от числа Рейнольдса $Re_* = U\delta^*/\nu$ как от параметра ($\Delta = \delta^*/\sqrt{c_f/2}$, c_f — коэффициент трения).

В [10] показано, что при таких условиях и постоянном значении турбулентного числа Прандтля уравнение теплового слоя может быть сведено к обыкновенному. Более подробно используемая методика приведена в [11]. Там же рассмотрены особенности расчетов при больших и малых числах Прандтля, связанные с необходимостью учитывать характер затухания пульсаций в вязком подслое в первом случае и поведение коэффициента турбулентной вязкости вне динамического слоя — во втором.

Расчеты выполнены для двух значений турбулентного числа Прандтля $Pr_t = 0,5$ и $1,5$, четырех значений числа Прандтля $Pr = 10^{-2}; 1; 10^2; 10^3$ и трех значений числа Рейнольдса $Re_* = 10^3$ ($Re = Ux/\nu = 2,95 \cdot 10^5; 10^5(7,93 \cdot 10^7); 10^9(2,56 \cdot 10^{12})$). Результаты расчетов в виде зависимости коэффициента аналогии Рейнольдса $2St/c_f$ от турбулентного числа Прандтля представлены на фиг. 1 (a — $Pr = 1$; b — $Pr = 0,01$ (сплошные ли-



Ф и г. 1

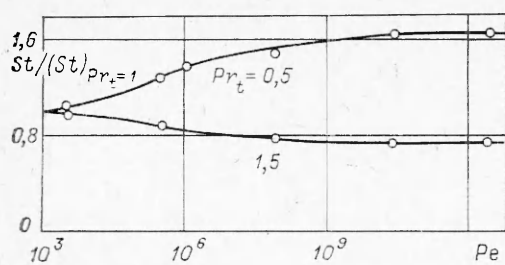


Ф и г. 2

нии, масштаб I), $Pr = 100$ (штриховые линии, масштаб II)). Соответствующие данные для $Pr_t = 1$ взяты из [6]. Расчеты, выполненные для $Pr_t = 1$, показали [6], что при больших числах Прандтля произведение $St \sqrt{2/c_f} Pr^{3/4}$ практически не зависит от числа Рейнольдса и равно 0,113. Соответствующие значения для $Pr_t = 0,5$ и 1,5 равны 0,136 и 0,096. В связи с этим для $Pr = 10^3$ не приводятся графики, аналогичные представленным на фиг. 1 для других значений числа Прандтля.

На фиг. 2 результаты расчета представлены в виде отношения $St/(St)_{Pr_t=1}$, которое определяет изменение теплоотдачи при изменении Pr_t по сравнению с теплоотдачей, вычисленной при $Pr_t = 1$.

Из фиг. 2 следует: увеличение Pr_t приводит к снижению, а его уменьшение — к росту интенсивности теплоотдачи по сравнению с интенсивностью, соответствующей $Pr_t = 1$, при этом увеличение Pr_t до 1,5 оказывается менее существенным, чем его снижение до 0,5; наиболее существенно влияет турбулентное число Прандтля при числах Прандтля, близких к единице, при $Pr_t = 0,5$ отличие St от соответствующего значения при $Pr_t = 1$ оказывается максимальным при $Pr = 1$, $Re_* = 10^9$ и составляет 67%, соответствующее отличие при $Pr_t = 1,5$ составляет 25%; при увеличении Pr и уменьшении Re влияние турбулентного числа Прандтля снижается и при $Pr \geq 10^2$ оказывается практически не зависящим ни от Pr , ни от Re . При этом отношение $St/(St)_{Pr_t=1}$ при $Pr_t = 0,5$ становится равным $\sim 1,2$, а при $Pr_t = 1,5$ — $\sim 0,85$. Сравнительно малое влияние Pr_t при больших числах Прандтля объясняется тонким тепловым слоем, значительная часть которого расположена в вязком подслое. При умень-



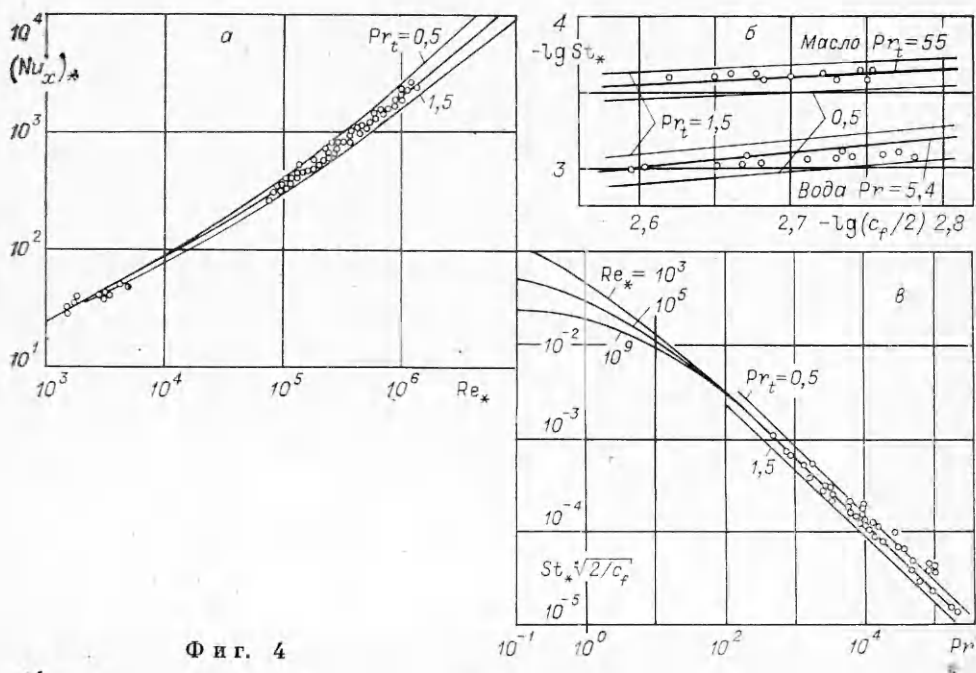
Ф и г. 3

В этом случае точки, относящиеся к различным числам Прандтля и Рейнольдса, группируются около кривой и образуют единую зависимость. Из фиг. 3 видно, что та же закономерность наблюдается и при числах $Pr_t \neq 1$. Для каждого из значений турбулентного числа Прандтля расчетные точки для всех значений Pr и Re образуют единую кривую. Из фиг. 3 следует, что при малых значениях числа Пекле влияние турбулентного числа Прандтля незначительно. Оно растет с ростом Re и становится максимальным при $Re \sim 10^{10}$.

На фиг. 4 приведено сравнение результатов расчета при различных значениях турбулентного числа Прандтля с экспериментальными данными для жидких металлов [12] и воздуха [13] (фиг. 4, а), воды и масла [4] (фиг. 4, б), а также с экспериментальными данными, относящимися к большому числу Прандтля [3] (фиг. 4, в). Из фиг. 4 видно, что расчетные зависимости, полученные при $Pr_t = 0,5$ и $1,5$, ограничивают экспериментальные данные сверху и снизу. Расчетная кривая, полученная при $Pr_t = 1$, проходит между этими кривыми и согласуется с экспериментальными данными существенно лучше. Наиболее четко это видно при числах Прандтля, близких к единице (фиг. 4, а), при которых влияние турбулентного числа Прандтля на результаты расчета оказывается наибольшим (см. фиг. 2). При малых числах Прандтля влияние Pr_t мало. В этом случае все три расчетные кривые практически совпадают и достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными (фиг. 4, а). При больших числах Прандтля между расчетными кривыми для $Pr_t = 1$ и $0,5$ располагается больше экспериментальных точек, чем между расчетными кривыми для $Pr_t = 1$ и $1,5$ (фиг. 4, в). Несмотря на это, значение произведения

влияния числа Прандтля влияние Pr_t также уменьшается, что объясняется возрастающей ролью молекулярной теплопроводности.

В [6] было показано, что при $Pr < 1$ результаты расчетов для $Pr_t = 1$ хорошо обобщаются, если использовать в качестве независимой переменной число Пекле $Pe = RePr$.



Ф и г. 4

$St \sqrt{2/c_f} Pr^{3/4}$, равное 0,115, которое найдено в [3] путем согласования с экспериментальными данными, приведенными на фиг. 4, в, лучше всего согласуется с соответствующим расчетным значением 0,113, полученным при $Pr_t = 1$. Исходя из этого и приведенных на фиг. 4, в данных, можно считать, что при больших числах Прандтля наилучшее согласование достигается при значениях турбулентного числа Прандтля между 1 и 0,8.

Таким образом, при расчетах теплоотдачи в пограничном слое пластины можно рекомендовать принимать турбулентное число Прандтля равным единице или несколько меньшим единицы (при больших числах Прандтля). Получающиеся при этом значения чисел Стантона хорошо согласуются с экспериментальными данными. Вместе с тем результаты расчетов при $Pr_t = 1,5$ и $0,5$ хуже согласуются с данными экспериментов, исключая область малых чисел Пекле ($Pe < 10^5$), для которой расчетные значения числа Стантона слабо зависят от принятого значения турбулентного числа Прандтля.

Необходимо подчеркнуть, что эти результаты следует рассматривать только как расчетные рекомендации, имея в виду, что в действительности, как показано в ряде работ (см., например, [3, 14, 15]), турбулентное число Прандтля существенно изменяется поперек пограничного слоя, особенно вблизи стенки, причем на характер этой зависимости оказывает существенное влияние число Прандтля [15], тепловые граничные условия [14] и другие факторы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.
2. Блом Ж., Вриз А. А. О влиянии турбулентного числа Прандтля.— В кн.: Тепло и массоперенос. Т. 1. М.: Энергия, 1968.
3. Кутателадзе С. С. Пристенная турбулентность. Новосибирск: Наука, 1973.
4. Жукаускас А. А., Шланчяускас А. А. Теплоотдача в турбулентном потоке жидкости. Вильнюс: Минтас, 1973.
5. Рейнольдс Дж. Турбулентные течения в инженерных приложениях. М.: Энергия, 1979.
6. Дорфман А. Ш., Липовецкая О. Д. Теплоотдача изотермической пластины при турбулентном течении жидкости в широком диапазоне значений чисел Прандтля и Рейнольдса.— ПМТФ, 1976, № 4.
7. Меллор Дж. Л. Влияние градиентов давления на турбулентное течение вблизи гладкой стенки.— Сб. пер. Механика, 1967, № 2.
8. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973.
9. Меллор Дж. Л., Джибсон Д. М. Равновесные турбулентные пограничные слои.— Сб. пер. Механика, 1967, № 2.
10. Дорфман А. Ш. Решение уравнения теплообмена для равновесных турбулентных пограничных слоев при произвольном распределении температуры обтекаемой поверхности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 5.
11. Дорфман А. Ш. Теплообмен при обтекании неизотермических тел. М.: Машиностроение, 1982.
12. Федорович Е. Д. Теплоотдача пластины, обтекаемой турбулентным пограничным слоем несжимаемой жидкости при $Pr \ll 1$.— ИФЖ, 1959, т. 2, № 9.
13. Петухов Б. С., Детлаф А. А., Кириллов В. В. Экспериментальное исследование местной теплоотдачи пластины в дозвуковом турбулентном потоке воздуха.— ЖТФ, 1954, т. 24, № 10.
14. Леонтьев А. И., Шишов Е. В., Белов В. М., Афанасьев В. Н. Средние и пульсационные характеристики теплового турбулентного пограничного слоя и теплообмен в диффузорной области.— В кн.: Тепломассообмен-V. Т. 1, ч. 1. Минск, 1976.
15. Максин А. Л., Петухов Б. С., Поляков А. Ф. Расчет турбулентного переноса тепла при стабилизированном течении в трубах.— В кн.: Тепломассообмен-V. Т. 1, ч. 1. Минск, 1976.

Поступила 9/VI 1983 г.