

ИСКАЖЕНИЯ ТЕНЗОРОВ ИМПЕДАНСА И ТИППЕРА ПРИ ТРЕХМЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ СРЕДЫ И ПОЛЯ

В.В. Плоткин

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Академика Котляго, 3, Россия*

При проведении магнитотеллурических зондирований (МТЗ) измерения проводятся, как правило, по одиночным или нескольким профилям, и при интерпретации данных обычно применяются 1D- и 2D-модели среды. В реальной ситуации среда трехмерна, а первичное поле может изменяться по латерали. Это означает, что при 1D и 2D инверсиях данных МТЗ вносится некоторая ошибка, вплоть до появления ложных структур. В данной работе аналитическими методами получены выражения для оценки влияния малых отклонений среды и первичного поля от модели Тихонова—Каньяра на значения компонент тензоров импеданса и типпера (функции чувствительности, определяющей размер зоны вблизи точки зондирования, в пределах которой возмущения сказываются на значениях импеданса и типпера в этой точке).

Функция чувствительности тензоров импеданса и типпера, трехмерные возмущения среды, отклонения поля от вертикально падающей волны, синхронные площадные данные, магнитотеллурическое зондирование.

DISTORTIONS OF IMPEDANCE AND TIPPER TENSORS DUE TO THREE-DIMENSIONAL PERTURBATIONS OF THE EARTH AND FIELD

V.V. Plotkin

Magnetotelluric sounding (MT) measurements are conducted, as a rule, along a single profile or multiple profiles, and data are interpreted using 1D and 2D earth models. In a real situation, the earth is three-dimensional, and the primary field may vary laterally. This implies that 1D and 2D inversions of MT data contain some error, up to the appearance of false structures. In this study, analytical methods are used to obtain expressions for the effect of small deviations of the earth and the primary field from the Tikhonov–Cagniard model on the impedance and tipper tensor components (sensitivity functions determining the size of the zone near the sounding point within which the perturbations affect the impedance and tipper at this point).

Sensitivity function of impedance and tipper tensors, three-dimensional perturbations of the earth, deviations of the field from a vertically incident wave, synchronous areal data, magnetotelluric sounding

ВВЕДЕНИЕ

При проведении магнитотеллурических зондирований (МТЗ) на полигонах измерения проводятся, как правило, по одиночным или нескольким профилям. Для интерпретации данных обычно применяются 1D- и 2D-модели среды. В реальной ситуации среда трехмерна, а первичное поле может изменяться по латерали. Это означает, что при 1D и 2D инверсиях данных МТЗ вносится некоторая ошибка, вплоть до появления ложных структур. В силу практической значимости вопроса интерес к анализу влияния отклонений от модели Тихонова—Каньяра при МТЗ возник давно [Jiracek, 1990; Singer, 1992; Torres-Verdin, Bostick, 1992a, 1992b] и остается в поле зрения вплоть до настоящего времени [Эпов и др., 2012].

Возможности интерпретации магнитотеллурических данных на одиночном профиле при зондировании 3D неоднородной среды изучались в работе [Иванов, Пушкарев, 2010], посвященной дальнейшей разработке методики «бокового зондирования» для получения информации о геоэлектрических структурах вне профиля [Бердичевский, Дмитриев, 2009]. В работе [Плоткин, 2012] рассматривались преимущества использования синхронных площадных данных при зондировании 3D неоднородной среды латерально неоднородным электромагнитным полем. Причиной искажения магнитотеллурических кривых в общем случае является дифференциальный характер локальных тензорных импедансных и адмитансных соотношений между компонентами электромагнитного поля [Плоткин, 2012]. Это приводит к дополнительному вкладу в значения импеданса и типпера, зависящему от степени неоднородности среды и поля. В данной работе с помощью метода возмущений выводятся аналитические выражения для доба-

вок к компонентам тензоров импеданса и типпера, обусловленные как наличием трехмерных возмущений зондируемой среды, так и в присутствии латеральной неоднородности первичного электромагнитного поля естественных источников.

ВЛИЯНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СРЕДЫ

Рассмотрим однородное полупространство с электропроводностью σ_0 и малым возмущением σ' , локализованным в точке с координатами x', y', z' :

$$\sigma'(x, y, z) = \sigma_1 \delta(x - x') \delta(y - y') \delta(z - z'), \quad (1)$$

где σ_1 равно интегралу $\int \sigma'(x, y, z) dV$ по всему объему возмущения и считается, что $\sigma' \ll \sigma_0$. В предположении, что среда возбуждается вертикально падающей на нее плоской волной, рассчитаем вклад от указанного возмущения в значения компонент тензора импеданса на поверхности среды при $z = 0$ (ось OZ направлена вертикально вниз).

Задача решается методом возмущений. Для поля $\sim e^{i\omega t}$ в нулевом приближении имеем

$$E_{x,y}^{(0)} = E_{0x,0y} e^{-k_0 z}, \quad k_0 = \sqrt{i\omega\mu\sigma_0}, \quad \text{Re}(k_0) > 0. \quad (2)$$

В первом приближении по теории возмущений, поскольку в однородной среде $\text{div} \mathbf{E} = 0$, справедливо уравнение:

$$\Delta E_{x,y}^{(1)} - k_0^2 E_{x,y}^{(1)} = i\omega\mu\sigma'(x, y, z) E_{x,y}^{(0)}. \quad (3)$$

С учетом затухания поля $E_{x,y}^{(1)}$ на бесконечности и в пренебрежении отражениями от границы $z = 0$ решение уравнения (3) при функциональных зависимостях (1) и (2) получается с помощью двумерного преобразования Фурье по координатам x и y :

$$E_{x,y}^{(1)}(x, y, z) = -E_{0x,0y} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{8\pi^2} \iint dk_x dk_y \frac{e^{-\sqrt{k_0^2 + k_x^2 + k_y^2} |z - z'|}}{\sqrt{k_0^2 + k_x^2 + k_y^2}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')}. \quad (4)$$

Интеграл в (4) с помощью замены $k_x = k \cos \varphi$, $k_y = k \sin \varphi$ и интегрирования по φ приводится к известному интегралу Зоммерфельда, что дает

$$E_{x,y}^{(1)}(x, y, z) = -E_{0x,0y} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{4\pi} M(r_0, z - z'), \quad (5)$$

$$M(\xi_1, \xi_2) = \frac{e^{-k_0 \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}}}{\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}}, \quad r_0 = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}.$$

Найдем остальные компоненты электромагнитного поля. В нулевом приближении для горизонтальных компонент магнитного поля имеем

$$H_{x,y}^{(0)} = \mp \frac{k_0}{i\omega\mu} E_{0y,0x} e^{-k_0 z}, \quad Z_{xy}^{(0)} = \frac{i\omega\mu}{k_0}, \quad Z_{yx}^{(0)} = -\frac{i\omega\mu}{k_0}, \quad (6)$$

где $Z_{xy}^{(0)}$ и $Z_{yx}^{(0)}$ — компоненты тензора импеданса при $z = 0$ в отсутствие возмущений (в нулевом приближении). Далее заметим, что при $z = 0$ на границе с воздухом вертикальная компонента тока $J_z = \sigma E_z = 0$. Тогда из уравнений Максвелла

$$H_x = -\frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right), \quad H_y = -\frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \quad (7)$$

с учетом (5)—(6) и очевидного соотношения

$$\frac{\partial}{\partial z} M(r_0, z - z') = -\frac{\partial}{\partial z'} M(r_0, z - z') \quad (8)$$

для горизонтальных компонент магнитного поля при $z = 0$ в первом приближении получается

$$H_{y,x}^{(1)}(x, y, 0) = \mp E_{0x,0y} e^{-k_0 z'} \frac{\sigma_1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z'} M(r_0, z'). \quad (9)$$

Формулы (2), (5), (6) и (9) соответствуют двум независимым ортогональным поляризациям первичной волны, вертикально падающей на среду. Приведенные компоненты электромагнитного поля определяют поправки первого приближения к компонентам тензора импеданса лишь на боковой его диагонали

$$Z_{xy}^{(1)} = -\frac{i\omega\mu}{k_0} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{4\pi} \left(M(r_0, z') - \frac{\partial}{k_0 \partial z'} M(r_0, z') \right), \quad Z_{yx}^{(1)} = -Z_{xy}^{(1)}. \quad (10)$$

Чтобы определить поправки к компонентам тензора импеданса на главной диагонали, воспользуемся оставшимися уравнениями системы Максвелла.

Удобнее далее рассмотреть упомянутые независимые поляризации первичной волны по отдельности. Для волны с амплитудой E_{0x} , поляризованной вдоль оси OX , воспользуемся следующими уравнениями при $z = 0$:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = \sigma E_x + \frac{\partial H_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0. \quad (11)$$

Второе и третье (см. ниже) уравнения в (11) написаны с учетом обращения вертикальной компоненты тока на границе с воздухом в ноль: $J_z = \sigma E_z = 0$. В областях, прилегающих к оси OX , где $(y - y')^2 \ll (x - x')^2 + z'^2$, из (11) нетрудно получить явные выражения для компонент полей на поверхности полупространства в первом приближении. Так, из первого уравнения (11), используя формулы (5) и (9) для первых нижних индексов, и, принимая во внимание соотношение (8), получим

$$H_z^{(1)}(x, y, 0) = E_{0x} e^{-k_0 z'} \frac{\sigma_1}{4\pi} \left(\frac{\partial^2}{\partial z'^2} M(x - x', z') - k_0^2 M(x - x', z') \right) (y - y'). \quad (12)$$

Аналогичным образом из второго уравнения в (11) следует

$$H_x^{(1)}(x, y, 0) = E_{0x} e^{-k_0 z'} \frac{\sigma_1}{4\pi} (y - y') \frac{\partial^2}{\partial x' \partial z'} M(x - x', z'). \quad (13)$$

Наконец, из третьего уравнения (11) при тех же условиях получается

$$E_y^{(1)}(x, y, 0) = -E_{0x} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{4\pi} (y - y') \frac{\partial}{\partial x'} M(x - x', z'). \quad (14)$$

В соотношениях (12)—(14) в силу симметрии задачи считалось, что в точке поверхности над центром возмущения $E_y^{(1)}(x', y', 0) = 0$. Отсюда, как следствие, из системы (11) получается, что $H_z^{(1)}(x', y', 0) = H_x^{(1)}(x', y', 0) = 0$. Учитывая члены первого порядка в известных импедансных соотношениях

$$E_x = Z_{xx} H_x + Z_{xy} H_y, \quad E_y = Z_{yx} H_x + Z_{yy} H_y, \quad (15)$$

для рассматриваемого случая поляризации E_{0x} получаем

$$Z_{yy}^{(1)} = \frac{E_y^{(1)} - Z_{yx}^{(0)} H_x^{(1)}}{H_y^{(0)}}, \quad Z_{xy}^{(1)} = \frac{E_x^{(1)} - Z_{xy}^{(0)} H_y^{(1)}}{H_y^{(0)}}, \quad (16)$$

$$Z_{yy}^{(1)} = -\frac{i\omega\mu}{k_0} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{4\pi} (y - y') \left(\frac{\partial}{\partial x'} M(x - x', z') - \frac{\partial^2}{k_0 \partial x' \partial z'} M(x - x', z') \right),$$

где выражения для главных импедансов $Z_{xy}^{(0)}$ и $Z_{yx}^{(0)}$ приведены в (6). Для $Z_{xy}^{(1)}$ отсюда следует ранее приведенное первое из соотношений (10).

Для типпера из соотношения $H_z^{(1)} = T_{zx}^{(1)} H_x^{(0)} + T_{zy}^{(1)} H_y^{(0)}$ при рассматриваемой поляризации имеем

$$T_{zy}^{(1)} = \frac{i\omega\mu}{k_0} e^{-k_0 z'} \frac{\sigma_1}{4\pi} (y - y') \left(\frac{\partial^2}{\partial z'^2} M(x - x', z') - k_0^2 M(x - x', z') \right). \quad (17)$$

Возвращаясь к случаю волны с амплитудой E_{0y} , поляризованной вдоль оси OY , воспользуемся остальными уравнениями системы Максвелла при $z = 0$:

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \sigma E_y, \quad \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0. \quad (18)$$

Второе и третье (см. ниже) уравнения в (18) учитывают, что на границе с воздухом $J_z = \sigma E_z = 0$. Здесь в областях, прилегающих к оси OY , где $(x - x')^2 \ll (y - y')^2 + z'^2$, для компонент полей в первом приближении из (18) получаются явные выражения. Из первого уравнения (18), используя формулы (5) и (9) для вторых нижних индексов, и принимая во внимание соотношение (8), получим

$$H_z^{(1)}(x, y, 0) = -E_{0y} e^{-k_0 z'} \frac{\sigma_1}{4\pi} \left(\frac{\partial^2}{\partial z'^2} M(y - y', z') - k_0^2 M(y - y', z') \right) (x - x'). \quad (19)$$

Аналогичным образом из второго уравнения в (18) следует

$$H_y^{(1)}(x, y, 0) = -E_{0y} e^{-k_0 z'} \frac{\sigma_1}{4\pi} (x - x') \frac{\partial^2}{\partial y' \partial z'} M(y - y', z'). \quad (20)$$

Наконец, из третьего уравнения (18) при тех же условиях получается

$$E_x^{(1)}(x, y, 0) = -E_{0y} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{4\pi} (x - x') \frac{\partial}{\partial y'} M(y - y', z'). \quad (21)$$

В соотношениях (19)—(21) в силу симметрии задачи вновь предполагалось, что в точке проекции центра возмущения на поверхность $E_x^{(1)}(x', y', 0) = 0$, откуда из системы (18) следует, что $H_z^{(1)}(x', y', 0) = H_y^{(1)}(x', y', 0) = 0$. С учетом (15) для рассматриваемой поляризации E_{0y} в первом приближении получаем

$$\begin{aligned} Z_{xx}^{(1)} &= \frac{E_x^{(1)} - Z_{xy}^{(0)} H_y^{(1)}}{H_x^{(0)}}, \quad Z_{yx}^{(1)} = \frac{E_y^{(1)} - Z_{yx}^{(0)} H_x^{(1)}}{H_x^{(0)}}, \\ Z_{xx}^{(1)} &= \frac{i\omega\mu}{k_0} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{4\pi} (x - x') \left(\frac{\partial}{\partial y'} M(y - y', z') - \frac{\partial^2}{k_0 \partial y' \partial z'} M(y - y', z') \right), \end{aligned} \quad (22)$$

с главными импедансами $Z_{xy}^{(0)}$ и $Z_{yx}^{(0)}$ из (6). Для $Z_{yx}^{(1)}$ отсюда следует ранее приведенное второе из соотношений (10). Для типпера в случае рассматриваемой поляризации из соотношения $H_z^{(1)} = T_{zx}^{(1)} H_x^{(0)} + T_{zy}^{(1)} H_y^{(0)}$ имеем

$$T_{zx}^{(1)} = \frac{i\omega\mu}{k_0} e^{-k_0 z'} \frac{\sigma_1}{4\pi} (x - x') \left(\frac{\partial^2}{\partial z'^2} M(y - y', z') - k_0^2 M(y - y', z') \right). \quad (23)$$

Полученные формулы (10) для боковой диагонали и последние из формул (16), (22) для главной диагонали позволяют рассчитать искомые поправки первого приближения к тензору импеданса, а по формулам (17) и (23) — значения типпера в заданной точке поверхности, вызванные трехмерным возмущением электропроводности вида (1).

ВЛИЯНИЕ ЛАТЕРАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОЛЯ

Рассмотрим свойства компонент поля при $z = 0$ на границе с воздухом, где должно выполняться соотношение $J_z = \sigma E_z = 0$. В этом случае из уравнений (7) получается, что $H_x = \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z}$, $H_y = -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z}$.

Если подставить эти выражения во второе из уравнений (11) $\frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\partial H_y}{\partial x}$, то выполняется соотношение

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) = 0, \quad z = 0. \quad (24)$$

Далее, возьмем следующую пару уравнений из системы Максвелла $\frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \sigma E_y$, $\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial x} + i\omega\mu H_z$. Подставляя в первое уравнение $H_x = \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z}$ и H_z из второго уравнения, получаем следующее соотношение

$$\sigma E_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial x \partial y} \right) = \frac{1}{i\omega\mu} \left(k_0^2 E_y - \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial x \partial y} \right),$$

и тогда

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) = 0, \quad z = 0. \quad (25)$$

Таким же образом поступаем с парой $\frac{\partial H_z}{\partial y} = \sigma E_x + \frac{\partial H_y}{\partial z}$, $\frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial y} - i\omega\mu H_z$.

Это дает $\sigma E_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{i\omega\mu} \left(k_0^2 E_x - \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} \right)$, и снова

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) = 0, \quad z = 0. \quad (26)$$

При выводе (25)—(26) учитывалось, что в однородной среде $\Delta E_{x,y} - k_0^2 E_{x,y} = 0$.

Из (24)—(26) следует, что на границе с воздухом поле является тороидальным (это и было учтено в уравнениях (11) и (18))

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0, \quad E_x = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad E_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad z = 0, \quad (27)$$

где функция Φ может быть произвольной, но горизонтальные компоненты электрического поля должны быть связаны соотношением (27). Используя двумерное преобразование Фурье

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) &= \iint dk_x dk_y \bar{\Phi}(k_x, k_y) e^{ik_x x + ik_y y}, \\ \bar{\Phi}(k_x, k_y) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint dx dy \Phi(x, y) e^{-ik_x x - ik_y y}, \end{aligned} \quad (28)$$

можно представить компоненты $E_{x,y}$ в виде

$$\begin{aligned} E_x(x, y) &= \iint dk_x dk_y ik_y \bar{\Phi}(k_x, k_y) e^{ik_x x + ik_y y}, \\ E_y(x, y) &= -\iint dk_x dk_y ik_x \bar{\Phi}(k_x, k_y) e^{ik_x x + ik_y y}. \end{aligned} \quad (29)$$

Подставляя в (29) $\bar{\Phi}(k_x, k_y)$ из (28), меняя порядок интегрирования и делая замену $k_x = k \cos \varphi$, $k_y = k \sin \varphi$, сначала выполним интегрирование по φ . С использованием табличного интеграла $\int_0^{2\pi} e^{ik(x-x') \cos \varphi + ik(y-y') \sin \varphi} d\varphi = 2\pi J_0(kr_0)$ и интеграла Зоммерфельда в случае однородного полупространства получим

$$\begin{aligned} E_x(x, y, z) &= -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \iint dx' dy' \Phi(x', y') M(r_0, z), \\ E_y(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \iint dx' dy' \Phi(x', y') M(r_0, z), \end{aligned} \quad (30)$$

где $r_0^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$, $J_0(kr_0)$ — функция Бесселя. Для плоской волны, вертикально падающей на среду, $\Phi = E_{0x}y - E_{0y}x$. Интегрирование в (30) в этом случае дает $E_{x,y} = E_{0x,0y}e^{-k_0z}$.

Учтем малые отклонения от вертикально падающей плоской волны. Пусть теперь

$$\Phi(x, y) = E_{0x}y - E_{0y}x + E_{1x} \frac{y^2}{2} - E_{1y} \frac{x^2}{2} + E_{2x} \frac{y^3}{3} - E_{2y} \frac{x^3}{3}. \quad (31)$$

В (31) представлены лишь первые члены, вносящие ненулевой вклад в (30), описывающие отклонения от плоского фронта. Подстановка (31) в (30) дает (приводим в качестве примера часть вычислений)

$$E_x(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi} \int dx' \left[\int dy' \Phi(x', y') \frac{\partial}{\partial y'} \frac{k_0 \sqrt{r_0^2 + z^2} + 1}{(r_0^2 + z^2)^{3/2}} z e^{-k_0 \sqrt{r_0^2 + z^2}} \right]. \quad (32)$$

Здесь выполнено дифференцирование функции $M(r_0, z)$ по переменной z и учтено свойство (8) при дифференцировании этой функции по y . Это дает возможность выполнить в квадратных скобках интегрирование по частям. Делая далее замену $x - x' = r_0 \cos \varphi$, $y - y' = r_0 \sin \varphi$, получим

$$E_x(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint r_0 dr_0 d\varphi \left[E_{0x} + E_{1x}(y - r_0 \cos \varphi) + E_{2x}(y - r_0 \cos \varphi)^2 \right] \times \frac{k_0 \sqrt{r_0^2 + z^2} + 1}{(r_0^2 + z^2)^{3/2}} z e^{-k_0 \sqrt{r_0^2 + z^2}}.$$

Выполняя сначала интегрирование по φ и затем по r_0 , приходим к следующим выражениям (для E_y вычисления аналогичны):

$$\begin{aligned} E_x(x, y, z) &= \left[E_{0x} + E_{1x}y + E_{2x}y^2 \right] e^{-k_0z} + E_{2x} \frac{z^2}{2} \left(1 + \frac{2}{k_0z} \right) e^{-k_0z}, \\ E_y(x, y, z) &= \left[E_{0y} + E_{1y}x + E_{2y}x^2 \right] e^{-k_0z} + E_{2y} \frac{z^2}{2} \left(1 + \frac{2}{k_0z} \right) e^{-k_0z}. \end{aligned} \quad (33)$$

Поскольку при $z = 0$ $H_x = \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z}$, $H_y = -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z}$, имеем

$$\begin{aligned} H_x(x, y, 0) &= -\frac{k_0}{i\omega\mu} \left[E_{0y} + E_{1y}x + E_{2y}x^2 \right] + \frac{E_{2y}}{i\omega\mu k_0}, \\ H_y(x, y, 0) &= \frac{k_0}{i\omega\mu} \left[E_{0x} + E_{1x}y + E_{2x}y^2 \right] - \frac{E_{2x}}{i\omega\mu k_0}. \end{aligned} \quad (34)$$

Считая отклонения от плоского фронта малыми, находим поправки к тензорам импеданса и типера, связанные с латеральной неоднородностью поля:

$$\begin{aligned} Z_{xy}^{(0)} &= \frac{i\omega\mu}{k_0}, \quad Z_{yx}^{(0)} = -\frac{i\omega\mu}{k_0}, \quad Z_{xx}^{(0)} = Z_{yy}^{(0)} = 0, \\ Z_{xy}^{(1)} &= \frac{i\omega\mu}{k_0} \frac{E_{2x}}{E_{0x}k_0^2}, \quad Z_{yx}^{(1)} = -\frac{i\omega\mu}{k_0} \frac{E_{2y}}{E_{0y}k_0^2}, \\ Z_{xx}^{(1)} &= -\frac{i\omega\mu}{k_0} \frac{E_{2x}}{E_{0y}k_0^2}, \quad Z_{yy}^{(1)} = \frac{i\omega\mu}{k_0} \frac{E_{2y}}{E_{0x}k_0^2}, \\ T_{zx}^{(1)} &= \frac{1}{k_0} \frac{E_{1y} + 2xE_{2y} - E_{1x} - 2yE_{2x}}{E_{0y}}, \\ T_{zy}^{(1)} &= \frac{1}{k_0} \frac{E_{1x} + 2yE_{2x} - E_{1y} - 2xE_{2y}}{E_{0x}}. \end{aligned} \quad (35)$$

Отметим, что входящие в эти формулы параметры, характеризующие латеральную неоднородность поля, могут зависеть от частоты.

ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Для малых возмущений $\sigma'(x, y, z)$ с произвольной зависимостью от координат формулы (10) (как и все последующие аналогичные формулы, описывающие добавки к тензорам импеданса и типпера) допускают очевидное обобщение

$$Z_{xy}^{(1)} = -\frac{i\omega\mu}{k_0} \int e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma'(x', y', z')}{4\pi} \left(\frac{e^{-k_0\sqrt{r_0^2+z'^2}}}{\sqrt{r_0^2+z'^2}} - \frac{\partial}{k_0\partial z'} \frac{e^{-k_0\sqrt{r_0^2+z'^2}}}{\sqrt{r_0^2+z'^2}} \right) dx' dy' dz',$$

$$Z_{yx}^{(1)} = \frac{i\omega\mu}{k_0} \int e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma'(x', y', z')}{4\pi} \left(\frac{e^{-k_0\sqrt{r_0^2+z'^2}}}{\sqrt{r_0^2+z'^2}} - \frac{\partial}{k_0\partial z'} \frac{e^{-k_0\sqrt{r_0^2+z'^2}}}{\sqrt{r_0^2+z'^2}} \right) dx' dy' dz'.$$
(36)

Интегрирование здесь распространяется на весь объем возмущений. Приведенные формулы ясно показывают, что вклад в добавки к импедансам в точке зондирования от удаленных как по глубине, так и по латерали трехмерно возмущенных областей среды ослабевает. Как и следовало ожидать, размеры зоны влияния в однородном полупространстве по теории возмущений порядка толщины скин-слоя. Заметим, что формулы (36) справедливы и для горизонтально-слоистой среды (в пренебрежении отражениями на границах, когда добавки σ' к электропроводности полупространства σ_0 в разных слоях невелики: $\sigma' \leq \sigma_0$, случай слабоконтрастных сред). В том же приближении можно анализировать однородные слои с искривленными границами, с неоднородными трехмерными возмущениями в отдельных слоях и т.п.

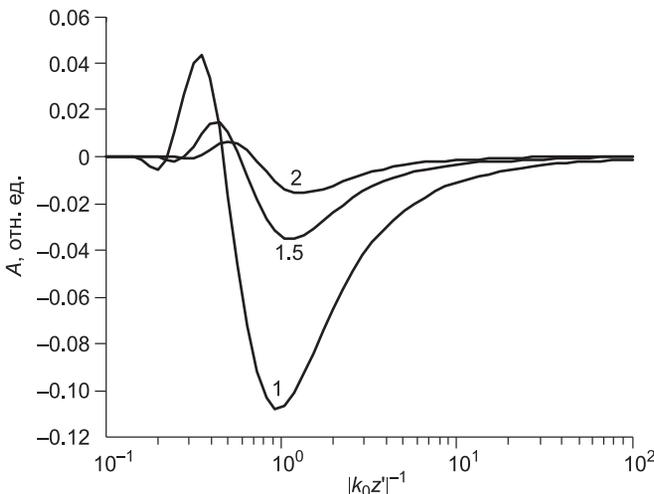
Другое важное обстоятельство заключается в изменении зависимости кажущегося сопротивления от периода. В отличие от однородного полупространства, где она отсутствует, трехмерные возмущения в среде приводят к появлению зависимости кажущегося сопротивления от периода. Вычисляя добавку к кажущемуся сопротивлению ρ_0 с помощью (36) для случая уединенной неоднородности (1) получим

$$A = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \frac{\sigma_0 z'^3}{\sigma_1} = -\frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left\{ k_0^2 z'^2 e^{-k_0 z' (1+R/z')} \frac{z'}{R} \left(1 + \frac{z'}{R} + \frac{z'^2}{R^2} \frac{1}{k_0 z'} \right) \right\},$$

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z'^2}, \quad |k_0 z'|^{-1} = \sqrt{\frac{T}{2\pi\mu\sigma_0 z'^2}}, \quad \rho_0 = \frac{1}{\sigma_0}.$$
(37)

Рассчитанные по (37) зависимости кажущегося сопротивления ρ от временного периода $T = 2\pi/\omega$ (выраженного в толщинах скин-слоя) в нескольких точках на поверхности рассматриваемой среды отражены на рисунке. Цифры у кривых соответствуют относительному удалению R/z' точки зондирования от центра неоднородности на глубине z' , которая в расчетах считается фиксированной. При измерениях по одиночным профилям и обработке стандартными методами с 1D- и 2D-моделями среды обсуждаемая зависимость может привести к неверной интерпретации в виде появляющихся ложных слоев. При наличии одних профильных данных не поможет и применение 3D инверсии за счет вынужденной интерпретации влияния латерально расположенных неоднородностей.

Если же перейти в МТЗ от профильных измерений к площадным данным, можно пре-



Зависимости относительных добавок A к кажущемуся сопротивлению среды с трехмерным возмущением вида (1) от временного периода T (выраженного через толщины скин-слоя) в трех точках поверхности с разным удалением R от центра неоднородности на глубине z' .

Цифры на кривых — отношение R/z' , глубина z' фиксирована.

одолеть возникающие для трехмерно неоднородной среды трудности, используя при решении обратной задачи полученные формулы (36) и аналогичные формулы для других компонент тензора импеданса и типпера. Конечно, эти формулы справедливы лишь для малых возмущений тензоров, и на практике вряд ли будут полезны. Их основное достоинство в их физической прозрачности описания влияния трехмерных неоднородностей электропроводности на результаты измерений в МТЗ. По существу, они являются доказательством справедливости применения на практике 3D инверсии к площадным данным по компонентам тензоров импеданса и типпера.

Как отмечено выше (см. формулы (35)), возмущения импеданса и типпера могут быть обусловлены не только неоднородностью среды, но и вызваны латеральными отклонениями поля от вертикально падающей волны. При стандартной интерпретации подобных возмущений, зависящих от частоты, это также может привести к неверным результатам в виде ложных структур и слоев.

Отклонения первичного поля от вертикально падающей волны приводят к необходимости *синхронной* регистрации площадных данных, поскольку значения тензоров импеданса и типпера зависят также от параметров латеральной неоднородности поля. Только при синхронной регистрации можно определить параметры латеральной неоднородности компонент поля, входящие в соотношения (33)—(34), рассчитать соответствующие поправки (35) в тензоры импеданса и типпера и учесть их при дальнейшей обработке. Заметим, что количество необходимых пунктов с синхронной регистрацией поля определяется набором параметров, входящих в аппроксимацию поля (33)—(34).

Синхронная регистрация данных в пределах зоны, окружающей точку зондирования и влияющей на значения импеданса и типпера в ней, крайне необходима в случаях МТЗ с естественными источниками, неоднородными вблизи полигона (например, в авроральных или экваториальных областях), при МТЗ сложностроенных сред, когда вторичное поле искажено и неоднородно. В этих ситуациях, как показано в работе [Плоткин, 2012], удобнее вообще отказаться от введения тензоров импедансов и типпера, перейти к обработке непосредственно распределений компонент электромагнитного поля на поверхности среды и анализу их связи друг с другом. Качество аппроксимации распределений компонент поля в зоне определяется используемым количеством пунктов с синхронной регистрацией компонент поля.

Автор благодарен рецензентам работы А.В. Поспееву и В.С. Могилатову за внимание к работе и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. Модели и методы магнитотеллурики. М., Научный мир, 2009, 680 с.

Иванов П.В., Пушкарев П.Ю. Возможности интерпретации магнитотеллурических данных, полученных на одиночном профиле, при изучении трехмерно-неоднородной среды // *Физика Земли*, 2010, т. 46, № 9, с. 3—10.

Плоткин В.В. Зона влияния неоднородности среды и поля при магнитотеллурическом зондировании // *Геология и геофизика*, 2012, т. 53 (1), с. 140—149.

Эпов М.И., Поспеева Е.В., Витте Л.В. Особенности состава и строения земной коры краевой части Сибирского кратона (в зоне влияния рифтогенных процессов) по данным магнитотеллурических зондирований // *Геология и геофизика*, 2012, т. 53 (3), с. 380—398.

Jiracek G.R. Near-surface and topographic distortion in electromagnetic induction // *Surv. Geophys.*, 1990, v. 11, № 2—3, p. 163—203.

Singer B.S. Correction for distortions of magnetotelluric fields: limits of validity of the static approach // *Surv. Geophys.*, 1992, v. 13, № 4—5, p. 309—340.

Torres-Verdin C., Bostick F., Jr. Implications of the Born approximation for the magnetotelluric problem in three-dimensional environments // *Geophysics*, 1992a, v. 57, № 4, p. 587—602.

Torres-Verdin C., Bostick F., Jr. Principles of spatial surface electric field filtering in magnetotellurics: electromagnetic array profiling (EMAP) // *Geophysics*, 1992b, v. 57, № 4, p. 603—622.

Рекомендована к печати 21 июня 2012 г.
М.И. Эповым

Поступила в редакцию
1 февраля 2012 г.