

ЛИТЕРАТУРА

1. Wagner. Über die Entstehung des dynamischen Auftriebs von Tragflügeln // ZAMM.— 1925.— S. 17.
2. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики.— М.: Наука, 1966.
3. Таганов Г. И. Исследование трехмерных отрывных течений с помощью математической модели // Тр. ЦАГИ.— 1969.— Вып. 1173.
4. Taganov G. I. A mathematical model for a theoretical study of three-dimensional separated flows // Arch. mech. stosow.— 1970.— V. 22, N 2.

Поступила 10/IV 1987 г.

УДК 532.5

СМЕЩЕНИЕ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ ПРИ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА

И. С. Долина, С. А. Ермаков, Е. Н. Пелиновский
(Горький)

Как известно, задача о потенциальном обтекании цилиндра потоком жидкости со свободной поверхностью сводится к интегральным уравнениям [1], точное решение которых неизвестно. На практике большое распространение получило приближение Лэмба [1], при котором цилиндр заменяется гидродинамическим диполем и задача решается в линейной постановке. Настоящая работа посвящена экспериментальной проверке приближения Лэмба и дальнейшему совершенствованию теории (учету непотенциальности обтекания).

Эксперимент проводился в лотке из оргстекла (150×50×18 см), в котором по горизонтальным направляющим с различными скоростями U (от 20 до 80 см/с) двигался цилиндр радиусом $R = 1$ см. Полная глубина жидкости, как правило, в несколько раз превосходила глубину погружения цилиндра h , так что влияние дна было незначительным, числа Фруда $Fr = U^2/gh$ не превышали 3. Профиль свободной поверхности исследовался по фотографиям с помощью масштабной сетки, нанесенной на боковую стенку ванны, а также для достаточно малых смещений (порядка и менее 1 мм) с помощью датчика проводимости.

Форма поверхности над цилиндром существенно зависит от Fr , вид ее при $Fr = 2$ приведен на рис. 1. При $Fr > 1$ над цилиндром образуется

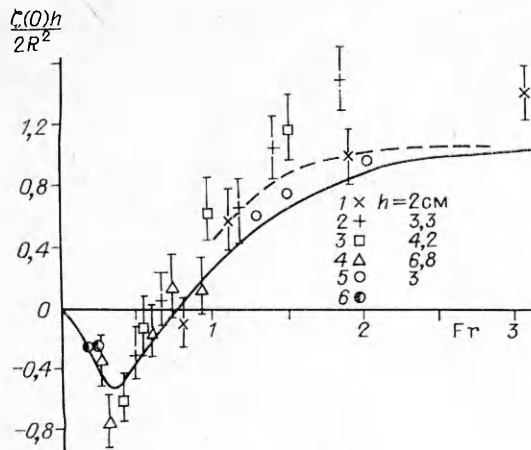


Р и с. 1

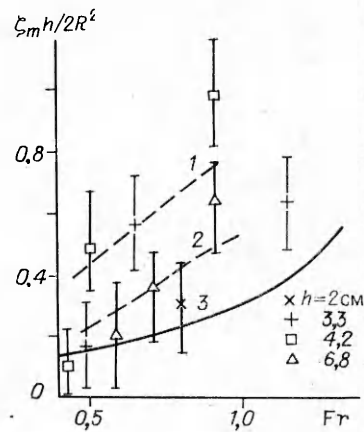
пучность, максимум которой соответствует координате центра цилиндра, при понижении Fr ($Fr < 1,2-1,3$) пучность уменьшается и смещается вперед. При малых Fr ($Fr = 0,3-0,5$) пучности над телом вообще не наблюдается, уровень воды плавно понижается, переходя во впадину позади цилиндра. В области за цилиндром видна быстро затухающая (не более 1—2 периодов) поверхностная волна, распространяющаяся со скоростью U .

Приведем сначала известные сведения о генерации волны движущимся источником в приближении Лэмба. Смещение поверхности жидкости в линейной постановке определяется выражением [1]

$$(1) \quad \frac{\xi_h}{2R^2} = (1 + \tau^2 Fr^2)^{-1} - \int_0^\infty \frac{\sin t - Fr t \cos t}{t^2 Fr^2 + 1} e^{-\tau Fr t} dt + \frac{\xi_\infty h}{2R^2},$$



Р и с. 2



Р и с. 3

где $\tau = gx/U^2$ — безразмерная координата, отвечающая направлению движения цилиндра; ζ_{\sim} — волновая часть смещения поверхности: $\frac{\zeta_{\sim} h}{2R^2} = \frac{2\pi}{Fr} e^{-1/Fr} \sin \tau$. Квазистатическая часть — первые два слагаемых в (1) — легко находится в двух предельных случаях малых и больших чисел Фруда, при этом волновая часть стремится к нулю:

$$\frac{\zeta h}{2R^2} = \begin{cases} Fr \frac{Fr^2 \tau^2 - 1}{(Fr^2 \tau^2 + 1)^2} & \text{при } Fr \ll 1, \\ \frac{1}{1 + Fr^2 \tau^2} & \text{при } Fr \gg 1. \end{cases}$$

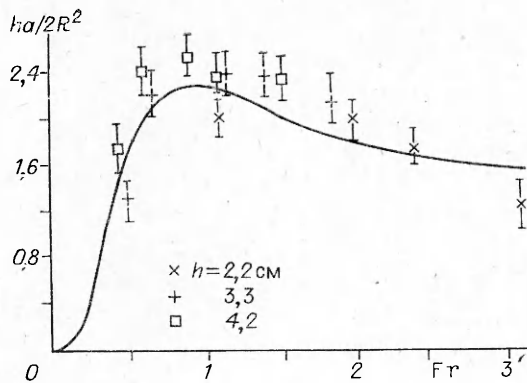
Для промежуточных значений Fr квазистатическая часть ζ рассчитывалась численно. При Fr порядка 1 существенна волновая часть, ее амплитуда a может в несколько раз превосходить квазистатическую.

Картина профиля поверхности еще более усложняется при учете непотенциальности обтекания. За движущимся телом образуется турбулентный след, который играет роль дополнительного источника массы (монополя) [2]. Как нетрудно убедиться, монополь дает дополнительное смещение поверхности:

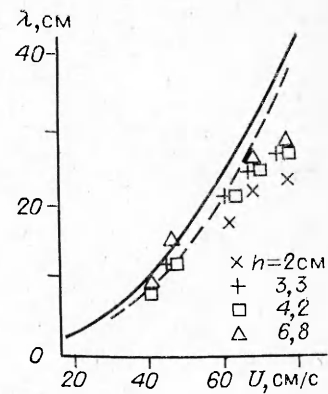
$$\frac{\zeta_M h}{2R^2} = \begin{cases} \frac{c_x h}{2\pi R} Fr \frac{Fr \tau}{1 + Fr^2 \tau^2} & \text{при } Fr \ll 1, \\ \frac{c_x h}{2\pi R} \text{arc tg } Fr \tau & \text{при } Fr \gg 1. \end{cases}$$

Здесь c_x — коэффициент сопротивления; при числах Рейнольдса $Re \approx 10^4$, соответствующих условиям эксперимента, $c_x \approx 1$. Кроме того, вязкость должна приводить к затуханию волн, причем определяющую роль, как будет видно из дальнейшего, играет турбулентная вязкость, связанная с наличием турбулентного следа за цилиндром.

Перейдем к описанию результатов измерений. На рис. 2 приведена теоретическая зависимость смещения уровня воды в точке, отвечающей центру цилиндра $\zeta(0)h/2R^2$, от Fr . Здесь же нанесены результаты измерений смещения по фотографиям (точки 1—4) и датчиком (точки 5). Необходимо отметить систематическое превышение измеренных значений $\zeta(0)$ над теоретическими при $Fr > 1$, которое составляет в среднем 50%. В области же $Fr < 1$ наблюдается удовлетворительное совпадение результатов измерения с теорией. К некоторому подъему уровня поверхности непосредственно над цилиндром приводит учет нелинейных членов в граничных условиях на свободной поверхности, проведенный в [3] для ма-



Р и с. 4



Р и с. 5

лых Fr (точки 6 для $Fr = 0,16$ и $0,22$). При $Fr > 1$ на возмущения в ближней зоне может оказать значительное влияние локальное изменение Fr при обтекании цилиндра [4] (на 20 и 50 % при $h = 6,8$ и 2 см). Учет этого изменения приводит к сдвигу теоретической кривой влево (штриховая кривая для $h = 3,3$ см) и к лучшему соответствию теоретических и экспериментальных данных.

На рис. 3 даны результаты измерений пучности ζ_m , смещенной при $0,5 < Fr < 1,2$ несколько вперед относительно центра цилиндра. Здесь же приведена теоретическая кривая 3 ($\zeta_m h / 2R^2$), построенная с учетом только дипольного источника. Видно, что расхождение измеренных значений и теории довольно значительно (в среднем в 2 раза). Учет монополюсного слагаемого несколько уменьшает это расхождение (кривые 1, 2 для $h = 6,8$ и 2 см).

Что касается исследования волнового следа за телом, то здесь отметим хорошее совпадение впадины за телом с теоретически рассчитанной амплитудой при всех значениях $Fr > 0,5$ (рис. 4). Значения характерной длины волны при небольших скоростях ложатся на кривую $\lambda = 2\pi U^2/g$ (рис. 5), однако с увеличением U ($U > 40-50$ см/с) наблюдается тенденция к уменьшению λ по сравнению с теоретическими значениями. К некоторому улучшению соответствия теоретических и экспериментальных данных приводит учет нелинейной поправки [5] $\lambda_1 = \lambda(1 - 4\pi^2 a^2/\lambda^2)$ при $2\pi a/\lambda \ll 1$ (штриховая кривая для $h = 4,2$ см). Амплитуда волны, согласно теории, в двухмерном случае постоянна, в эксперименте же наблюдается быстрозатухающая волна (1-2 колебания). Сильное затухание волны в эксперименте связано, на наш взгляд, с затуханием на турбулентности в следе за цилиндром. Действительно, оценивая турбулентную вязкость $\nu \sim ul$ ($u \sim \sqrt{F_x/\rho x}$ — средняя скорость турбулентного движения в следе, $l \sim \sqrt{x F_x/\rho U^2}$ — полуширина следа, $F_x = \rho U^2 c_x R$ — сила сопротивления, отнесенная к единице длины цилиндра [2]), получим $\nu \sim F_x/\rho U \sim \text{const}$.

Определяя длину затухания L как расстояние, на котором амплитуда волны затухает в e раз, имеем $L \sim g^3/(2\omega^5 c_x UR) = \lambda^2/(8\pi^2 c_x R)$. При изменении скорости от 40 до 80 см/с находим, что отношение L/λ изменяется от 0,1 до 0,5, т. е. гасящее действие турбулентности в следе за цилиндром очень велико.

Итак, при не очень больших числах Фруда движение цилиндра сопровождается смещением поверхности вблизи цилиндра. Теоретическое описание этого процесса получается с введением потенциальных и силовых источников. Учет вязкости особенно принципиален при анализе излучаемых волн. Подобные выводы сделаны в [6] при изучении внутренних волн, которые в отличие от нашего случая слабо поглощаются турбулентным следом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лэмб Г. Гидродинамика. — М.; Л.: Гостехиздат, 1947.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. — М.: Наука, 1986.
3. Haussling H. J., Coleman R. M. Nonlinear water waves generated by an accelerated circular cylinder // J. Fluid Mech.— 1979.— V. 92, pt 4.
4. Дейли Дж., Харлеман Д. Механика жидкости. — М.: Энергия, 1971.
5. Salvesen N. On higher-order wave theory for submerged two-dimensional bodies // J. Fluid Mech.— 1969.— V. 38, pt 2.
6. Букреев В. И., Гусев А. В., Стурова И. В. Неустановившееся движение круглого цилиндра в двухслойной жидкости // ПМТФ.— 1983.— № 6.

Поступила 8/IV 1987 г.

УДК 532.59 + 532.13

ВЯЗКОЕ ЗАТУХАНИЕ УЕДИНЕННЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

Н. В. Газрилов

(Новосибирск)

Цель работы — экспериментальное исследование затухания уединенных внутренних волн на границе раздела двух жидкостей разной плотности, обусловленное влиянием вязкости. Теоретический анализ этой задачи выполнен в [1], где результаты [2] обобщаются на случай двухслойной жидкости под крышкой. Движение со свободной поверхностью рассмотрено в [3]. Подобная [3] задача исследуется в [4] численным решением модельного интегродифференциального уравнения. Экспериментально затухание уединенных внутренних волн в двухслойной жидкости изучалось в [1, 5]. Следует отметить, что опыты в [1] проводились на границе раздела несмешивающихся жидкостей со свободной поверхностью, хотя теоретический анализ выполнен для случая под крышкой. В работе [5], с экспериментальными данными которой сравниваются результаты анализа [3], опыты проводились со смешивающимися жидкостями, в то время как в [3] учитывается трение на границе раздела, которого не было в [5]. В настоящей работе эксперименты проводились с несмешивающимися жидкостями как со свободной поверхностью, так и под крышкой. Выполнялось сравнение со всеми теоретическими моделями.

Опыты ставились на трех различных установках, схемы которых приведены на рис. 1. Одна представляла собой открытый канал (рис. 1, а) длиной 220, шириной 17,5 и высотой 15 см, две другие — заглушенные по торцам трубы сечением 6×6 и 20×6 см, длиной 390 см (рис. 1, б), h — глубина нижней жидкости, H — общая глубина слоев, a — амплитуда волны. В качестве нижней жидкости использовался слабый раствор поваренной соли в дистиллированной воде плотностью $\rho = 1$ г/см³ и вязкостью $\nu = 0,0108$ см²/с. Для верхнего слоя брались либо керосин с $\rho_1 = 0,8$ г/см³, $\nu_1 = 0,0162$ см²/с, либо смесь керосина с хладоном-113 с $\rho_1 = 0,9$ г/см³, $\nu_1 = 0,0141$ см²/с (плотность и вязкость чистого хладона-113 соответственно 1,58 г/см³ и 0,0044 см²/с).

Генерация волн осуществлялась двумя способами. В одном случае у торцевой стенки канала располагалась пластина 1 (рис. 1, а), которая могла перемещаться по вертикали. При ее движении вниз или вверх от нее распространялась уединенная волна в виде бугра или ямы (на рис. 1, а приведен пример генерации бугра). При проведении опытов со свободной поверхностью устанавливался волногаситель 3, необходимый для ослабления колебаний, вызванных движением волнопродуктора (особенно при генерации волн в виде ямы). Другой способ заключался в следующем: часть канала длиной 60 см была отделена непроницаемой перегородкой 1 (рис. 1, б), на которой создавался перепад уровней Δh . При кратковременном подъеме перегородки по одну сторону от нее распространяется уединенная волна в виде ямы, а по другую — в виде бугра.

Волны регистрировались датчиками электропроводности 2 [6], которые располагались вдоль канала на расстоянии Δx один от другого. Первый датчик устанавливался на расстоянии x_0 от волнопродуктора, достаточном для того, чтобы уединенная волна успевала полностью сформироваться, а нежелательные коротковолновые колебания границы раз-