

экстраполяции конечного участка кривой $\delta = \delta(\tau)$ до оси абсцисс; отсекаемая на оси величина и принималась за τ_0 . Для трех кривых, представленных на фиг. 4, получены значения $\tau_0 = 6.9, 7.8$ и 8.55 Г/см^2 соответственно для $dp/dt = 27, 105$ и 180 Г/мин . Таким образом при возрастании скорости нагружения в 6.7 раз прочность дисперсной системы возросла на 25%.

Полученный результат не вызывается простым разбросом точек, обусловленным погрешностями эксперимента, которые в данной работе не превосходили $\pm 5\%$.

Таким образом предел прочности дисперсных систем на сдвиг является функцией скорости нарастания нагрузки, что является качественным подтверждением развитой выше теории. Количественного подтверждения теории, в частности подтверждения уравнения (15), получено не было в связи с трудностями, упомянутыми выше.

Поступила
14 XII 1959

ЛИТЕРАТУРА

1. Журков С. Н. Проблема прочности твердых тел, Вестник Академии наук СССР, 1957, 27, № 11, 78.
2. Алфрей Т. Механические свойства высокополимеров, М., ИЛ, 1952.
3. Журков С. Н., Нарзуллаев Б. Н. Временная зависимость прочности твердых тел, ЖТФ, 1953, 23, № 10, 1677.
4. Белянкин Ф. П., Яценко В. Ф. Деформативность и сопротивляемость древесины, Киев, Изд-во АН УССР, 1957.
5. Малинин Н. И. Исследования реологических свойств торфа пониженной влажности. II, Труды Калинин. торф. инст., 1959, вып. 10, 161.
6. Бартнев Г. М. О временной и температурной зависимости прочности твердых тел, Известия АН СССР, ОТН, 1955, № 9, 53.
7. H a w a r d R. N. The strength of plastics and glass, London, Cleaver-hume press, 1949.
8. Журков С. Н., Томашевский Э. И. Исследование прочности твердых тел. II. Зависимость долговечности от напряжения, ЖТФ, 1955, 25, № 1, 66.
9. Воларович М. П., Малинин Н. И. Исследование реологических свойств торфов пониженной влажности, Коллоидн. журн., 1958, 20, № 3, 311.
10. E r k e r A. Sicherheit und Bruchwahrscheinlichkeit, MAN Forschungsheft, 1958, No 8, 49—62.
11. Воларович М. П. Применение методов исследования вязкости и пластичности в прикладной минералогии, Труды Инст. прикл. минералогии, 1934, вып. 66.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ФАКТОРА НА ДОЗВУКОВОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ГАЗА

С. С. Кутателадзе

(Ленинград)

Рассматривается стабилизированное турбулентное неизотермическое течение газа. Показано существование (в рамках полуэмпирической теории турбулентности) предельного решения для случая, когда число Рейнольдса $R \rightarrow \infty$. Это решение правильно отображает влияние температурного фактора ψ на относительное изменение коэффициентов трения и теплоотдачи в широком интервале значений чисел R .

Л. Е. Калихманом и независимо от него автором^[1,2] было показано, что профиль скоростей в неизотермическом, дозвуковом, турбулентном потоке газа хорошо описывается формулой

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{1}{\chi} \sqrt{\psi - (\psi - 1) \varphi_1} \sqrt{\frac{1}{2} c_f \ln \frac{y}{y_1} - \frac{\psi - 1}{4\chi^2} \sqrt{\frac{1}{2} c_f \ln^2 \frac{y}{y_1}}} \left(\psi = \frac{T_{ст}}{T_0} \right) \quad (1)$$

В вязком подслое (точно для многоатомных газов)

$$\varphi = \sqrt{\frac{2}{c_f} \frac{\psi - T/T_0}{\psi - 1}} \quad \left(v^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}} \right) \quad (2)$$

Здесь φ — безразмерная скорость, равная отношению скорости течения к скорости касательного напряжения v^* , где τ — касательное напряжение на стенке и ρ_0 — плотность газа; φ_1 — то же на границе вязкого подслоя и турбулентного ядра в двухслойной схеме; c_f — коэффициент трения; y — расстояние от стенки; χ, τ_{10} — константы турбулентности ($\chi \approx 0.4$) в плоском пограничном слое; ψ — температурный фактор, равный отношению абсолютных температур стенки $T_{ст}$ и потока T_0 .

При течении в трубе $c_f = 1/4 \zeta$, где ζ — коэффициент сопротивления в формуле Дарси.

При $\psi = 1$ имеем известный логарифмический профиль скоростей

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{1}{\chi} \ln \frac{y}{y_1} \quad \left(\varphi_1 = 11.6, y_1 = 11.6 \frac{\nu^*}{v} \right)$$

где ν — кинематическая вязкость.

Определяя среднерасходную скорость при течении в круглой трубе, получаем [2,3]

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{8}{\zeta}} = \varphi_1 + \frac{1}{\chi} \sqrt{\psi - (\psi - 1) \varphi_1} \sqrt{\frac{\zeta}{8}} \left(\ln \frac{R_0}{y_1} - \frac{3}{2} \right) - \\ - \frac{\psi - 1}{4\chi^2} \sqrt{\frac{\zeta}{8}} \left[\left(\ln \frac{R_0}{y_1} - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{5}{4} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Введем функцию

$$\eta_1 = \frac{\nu^* y_1}{\nu_0} = \eta_{10} \Psi_1 \quad (5)$$

При $\psi = 1$, $\Psi_1 = 1$, т. е. наиболее существенным аргументом этой функции является температурный фактор ψ .

Распределение температур в вязком подслое для рассматриваемых условий определяется формулой

$$\frac{T}{T_0} = \left[\psi^{1+n} - (\psi - 1) (1 + n) \sqrt{\frac{\zeta}{8}} \eta \right]^{\frac{1}{1+n}} \quad \left(\eta = \frac{\nu^* y}{\nu_0} \right) \quad (6)$$

Здесь n — показатель степени в температурной зависимости коэффициента вязкости. Подставляя сюда значение η_1 , находим, что температура на границе вязкого подслоя равна

$$\frac{T_1}{T_0} = \left[\psi^{1+n} - (\psi - 1) (1 + n) \frac{\alpha}{\sqrt{8}} \sqrt{\zeta} \Psi_1 \right]^{\frac{1}{1+n}} \quad (7)$$

и, соответственно,

$$\varphi_1 = \sqrt{\frac{8}{\zeta}} \Psi_2 \quad \left(\Psi_2 = \frac{\psi - T_1/T_0}{\psi - 1} \right) \quad (8)$$

Введя в (4) функции Ψ_1 и Ψ_2 и замечая, что

$$\begin{aligned} \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{R}{\eta_{10}} \sqrt{\frac{\zeta_0}{32}} - \frac{3}{2} \right) = \sqrt{\frac{8}{\zeta_0}} - \eta_{10} \\ \frac{R_0}{y_1} = \frac{R}{\eta_1} \sqrt{\frac{\zeta}{32}} = \frac{R}{\eta_{10}} \sqrt{\frac{\zeta_0}{32}} \left(\Psi_1 \sqrt{\frac{\zeta_0}{\zeta}} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (9)$$

получим уравнение

$$\frac{\psi - 1}{4} \left(Z_1^2 + \frac{1}{\chi^2} \frac{5}{4} \frac{1}{8} \frac{\zeta}{\zeta_0} \right) \frac{\zeta}{\zeta_0} - Z_1 \sqrt{\psi - (\psi - 1) \Psi_2} \sqrt{\frac{\zeta}{\zeta_0}} + 1 - \Psi_2 = 0 \quad (10)$$

Здесь

$$Z_1 = 1 - \left(\frac{\eta_{10}}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\chi \sqrt{8}} \ln \Psi_1 \sqrt{\frac{\zeta_0}{\zeta}} \right) \sqrt{\zeta_0}$$

Здесь ζ_0 — коэффициент сопротивления при изотермическом течении с числом Рейнольдса, рассчитанным по температуре потока неизотермического течения.

При $\zeta_0 \rightarrow 0$, т. е. при больших значениях числа Рейнольдса R

$$Z_1 \rightarrow 1, \quad \Psi_2 \rightarrow 0, \quad Z_1 \sqrt{\psi - (\psi - 1) \Psi_2} \rightarrow \sqrt{\psi}$$

уравнение (10) принимает вид

$$\frac{\psi - 1}{4} \frac{\zeta}{\zeta_0} - \sqrt{\psi} \frac{\zeta}{\zeta_0} + 1 = 0 \quad (11)$$

Положительный корень этого уравнения равен

$$\frac{\zeta}{\zeta_0} = \left(\frac{2}{\sqrt{\psi} + 1} \right)^2 \quad (12)$$

Это предельное решение задачи о влиянии температурного фактора на стабилизированное турбулентное течение газа не зависит ни от показателя степени в температурной зависимости вязкости, ни от функции Ψ_1 , т. е. не связано ни с родом газа, ни с какими-либо представлениями об условиях устойчивости вязкого неизотермического подслоя.

Из условия подобия полей скоростей и температур следует, что

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{\zeta}{\zeta_0} \quad (13)$$

где α — коэффициент теплоотдачи.

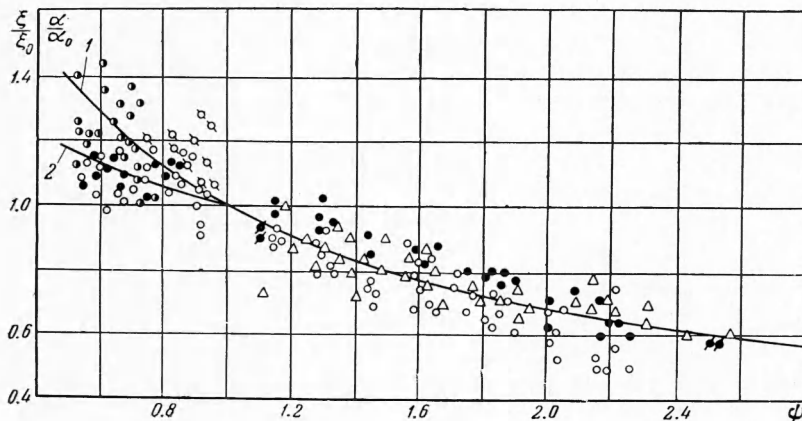
Поскольку у газов числа Прандтля или равны единице, или близки к ней, эти зависимости для относительных изменений α и ζ с температурным фактором имеют достаточно общее значение. При расчете же α_0 следует вводить обычную поправку на отклонение числа Прандтля P от 1.

По формуле (12)

$$\frac{\zeta}{\zeta_0} \rightarrow \frac{4}{\psi} \quad \text{при } \psi \rightarrow \infty, \quad \frac{\zeta}{\zeta_0} = \frac{1}{\sqrt{\psi}} \quad \text{при } \psi \sim 1 \quad (14)$$

Последняя формула практически совпадает с (12) с точностью порядка 5% в области $0,5 < \psi < 3$.

Таким образом, обычное выражение зависимости α/α_0 или ζ/ζ_0 как функции от ψ в некоторой постоянной степени имеет ограниченное значение.



Сопоставление расчета с опытными данными. Опыты по теплоотдаче: ● — Иордан, □ — Гребер; ● — Ильин; ▲ — Иващенко; ● — НАСА (осредненные по сериям); значение $\zeta/\zeta_0 \approx 0,5$ для $\psi = 3,5$ по данным НАСА на графике не приведено, однако оно хорошо ложится на продолжение кривой. Опыты по сопротивлению трения: ○ — Ильин. 1 — расчет по формуле (12); 2 — расчет по формуле (15)

На фиг. 1 дано сопоставление расчетов по формуле (12) с рядом экспериментальных данных. Как видно предельная теоретическая формула не только совершенно правильно отображает действительный характер исследуемой зависимости, но и дает вполне удовлетворительные количественные результаты. Последнее особенно относится к области $\psi > 1$. Это означает, что величина числа R не очень существенно влияет на относительное изменение α/α_0 и ζ/ζ_0 с температурным фактором. С физической точки зрения этот результат означает, что в потоке газа решающее значение имеет изменение с температурой плотности в турбулентном ядре течения, а не изменение вязкости и теплопроводности в вязком подслое. Последнее так же в определенной мере связано с взаимокompенсирующим влиянием этих факторов в вязком подслое газа. Действительно, повышение температуры в вязком подслое приводит к увеличению его толщины вследствие повышения вязкости, но при этом возрастает и коэффициент теплопроводности. Термическое же сопротивление вязкого подслоя, пропорциональное коэффициенту теплопроводности и обратно пропорциональное толщине, меняется не так сильно.

Если в области $\psi < 1$ ориентироваться не на опыты Иордана и Гребера, а на более поздние опыты Ильина, то последние лучше описываются формулой.

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{2}{\sqrt{\psi + 1}} \quad (15)$$

Имеются некоторые опытные данные, в известной мере отклоняющиеся от приведенных выше. Так, в опытах Арсеева ($1,09 < \psi < 1,88$) величина α/α_0 оказалась пропорциональной $\psi^{-0.3}$. В опытах Деякина и Лельчука было обнаружено, что при значительных температурных факторах течение не стабилизируется на большом протяжении от входа в трубу. Кроме того, эти авторы не получили подобного влияния температурного фактора на трение и теплоотдачу. Полученное расхождение не может быть объяснено отклонением значений числа Прандтля P у воздуха от 1, а связано, видимо, и с экспериментальной методикой.

Можно, однако, обнаружить, что и по данным этих авторов в области L/D от 50 до 150 показатель степени при ψ в формуле для α/α_0 лежит в пределах от 0.4 до 0.6, т. е. в среднем близок к расчетному для стабилизированного течения.

При течении газа в шероховатой трубе подобие полей скоростей и температур может иметь место только в турбулентном ядре потока (по отношению к правильно выбранной граничной плоскости). В непосредственной близости к стенке оно искажается вследствие различий в граничных условиях по температуре и скорости [4]. Поэтому эффективное значение температурного фактора будет несколько меньше ψ . В соответствии с этим приводимый ниже расчет должен давать максимально возможное влияние температурного фактора на сопротивление при обтекании шероховатой поверхности.

При рассмотрении области квадратичного закона сопротивления распределение скоростей в турбулентном ядре не зависит от вязкости и определяется завихрениями потока на бугорках шероховатости. Величина y_1 не должна в этом случае зависеть от физических свойств потока и ее масштабом является высота бугорка k .

По опытам Никурадзе с однородной зернистой шероховатостью величина χ имеет то же значение, что и в гладких трубах, а в формуле для изотермического профиля скоростей

$$\varphi_1 = 0 \text{ при } y_1 = \frac{k}{30}$$

При этих условиях уравнение (10) принимает вид

$$\frac{\psi - 1}{4} \left(1 + \frac{1}{\chi^2} \frac{5}{4} \frac{1}{8} \zeta_0 \right) \frac{\zeta}{\zeta_0} - \sqrt{\psi \frac{\zeta}{\zeta_0}} + 1 = 0 \quad (16)$$

где

$$\zeta_0 = \left(\frac{1}{\chi \sqrt{8}} \ln \frac{r}{k} + 1.65 \right)^{-2}$$

Решение имеет вид

$$\frac{\zeta}{\zeta_0} \approx \left[\frac{2}{(\sqrt{\psi} + 1)(1 + \zeta_0)} + \frac{\zeta_0}{1 + \zeta_0} \right]^2 \quad (17)$$

Расчеты по этой формуле дают степень влияния температурного фактора того же порядка, что и для гладких труб.

При обтекании пластины аналогичные результаты получаются при сопоставлении по числу Рейнольдса, рассчитанному по толщине пограничного слоя.

Институт теплофизики
Сибирского отделения
АН СССР

Поступила
22 I 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. К а л и х м а н Л. Е. Турбулентный пограничный слой на плоской пластине, обтекаемой газом. Оборонгиз, 1954 г.
2. К у т а т е л а д з е С. С. Некоторые вопросы теплообмена и сопротивления трения в турбулентных потоках. Теплоэнергетика, Госэнергоиздат, 1956, № 7.
3. И в а щ е н к о Н. И. Влияние температурного фактора на теплоотдачу при турбулентном течении газа в трубах. Теплоэнергетика, Госэнергоиздат, 1958, № 2.
4. К у т а т е л а д з е С. С. Основы теории теплообмена. Машгиз, 1957.
5. И л ь и н Л. Н. Влияние температурных условий на теплоотдачу и сопротивление при течении воздуха в трубе. Котлотурбостроение, Машгиз, 1951, № 1.
6. B e n j a m i n P i n k e l. A Summary of NACA Research on Heat Transfer and Friction for Air Flowing Through Tube with Large Temperature Difference Trans. ASME, vol. 76, № 2, 1954.
7. Д е д я к и н Б. В., Л е л ь ч у к В. Л. Теплоотдача от стенки к турбулентному потоку воздуха внутри трубы при больших температурных напорах и расчет температуры стенки. Теплоэнергетика, Госэнергоиздат, 1958, № 9.
8. А р с е е в А. В. Теплоотдача и сопротивление в трубах при высокотемпературном нагреве воздуха. Теплоэнергетика, Госэнергоиздат, 1959, № 6.