УДК 539.376

К ПОСТРОЕНИЮ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ УРАВНЕНИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ ОРТОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ С РАЗЛИЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

И. Ю. Цвелодуб

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: itsvel@hydro.nsc.ru

Предлагаются определяющие уравнения установившейся ползучести для конструкционных алюминиевых сплавов, которые при повышенных температурах наряду с разносопротивляемостью растяжению и сжатию обладают существенной анизотропией.

Ключевые слова: алюминиевые сплавы, ползучесть, разносопротивляемость растяжению и сжатию, анизотропия.

В работе [1] приведены результаты исследований в условиях ползучести при постоянных напряжениях на растяжение, сжатие и кручение образцов из современных конструкционных алюминиевых сплавов. На основе проведенных экспериментов выявлены существенная анизотропия и разносопротивляемость растяжению и сжатию материалов этих образцов.

В настоящее время существует ряд подходов к описанию процессов ползучести изотропных сред с различными свойствами при растяжении и сжатии [2–7]. Эти подходы основаны на введении в потенциал ползучести помимо второго инварианта девиатора напряжений третьего или первого инварианта тензора напряжений. При этом потенциал ползучести, как правило, является однородной функцией степени n (n — показатель ползучести). Использовались также непотенциальные связи между напряжениями и скоростями деформаций ползучести [2].

Подобные подходы разработаны для анизотропных сред с различными свойствами при растяжении и сжатии, для которых предполагается существование потенциала ползучести, также являющегося однородной степени n функцией, зависящей от инвариантов тензора напряжений и тензоров анизотропии [2, 3].

Однако приведенные в [1] экспериментальные данные для алюминиевых сплавов свидетельствуют о том, что гипотеза существования показателя ползучести n, одного и того же при растяжении и сжатии, справедлива не всегда.

Целью данной работы является построение определяющих уравнений для анизотропных (в частности, ортотропных) материалов, у которых показатели ползучести при растяжении и сжатии в одном и том же направлении в общем случае различаются.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-01-00522).

Заметим, что в [7] построены и использованы при решении задачи о кручении квадратной алюминиевой пластины определяющие уравнения для изотропных материалов, у которых $n_+ \neq n_-$ (n_+, n_- — показатели ползучести при растяжении и сжатии соответственно). Полученные расчетные зависимости кривизны пластины от времени хорошо согласуются с экспериментальными данными.

1. Уравнения ползучести ортотропных материалов с одинаковыми свойствами при растяжении и сжатии. В данном случае зависимости между напряжениями σ_{ij} и скоростями деформаций η_{ij} имеют вид [8]

$$\eta_{ij} = \frac{\partial \Phi(T)}{\partial \sigma_{ij}}, \qquad T = a_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}, \qquad \Phi(T) = T^{(n+1)/2}, \tag{1}$$

где a_{ijkl} — компоненты тензора анизотропии; Φ — потенциал ползучести; n — показатель ползучести; по повторяющимся индексам проводится суммирование от 1 до 3. Вследствие симметрии тензора напряжений можно считать, что $a_{ijkl} = a_{jikl} = a_{ijlk} = a_{klij}$.

Если рассматривать ортотропную среду в системе координат, связанной с главными направлениями анизотропии, то (1) можно записать в виде

$$\begin{gathered}
\eta_{11} = (n+1)T^{(n-1)/2}(a_{1111}\sigma_{11} + a_{1122}\sigma_{22} + a_{1133}\sigma_{33}),\\
\eta_{22} = (n+1)T^{(n-1)/2}(a_{2211}\sigma_{11} + a_{2222}\sigma_{22} + a_{2233}\sigma_{33}),\\
\eta_{33} = (n+1)T^{(n-1)/2}(a_{3311}\sigma_{11} + a_{3322}\sigma_{22} + a_{3333}\sigma_{33}),\\
\eta_{12} = 2(n+1)T^{(n-1)/2}a_{1212}\sigma_{12}, \qquad \eta_{13} = 2(n+1)T^{(n-1)/2}a_{1313}\sigma_{13}, \qquad (2)\\
\eta_{23} = 2(n+1)T^{(n-1)/2}a_{2323}\sigma_{23},
\end{gathered}$$

$$T = a_{1111}\sigma_{11}^2 + a_{2222}\sigma_{22}^2 + a_{3333}\sigma_{33}^2 + 2a_{1122}\sigma_{11}\sigma_{22} + 2a_{1133}\sigma_{11}\sigma_{33} + {} \\ + 2a_{2233}\sigma_{22}\sigma_{33} + 4a_{1212}\sigma_{12}^2 + 4a_{1313}\sigma_{13}^2 + 4a_{2323}\sigma_{23}^2.$$

Компоненты тензора анизотропии a_{ijkl} определяются с помощью экспериментальных данных следующим образом. Предположим, что при одноосном напряженном состоянии, когда $\sigma_{11} \neq 0$, а остальные напряжения $\sigma_{kl} = 0$, можно измерить все компоненты тензора скоростей деформаций ($\eta_{11}, \eta_{22}, \eta_{33}$). Аналогичные измерения выполним при $\sigma_{22} \neq 0$ и при $\sigma_{33} \neq 0$. Тогда из (2) следует:

1) при $\sigma_{11} \neq 0$, $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$

$$\eta_{11} = (n+1)a_{1111}^{(n+1)/2}\sigma_{11}^n, \quad \eta_{22} = (n+1)a_{1111}^{(n-1)/2}a_{1122}\sigma_{11}^n, \quad \eta_{33} = (n+1)a_{1111}^{(n-1)/2}a_{1133}\sigma_{11}^n$$

(отсюда при известных η_{11}, η_{22}, η_{33} находим a_{1111}, a_{1122}, a_{1133});

2) при $\sigma_{22} \neq 0$, $\sigma_{11} = \sigma_{33} = 0$

$$\eta_{11} = (n+1)a_{2222}^{(n-1)/2}a_{1122}\sigma_{22}^n, \quad \eta_{22} = (n+1)a_{2222}^{(n+1)/2}\sigma_{22}^n, \quad \eta_{33} = (n+1)a_{2222}^{(n-1)/2}a_{2233}\sigma_{22}^n$$

(отсюда находим a_{2222}, a_{2233});

3) при $\sigma_{33} \neq 0$, $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$

$$\eta_{11} = (n+1)a_{3333}^{(n-1)/2}a_{1133}\sigma_{33}^n$$

(отсюда находим a_{3333}).

Компоненты a_{1212}, a_{1313}, a_{2323} определяются с использованием (2) и экспериментальных данных, полученных при сдвиге при заданных касательных напряжениях σ_{12}, σ_{13}, σ_{23} и измерении сдвиговых скоростей деформаций η_{12}, η_{13}, η_{23} соответственно.

Показатель ползучести n находится в результате обработки серии экспериментальных данных, полученных при растяжении образцов из различных материалов, например из конструкционных алюминиевых сплавов [1, 8].

2. Вариант уравнений ползучести для ортотропных материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии. Указанные выше эксперименты описаны в работе [1]. Образцы вырезались из плиты и испытывались на растяжение и сжатие с измерением трех компонент деформаций, по значениям которых определялись скорости деформаций в различные моменты времени.

Для построения определяющих уравнений ползучести ортотропных материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии проведена серия экспериментов при одноосном растяжении и одноосном сжатии во всех трех направлениях. В результате обработки экспериментальных данных определяются показатель ползучести n_+ и коэффициенты анизотропии a^+_{1111}, a^+_{1122}, a^+_{1133}, a^+_{2222}, a^+_{2233}, a^+_{3333} при растяжении по указанной выше методике. Аналогично определяются показатель ползучести n_- и коэффициенты анизотропии a^-_{1111}, a^-_{1122}, a^-_{1133}, a^-_{2222}, a^-_{2233}, a^-_{3333} при сжатии. В общем случае $a^+_{ijkl} \ne a^-_{ijkl}$ и $n_+ \ne n_-$.

Для построения определяющих уравнений ползучести необходимо задать потенциал Φ, аналогичный определенному в (1) для материалов с одинаковыми свойствами при растяжении и сжатии. Очевидно, что потенциал Φ должен зависеть от $\Phi_+ = T_+^{(n_++1)/2}$ и $\Phi_- = T_-^{(n_-+1)/2}$ ($T_+ = a^+_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}$; $T_- = a^-_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}$).

Простейшей зависимостью Φ от Φ_+ и Φ_- является зависимость

$$2\Phi = \Phi_+ + \Phi_- + (\Phi_+ - \Phi_-)\operatorname{sign} I_1, \qquad I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33},$$

т. е. $\Phi = \Phi_+$ при $I_1 > 0$ и $\Phi = \Phi_-$ при $I_1 < 0$.

Следовательно, потенциал ползучести зависит от знака первого инварианта тензора напряжений.

Заметим,что аналогичный подход использован в [9] при построении простейшего варианта разномодульной теории упругости изотропных материалов, в котором модуль сдвига в законе Гука является константой, а объемный модуль зависит от знака первого инварианта тензора напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Горев Б. В., Масанов И. Ж.** Особенности деформирования листовых конструкционных плит из алюминиевых сплавов в режимах ползучести // Технология машиностроения. 2009. № 7. С. 13–20.

2. **Цвелодуб И. Ю.** Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1991.

3. **Золочевский А. А.** Об учете разносопротивляемости в теории ползучести изотропных и анизотропных материалов // ПМТФ. 1982. № 4. С. 140–144.

4. **Ярушина В. М.** К моделированию ползучести разносопротивляющихся материалов // Докл. АН. 2005. Т. 403, № 2. С. 198–200.

5. **Коробейников С. Н., Олейников А. И., Горев Б. В., Бормотин К. С.** Математическое моделирование процессов ползучести металлических изделий из материалов, имеющих разные свойства при растяжении и сжатии // Вычисл. методы и программирование. 2008. Т. 9, № 2. С. 160–179.

6. **Олейников А. И.** Интегрированное проектирование процессов изготовления монолитных панелей / А. И. Олейников, А. И. Пекарш. М.: Эком, 2009.
7. **Банщикова И. А., Горев Б. В., Цвелодуб И. Ю.** О ползучести пластин из алюминиевых сплавов при изгибе // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 5. С. 156–159.
8. **Соснин О. В.** Об анизотропной ползучести материалов // ПМТФ. 1965. № 6. С. 99–104.
9. **Цвелодуб И. Ю.** О разномодульной теории упругости // ПМТФ. 2008. Т. 49, № 1. С. 157–164.

Поступила в редакцию 23/XII 2011 г.,
в окончательном варианте — 1/II 2012 г.