6. R. H. Warnes. J. Appl. Phys., 1967, v. 38, 12, 4629.
7. P. W. Bridgmen. Phys. Rev., 1935, 48, 8923.
8. P. J. Thouveninm. J. de Phys., 1966, 27, 3—4, 183.
9. J. F. Heyda. Symp. High Dynamic Pressure. Paris, Sept. 1967.

УДК 534.222.2

ВНУТРЕННИЙ ОТКОЛ В ТОНКИХ ОБОЛОЧКАХ ПРИ ВЗРЫВЕ НА ИХ ПОВЕРХНОСТИ СЛОЯ ВВ

В. П. Андреев, Н. М. Когдов

(Москва)

Решается задача определения толщины и скорости отколовшегося слоя внутренней поверхности оболочки при действии импульсивной нагрузки от взрыва слоя взрывчатого вещества на ее внешней поверхности. Указанное явление исследовалось экспериментально в работах [1—3], однако теоретическое исследование данного явления в литературе не встречается.

Детонационная волна предполагается нормальной, и в решении используются известные законы движения детонационной волны и продуктов взрыва (ПВ) за детонационной волной.

Задача решается в линейной постановке (без учета боковых разгрузок) и в акустическом приближении с использованием степенного уравнения состояния

$$p = B\rho^m, \tag{1}$$

где p — давление в продуктах взрыва; ρ — плотность продуктов взрыва, а постоянные B и m подбираются из эксперимента. Используя условия Жуге $u+c=D$ и условия сохранения массы и импульса, можно получить на детонационной волне соотношения:

$$\begin{aligned} u_{01} &= \frac{1}{m+1} D, \\ c_{01} &= \frac{m}{m+1} D, \\ \rho_{01} &= \frac{m+1}{m} \rho_{00}, \\ p_{01} &= \frac{1}{m+1} \rho_{00} D^2, \end{aligned} \tag{2}$$

где D — скорость детонационной волны; ρ_{00} — плотность ВВ; u_{01}, c_{01}, ρ_{01}, p_{01} — массовая скорость, скорость звука, плотность и давление во фронте детонационной волны соответственно. Уравнение состояния (1) при этом примет вид

$$p = \frac{m^m}{(m+1)^{m+1}} \frac{D^2}{\rho_{00}^{m-1}} \rho_m.$$

Рассмотрим, как ведут себя характеристики и инварианты Римана в области ПВ (область I на рис. 1). В нашем случае

$$\left.\begin{aligned} I_+ &= u_1 + \frac{2}{m-1} c_1, \\ I_- &= u_1 - \frac{2}{m-1} c_1, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

а c_+ — характеристика, задаваемая уравнением

$$\left.\frac{dx}{dt}\right|_{c_+} = u_{01} + c_{01} = D,$$

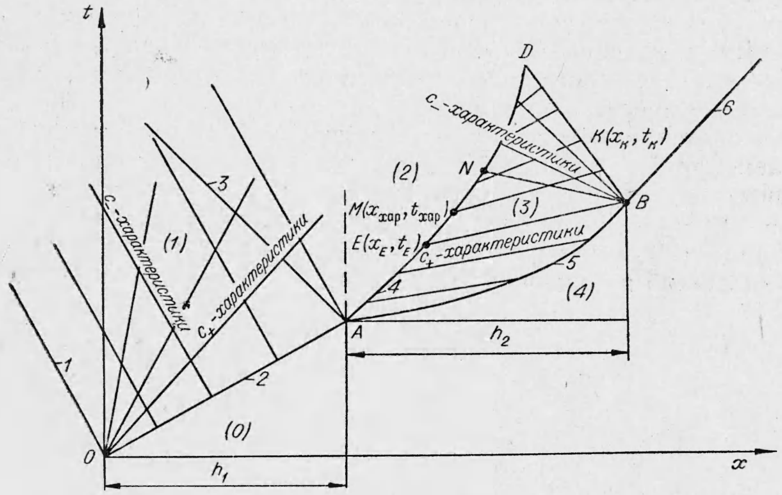

Рис. 1. $x - t$-диаграмма процесса движения в ВВ и оболочке.

1 — фронт разлета ПВ в вакуум; 2 — фронт детонационной волны; 3 — фронт ударной волны в ПВ; 4 — граница раздела вещества оболочки и ПВ; 5 — ударная волна в веществе оболочки; 6 — свободная граница оболочки.

являясь прямой, совпадает с фронтом детонационной волны. На границе разлетающихся продуктов взрыва $c_1 = 0$ и, согласно (3),

$$I_+ = I_- = \text{const}.$$

Это говорит о том, что крайняя c_+-характеристика будет совпадать с границей разлетающихся продуктов взрыва и задаваться уравнением

$$x = u_{\text{раз}}\, t.$$

Таким образом, c_+-характеристики образуют в точке 0 (см. рис. 1) веер прямых, на которых I_+ изменяется от значения $i_+ = \frac{3m-1}{(m+1)(m-1)} D$ до значения $u_{\text{разл}}$, т. е. можно записать

$$u_1 + c_1 = \frac{x}{t}. \tag{4}$$

На детонационной волне, согласно (2) и (3),

$$I_- = u_1 - \frac{2}{m-1} c_1 = -\frac{1}{m-1} D. \tag{5}$$

Соотношения (4) и (5) позволяют определить значения массовой скорости и скорости звука в области (1):

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \frac{2}{m+1}\,\frac{x}{t} - \frac{1}{m+1}D, \\ c_1 &= \frac{m-1}{m+1}\,\frac{x}{t} + \frac{1}{m+1}\,D. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

После выхода детонационной волны на границу с веществом оболочки от границы раздела пойдут ударные волны в вещество оболочки и продукты взрыва. Поскольку ударная волна в ПВ движется по разлетающимся продуктам взрыва, то давление и скорость звука за ней будут падать. Возмущение, двигаясь со скоростью $u+c>D_{3,4}$, где $D_{3,4}$ — скорость фронта ударной волны в оболочке, будет догонять фронт волны и приводить к его затуханию. В результате этого ударная волна в оболочке будет двигаться замедленно.

Решается задача путем двух приближений. В первом приближении считаем, что ВВ бесконечной толщины, и расчет ведем для «ступеньки». Неизвестные массовые скорости и скорости звука в областях (2) и (3) (см. рис. 1) u_2, c_2, u_3, c_3 определим из условия сохранения инвариантов Римана при переходе через ударные волны и из условий равенства массовых скоростей и давлений на границе раздела областей. Тогда

$$c_2 = \frac{3m-1}{2(m+1)}D - \frac{m-1}{2}\,u_3;$$

$$c_3 = c_0 + \frac{n-1}{2}\,u_3;$$

$$u_2 = \frac{\dfrac{3m+1}{2m}\,\rho_{00}D + \rho_0 c_0}{\dfrac{n+1}{2}\,\rho_0 - \dfrac{(m+1)^2}{2m}\,\rho_{00}} +$$

$$+ \left\{\left[\frac{\dfrac{3m+1}{2m}\,\rho_{00}D + \rho_0 c_0}{\dfrac{n+1}{2}\,\rho_0 - \dfrac{(m+1)^2}{2m}\,\rho_{00}}\right]^2 + \frac{\dfrac{9m+1}{4m(m+1)}\,\rho_{00}D^2}{\dfrac{n+1}{4}\,\rho_0 - \dfrac{(m+1)^2}{4m}\,\rho_{00}}\right\}^{1/2},$$

где n — показатель степени в степенном уравнении состояния вещества оболочки вида $p = A\rho^n + B$.

Из условия акустического приближения

$$D_{1,2} = \frac{5m-3}{4(m+1)}D + \frac{m+1}{4}\,u_3,$$

$$D_{3,4} = c_0 + \frac{n+1}{4}\,u_3,$$

где $D_{1,2}$ — скорость ударной волны, идущей в ПВ; $D_{3,4}$ — скорость ударной волны в оболочке.

Перейдем к вычислению поправки на разлет продуктов взрыва за детонационной волной. Для этого в каждой области движения разложим функции скоростей в ряд Тейлора, ограничиваясь малыми первого порядка, т. е. представим их в виде:

$$
\begin{aligned}
\bar{u}_i &= u_i + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i \Delta x + \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_i \Delta t, \\
\bar{c}_i &= c_i + \left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_i \Delta x + \left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_i \Delta t,
\end{aligned}
\tag{7}
$$

где $i=2, 3$ — индекс области.

Для нахождения неизвестных $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i$, $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_i$, $\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_i$, $\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_i$ можно записать алгебраическую систему восьми уравнений, причем подобные величины в области (*1*) определяем, линеаризуя выражения (6) так, чтобы скорости совпадали при $x=0$, $t=\frac{h_1}{D}$ и $x=h_1$, где h_1 — толщина слоя ВВ, прилегающего к оболочке толщиной h_2.

$$
\begin{aligned}
&\frac{2}{m-1}\left[\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_2 + u_3\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_2\right] + c_2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_2 = 0, \\
&\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_2 + u_3\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_2 + \frac{2}{m-1}c_2\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_2 = 0; \\
&\frac{2}{n-1}\left[\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_3 + u_3\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_3\right] + c_3\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_3 = 0, \\
&\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_3 + u_3\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_3 + \frac{2}{n-1}c_3\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_3 = 0, \\
&\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_2 + u_3\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_2 = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_3 + u_3\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_3,
\end{aligned}
\tag{8}
$$

$$
\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_2 + u_3\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_2 = \frac{(m-1)\left(\frac{3m-1}{2(m+1)}D - \frac{m-1}{2}u_3\right)\left(c_0 + \frac{n-1}{2}u_3\right)}{m(n-1)u_3\left(c_0 + \frac{n-3}{4}u_3\right)} \times
$$

$$
\times\left[\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_3 + u_3\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_3\right],
$$

$$
\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_2 + D_{1,2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_2 + \frac{2}{m-1}\left[\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_2 + D_{1,2}\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_2\right] = \frac{4}{m+1}\cdot\frac{D}{h_1}D_{1,2},
$$

$$
\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_3 + D_{3,4}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_3 - \frac{2}{n-1}\left[\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_3 + D_{3,4}\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_3\right] = 0.
$$

Первые четыре уравнения системы (8) есть уравнения движения в областях (*2*) и (*3*), записанные для степенного уравнения состояния. Остальные уравнения получены дифференцированием условий равенства массовых скоростей и давлений на границе раздела областей и условий сохранения инвариантов Римана при переходе через ударные волны.

Решив систему (8), получим следующие значения для производных в области (*3*):

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_3 &= \frac{2}{n-1}\frac{a}{h_1}, \\
\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_3 &= -\frac{2D_{3,4}}{n-1}\frac{a}{h_1}, \\
\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_3 &= \frac{a}{h_1},
\end{aligned}
\tag{9}
$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_3 = -\frac{a}{h_1} D_{3,4},$$

где a задается формулой

$$a = \frac{2m(n-1) D u_3 D_{1,2} c_2 (D_{3,4} - u_3)}{(m+1) c_3 (c_2 - D_{1,2} + u_3) [c_2 c_3 + m u_3 (D_{3,4} - u_3)]}.$$

На основании (7) и (9) можно записать значения массовой скорости и скорости звука в веществе оболочки с учетом разгрузки от разлетающихся продуктов взрыва:

$$\begin{aligned} \bar{u}_3 &= u_3 + \frac{2}{n-1}\frac{a}{h_1}\left[x - h_1 - \left(c_0 + \frac{n+1}{2} u_3\right)\left(t - \frac{h_1}{D}\right)\right], \\ \bar{c}_3 &= c_0 + \frac{n-1}{2} u_3 + \frac{a}{h_1}\left[x - h_1 - \left(c_0 + \frac{n+1}{2} u_3\right)\left(t - \frac{h_1}{D}\right)\right]. \end{aligned} \qquad (10)$$

Выражения (10) позволяют найти закон движения границы раздела ПВ — вещество оболочки и значения массовой скорости и скорости звука на этой границе.

Проинтегрировав уравнение

$$\frac{dx_{\text{ПВ}}}{dt} = u_3 + \frac{2}{n-1}\frac{a}{h_1}\left[x_{\text{ПВ}} - h_1 - \left(c_0 + \frac{n+1}{2} u_3\right)\left(t - \frac{h_1}{D}\right)\right]$$

при начальных условиях $t = \frac{h_1}{D}$, $x = h_1$ и ограничиваясь в разложении малыми второго порядка, получим следующий закон движения границы:

$$x_{\text{ПВ}} = h_1 + u_3\left(t - \frac{h_1}{D}\right) - \frac{1}{n-1}\frac{a}{h_1}\left(c_0 + \frac{n-1}{2} u_3\right)\left(t - \frac{h_1}{D}\right)^2.$$

При этом массовая скорость и скорость звука на границе примут вид:

$$\begin{aligned} u_{\text{гр}} &= u_3 - \frac{2}{n-1}\frac{a}{h_1}\left(c_0 + \frac{n-1}{2} u_3\right)\left(t - \frac{h_1}{D}\right), \\ c_{\text{гр}} &= c_0 + \frac{n-1}{2} u_3 - \frac{a}{h_1}\left(c_0 + \frac{n-1}{2} u_3\right)\left(t - \frac{h_1}{D}\right). \end{aligned}$$

Дойдя до свободной границы, ударная волна отразится от нее, и в оболочку пойдет волна разрежения. В точке B (точка выхода ударной волны на свободную поверхность, см. рис. 1) возникает веер c_--характеристик волны разрежения, на которых u и c начинают уменьшаться. Поскольку вещество оболочки обладает прочностью на разрыв, то откол возникнет не в точке B, а в некоторой точке K (x_K, t_K), лежащей на крайней c_--характеристике веера. Таким образом, задача свелась к определению координат точки K. Прежде всего определим скорость движения свободной границы после выхода ударной волны на ее поверхность. Из системы уравнений

$$u_E = u_{\text{гр}}(t_E),$$

$$c_E = c_{\text{гр}}(t_E) = c_0 + \frac{n-1}{2} u_E,$$

$$x_E = \int_0^{t_E} u_{\text{гр}}(t)\, dt,$$

$$x_E - h = (u + c_E)(t_E - t_B) \quad (h = h_1 + h_2),$$

$$h_2 = \int_{t_1}^{t_B} D_{3,4}(t)\, dt,$$

в которой четвертое уравнение есть уравнение c_+-характеристики, проходящей через точки E и B (см. рис. 1), определяем массовую скорость в точке E. Скорость в точке B равна удвоенной массовой скорости в точке E [2].

Используя условия сохранения инвариантов Римана при переходе через ударные волны, уравнение крайней c_--характеристики веера волны разрежения и c_+-характеристики, проходящей через точку K, получим систему уравнений для определения координат точки K:

$$\begin{gathered}
u_k - \frac{2}{n-1} c_K = 2u_E - \frac{2}{n-1} c_0, \\
u_k + \frac{2}{n-1} c_K = u_{\text{хар}} + \frac{2}{n-1} c_{\text{хар}}, \\
u_{\text{хар}} - \frac{2}{n-1} c_{\text{хар}} = -\frac{2}{n-1} c_0, \\
u_{\text{хар}} = u_{\text{гр}}(t_{\text{хар}}), \\
x_{\text{хар}} = \int_{t_1}^{t_{\text{хар}}} u_{\text{гр}}(t)\, dt, \\
x_K - h = (2u_E - c_0)(t_K - t_B), \\
x_K - x_{\text{хар}} = (u_{\text{хар}} + c_{\text{хар}})(t_K - t_{\text{хар}}).
\end{gathered} \tag{11}$$

Из системы (11) найдем неизвестные координаты точки K (x_K, t_K), в которой произойдет откол. Знание координат этой точки позволяет определить глубину выколовшегося слоя и толщину откола, для которых получаются следующие формулы:

$$\Delta h_{\text{г}} = h - x_K =$$

$$= h \frac{\sigma_{\text{кр}} a_3 \left(a \frac{h_2}{h_1}\right)^3 + a_2 \left(a \frac{h_2}{h_1}\right)^2 + a_1 \left(a \frac{h_2}{h_1}\right) + a_0}{\rho_0 a \frac{h_2}{h_1} D_{3,4} \left(c_0 + \frac{n-1}{2} u_3\right) \left[b_2 \left(a \frac{h_2}{h_1}\right)^2 + b_1 \left(a \frac{h_2}{h_1}\right) + b_0\right]},$$

$$\Delta h_{\text{отк}} = h + 2u_{E t_k} - x_K =$$

$$= \frac{\Delta h_{\text{г}} c_0 \left(D_{3,4} + \frac{n+1}{n-1} a \frac{h^2}{h_1}\right)}{D_{3,4}(c_0 - 2u_3) + (c_0 - u_3) \frac{n+1}{n-1} a \frac{h_2}{h_1}},$$

где

$$a_3 = \frac{(n+1)^3}{2(n-1)^2} \left(c_0 + \frac{n-1}{2} u_3\right)(c_0 - u_3);$$

$$a_2 = \frac{(n+1)^2}{2(n-1)} D_{3,4} \left[\left(c_0 + \frac{n-1}{2} u_3\right)(c_0 - 2u_3) + \right.$$

$$\left. + 2\left(c_0 + \frac{n-2}{4} u_3\right)(c_0 - u_3) - \frac{n+1}{2} \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\rho_0}\right];$$

$$a_1 = \frac{n+1}{2} D_{3,4}^2 \left[2\left(c_0 + \frac{n-2}{4} u_3\right)(c_0 - 2u_3) + \right.$$

$$+\left(c_0 + \frac{n-1}{2}\,u_3\right)(c_0 - u_3) - \frac{3(n+1)}{4}\,\frac{\sigma_{кр}}{\rho_0}\Bigg];$$

$$a_0 = \frac{n-1}{2}\,D_{3,4}^3\left[\left(c_0 + \frac{n-1}{2}\,u_3\right)(c_0 - 2\,u_3) - \frac{n+1}{4}\,\frac{\sigma_{кр}}{\rho_0}\right];$$

$$b_2 = \frac{(n+1)^2}{(n-1)^2}\left[\left(2\,c_0 + \frac{n-4}{2}\,u_3\right)(c_0 - u_3) - \frac{n+1}{4}\,\frac{\sigma_{кр}}{\rho_0}\right];$$

$$b_1 = \frac{n+1}{n-1}D_{3,4}\Bigg[\left(2\,c_0 + \frac{n-3}{2}\,u_3\right)(c_0 - 2\,u_3) +$$

$$+\left(2\,c_0 + \frac{n-4}{2}\,u_3\right)(c_0 - 2\,u_3) - \frac{5(n+1)}{4}\,\frac{\sigma_{кр}}{\rho_0}\Bigg];$$

$$b_0 = D_{3,4}^2\left[\left(2\,c_0 + \frac{n-3}{2}\,u_3\right)(c_0 - 2\,u_3) - \frac{n+1}{2}\,\frac{\sigma_{кр}}{\rho_0}\right].$$

Постоянная $\sigma_{кр}$, входящая в коэффициенты, есть максимальное динамическое напряжение вещества оболочки на разрыв. Отколовшийся слой будет двигаться со скоростью, равной скорости движения свободной границы, определяемой формулой

$$u = 2\,u_E,$$

а массовая скорость вещества оболочки на вновь образовавшейся свободной границе после откола будет определяться соотношением

$$u_K = 2\,u_E - \frac{\sigma_{кр}}{\rho_0\,(c_0 - 2\,u_E)}.$$

Толщины последующих отколовшихся слоев и скорости их движения, если они будут наблюдаться, рассчитываются по аналогии с первым отколовшимся слоем.

Для качественной проверки изложенной методики были проведены расчеты толщины отколовшегося слоя и скоростей его полета для же-

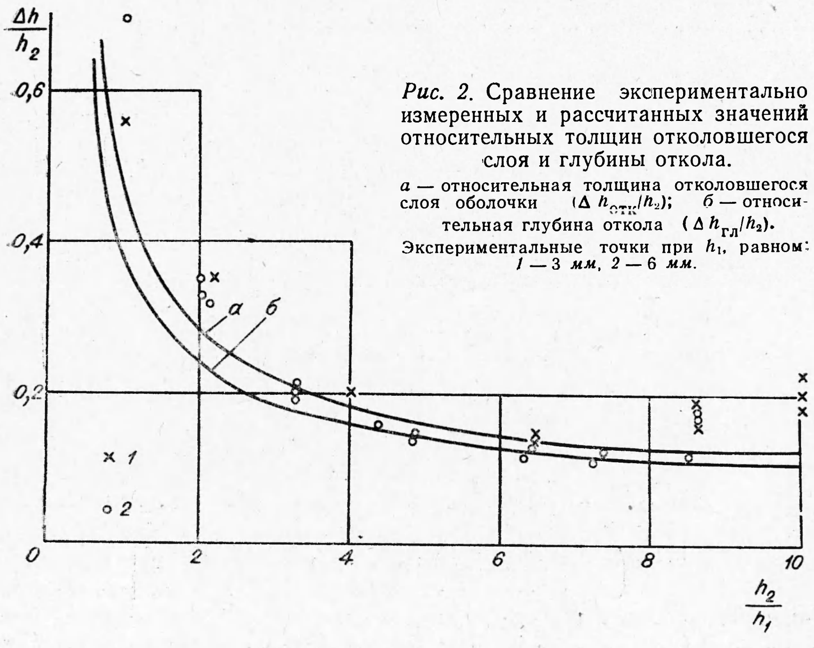

Рис. 2. Сравнение экспериментально измеренных и рассчитанных значений относительных толщин отколовшегося слоя и глубины откола.

а — относительная толщина отколовшегося слоя оболочки ($\Delta h_{отк}/h_2$); *б* — относительная глубина откола ($\Delta h_{гл}/h_2$). Экспериментальные точки при h_1, равном: *1* — 3 *мм*, *2* — 6 *мм*.

лезной оболочки различной толщины при взрыве на ее поверхности слоя тротила толщиной 3 и 6 *мм*. Исходные данные для расчетов принимались следующими [2—4]: $c_0=3{,}8$ *км/сек*, $n=5{,}32$, $\rho_0=7{,}85$ *г/см*, $\rho_{00}=1$ *г/см*^{3}, $D=4{,}7$ *км/сек*, $\sigma_{кр}=61600$ *кГ/см*^{2}.

Результаты одного расчета приведены на рис. 2, 3. На рис. 2 нанесены также экспериментальные точки, взятые из [1].

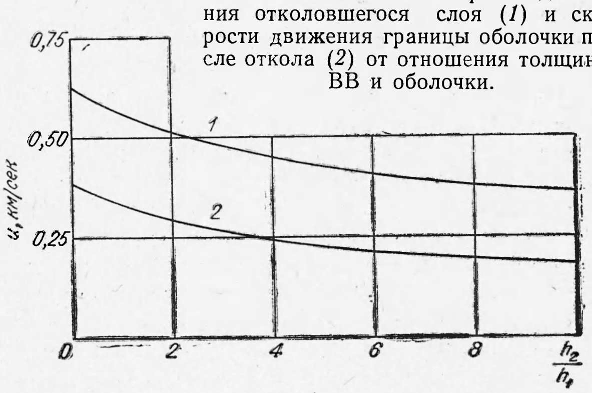

Рис. 3. Зависимость скорости движения отколовшегося слоя (*1*) и скорости движения границы оболочки после откола (*2*) от отношения толщины ВВ и оболочки.

Некоторое отличие расчетных и экспериментальных значений можно объяснить как приближенностью полученного решения, так и отсутствием в [1] данных по веществу оболочки и параметрам ВВ.

В заключение считаем своим долгом указать, что подобный подход к решению задач данного класса, основанный на применении инвариантов Римана, был разработан Е. И. Забабахиным, которому авторы выражают свою признательность.

Поступила в редакцию
10/I 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. С. Райнхарт, Д. Пирсон. Поведение металлов при импульсных нагрузках. М., ИЛ, 1958.
2. Л. В. Альтшулер, К. К. Крупников и др. ЖЭТФ, 1958, 34, 4.
3. Л. П. Орленко. Поведение материалов при интенсивных нагрузках. М., Машиностроение, 1964.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1953.

УДК 662.215.25+534.222.2

РАБОТА ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ ПРИ ВЗРЫВЕ НА ВЫБРОС

А. Н. Ромашов, В. Ф. Евменов

(Москва)

Взрыв в безграничной среде обладает центральной симметрией. В окружающей среде в результате взрыва возникает движение, которое распространяется в виде волны сжатия и происходит в основном за счет некоторого импульса, сообщенного на начальных стадиях расширения продуктов детонации. В заключительных стадиях развития котловой полости продукты взрыва не играют существенной роли и среда движется