

УДК 536. 24.01

Теплоперенос в ламинарно-волновых стекающих пленках жидкости

Актершев С. П.

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: sergey-aktershev@mail.ru

Численным методом исследуется теплоперенос в ламинарно-волновой пленке жидкости, стекающей по нагреваемой подложке. Для описания волнового течения пленки применена интегральная модель. Результаты расчетов демонстрируют влияние физических свойств жидкости и параметров волнового течения на интенсификацию теплопереноса стационарно бегущими волнами.

Ключевые слова: стекающая пленка жидкости, волны, теплоперенос.

ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное изучение свободно стекающих тонких пленок жидкости связано с их широким использованием в технике. В большинстве имеющих большое значение случаев течение пленки неустойчиво и на поверхности жидкости развиваются волны. Известно, что даже при ламинарном течении наличие волн на поверхности пленки существенно интенсифицирует теплоперенос. Так, например, в экспериментах [1] показано, что за счет волн на поверхности пленки конденсата коэффициент теплообмена может возрасти на 80 %. Однако проблемы гидродинамики и теплопереноса волновых течений пленок достаточно сложны и остаются мало изученными как в экспериментальном, так и в теоретическом плане. Сложность экспериментальных исследований связана с необходимостью измерений меняющихся во времени профилей скорости и температуры в тонких слоях движущейся жидкости. Трудности теоретического описания таких течений обусловлены нелинейностью уравнений с граничными условиями на свободной поверхности, которую необходимо определить в процессе решения. Численное моделирование — самый подходящий метод решения этих проблем, поэтому наиболее значимые результаты по гидродинамике волновых течений пленки получены численными методами. Численному моделированию теплопереноса при волновом течении пленки посвящено сравнительно небольшое число работ. В исследованиях [1–3] для замыкания модели использовались эмпирические соотношения, поэтому результаты расчетов имеют очень ограниченное применение. В последнее десятилетие появились работы, использующие более реалистические модели. Так, в [4–7] характеристики теплопереноса получены численным решением уравнений Навье–Стокса, уравнений неразрывности и энергии. В работах [4, 5, 6] использован конечно-разностный численный алгоритм, а в [7] — применен метод

конечных элементов. Расчеты [5, 6] проведены при $Re = 100$ для случая фиксированных температуры поверхности жидкости и температуры подложки. Интенсификация теплопереноса волнами объясняется двумя факторами — локальным утончением пленки во впадинах волн и конвективным переносом в зоне циркуляции, которая появляется для волн большой амплитуды. Расчеты [7] сделаны при $Re = 19,33$ для изотермической подложки и фиксированного коэффициента теплообмена на поверхности жидкости. В этой работе также сделан вывод о том, что конвекция вносит заметный вклад в теплоперенос.

В настоящее время в литературе отсутствует систематическое исследование влияния параметров волнового течения пленки на теплоперенос. В настоящей работе для описания волн в пленке, стекающей по нагреваемой подложке, применена интегральная модель. Основная задача исследования — выявить влияние физических свойств жидкости (чисел Прандтля, Био) и параметров волнового течения (числа Рейнольдса, длины волны) на интенсификацию теплопереноса.

УРАВНЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ПЛЕНКИ

Рассмотрим двумерное течение ламинарной пленки жидкости по однородно обогреваемой пластине под углом θ к горизонту. Введем декартову систему координат Oxy так, что ось Ox направлена вниз вдоль пластины, а ось Oy перпендикулярна пластине (см. рис. 1). Будем считать, что на пластине задана температура T_W

$$T|_{y=0} = T_W$$

или плотность теплового потока j_W

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = j_W.$$

Плотность ρ , кинематическую вязкость ν , теплопроводность λ жидкости считаем постоянными. Свободная поверхность жидкости контактирует с неподвижным газом, температура которого равна T_g . Будем считать, что теплообмен между жидкостью и газом описывается законом Ньютона с коэффициентом теплообмена b

$$-\lambda (\partial T / \partial y) \Big|_{y=h} = b(T_s - T_g).$$

Здесь T_s — температура поверхности пленки, h — толщина пленки. Возмущение поверхности пленки считаем длинноволновым. В этом случае (характерная длина возмущения $l \gg h$) можно полагать $\partial^2 / \partial x^2 \ll \partial^2 / \partial y^2$. В принятом приближении нестационарное течение жидкости в пленке описывается системой уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \cdot \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0.$$

Здесь u, v — компоненты скорости. На пластине выполняется граничное условие $u|_{y=0} = 0, v|_{y=0} = 0$, а на поверхности пленки

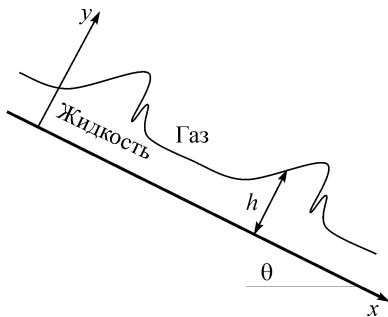


Рис. 1. Схема течения пленки на обогреваемой пластине.

($y = h$) — кинематическое

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u_s \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = v_s \quad (2)$$

и динамическое условие

$$p = p_g - \sigma \cdot \partial^2 h / \partial x^2.$$

Отсюда давление в жидкости $p = p_g + \rho g \cos \theta (h - y) - \sigma \cdot \partial^2 h / \partial x^2$.

Для дальнейшего упрощения зададим профиль скорости в пленке

$$u = (3q/2h)(2\eta - \eta^2). \quad (3)$$

Здесь $\eta = y/h$, $q(x, t)$ — мгновенный расход жидкости в пленке. При этом уравнения (1), (2) преобразуются в систему уравнений относительно толщины пленки и расхода (интегральная модель В.Я. Шкадова [8]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{6q^2}{5h} \right) &= gh \left(\sin \theta - \cos \theta \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{3vq}{h^2} + \frac{h\sigma}{\rho} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3}, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Из (3) нетрудно найти функцию тока $\psi = \int_0^y u \, dy$ и профиль поперечной компоненты скорости:

$$\psi = \frac{3q}{2} \left(\eta^2 - \frac{\eta^3}{3} \right), \quad v = \frac{3}{2} \eta^2 \left(\frac{2q}{h} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial q}{\partial x} + \eta \left(\frac{1}{3} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{q}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right). \quad (5)$$

Теплоперенос в пленке в принятом приближении описывается уравнением энергии

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (6)$$

В дальнейшем будем рассматривать волны с пространственным периодом l . Перейдем к безразмерным переменным x/l , y/h_m , h/h_m , q/q_m , t/t_m , u/u_m , v/u_m , $(T - T_g)/T_m$, оставив для всех величин прежние буквенные обозначения. Здесь q_m — масштаб расхода, по которому определяется число Рейнольдса $Re = q_m/\nu$, а также масштаб скорости $u_m = (\nu g Re^2/3)^{1/3}$ и масштаб времени $t_m = l/u_m$. В качестве линейного масштаба по оси Oy возьмем $h_m = (3\nu^2 Re/g)^{1/3}$. В случаях заданной температуры пластины положим масштаб температуры $T_m = T_W - T_g$ и заданного теплового потока на пластине — $T_m = j_W (3\nu^2/g)^{1/3} / \lambda$. В безразмерных переменных система (4) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{6q^2}{5h} \right) &= \frac{3}{Re \varepsilon} \left(h \left(\sin \theta - \varepsilon \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{q}{h^2} \right) + \varepsilon^2 We \cdot h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3}, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\varepsilon = h_m / l$ — отношение линейных масштабов по осям Oy и Ox является параметром длинноволности, $We = (3Fi / Re^5)^{1/3}$ — число Вебера, $Fi = \sigma^3 / \rho^3 g^2 v^4$ —

плочное число. Система (7) имеет тривиальное решение $h = h_e = 1 / (\sin \theta)^{1/3}$, $q = q_e = 1$, которое описывает невозмущенное (безволновое) течение пленки. Волновые режимы течения пленки получены численным решением уравнений (7). Для этого на участке счета $0 < x < 1$ задавались начальные распределения $h(x, 0)$, $q(x, 0)$ в виде возмущения малой амплитуды, наложенного на невозмущенное течение:

$$h(x, 0) = h_e + \tilde{h}(x, 0), \quad q(x, 0) = q_e + \tilde{q}(x, 0). \quad \text{Здесь} \quad \tilde{h}(x, t) = A \cdot \cos(2\pi(x - ct))e^{\beta t},$$

$\tilde{q}(x, t) = A(c \cdot \cos(2\pi(x - ct)) - (\beta / 2\pi) \sin(2\pi(x - ct)))e^{\beta t}$, A — амплитуда возмущения, β и c — инкремент и фазовая скорость волны, рассчитанные в [9] из дисперсионных соотношений для линеаризованных уравнений (4). На границах участка счета ставилось условие периодичности: $h(0, t) = h(1, t)$, $q(0, t) = q(1, t)$. В процессе счета начальное возмущение нарастало и эволюционировало в стационарно бегущую волну. После этого, используя рассчитанные профиль пленки и поле скорости в жидкости, решалось уравнение энергии.

В уравнении (6) удобнее перейти к переменным (t, ξ, η) , где $\eta = y/h$, $\xi = x - Ct$ — координата в системе отсчета, связанная со стационарно бегущей волной (C — фазовая скорость волны). При таком переходе производные преобразуются по формулам:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{x,y} = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{\xi,\eta} - C \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\eta}{h} \frac{\partial h}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \eta},$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial}{\partial \xi}\right)_\eta - \frac{\eta}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2},$$

а уравнение (6) в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (u - C) \frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{W}{h} \frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{1}{\varepsilon \text{Pr Re } h^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}. \quad (8)$$

Здесь $W = v + \eta \left(-\frac{\partial h}{\partial t} - u \frac{\partial h}{\partial x} \right) = v + \eta \left(\frac{\partial q}{\partial x} - u \frac{\partial h}{\partial x} \right)$.

С учетом (3) и (5) получаем $W = \partial q / \partial \xi \left(\eta - 3\eta^2 / 2 + \eta^3 / 2 \right)$. Уравнение (8) решалось численно с граничными условиями: на поверхности пленки $\partial T / \partial \eta|_{\eta=1} = -Bi \text{Re}^{1/3} h T$, на стенке $\partial T / \partial \eta|_{\eta=0} = -\text{Re}^{1/3} h$ (задан тепловой поток) или $T|_{\eta=0} = 1$ (задана температура). Начальное распределение температуры жидкости задавалось таким же, как при невозмущенном течении пленки: $T(0, \xi, \eta) = (1 + Bi \text{Re}^{1/3} h_e (1 - \eta)) / (1 + Bi \text{Re}^{1/3} h_e)$ (задана температура пластины) или

$T(0, \xi, \eta) = 1/Bi + \text{Re}^{1/3} h_e (1 - \eta)$ (задан тепловой поток). Здесь $Bi = b(3\nu^2/g)^{1/3}/\lambda$ — число Био.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для решения уравнений (7) на участке счета $0 < x < 1$ введем равномерную сетку с шагом $\Delta x = 1/N$, узлы которой имеют координаты $x_i = i/N$, $i = 0, 1, 2, \dots, N$. Запишем уравнения в разностном виде по неявной схеме:

$$\begin{aligned} (\bar{q}_i - q_i)/\tau &= -\overline{(\partial J/\partial x)}_i + \bar{h}_i \bar{U}_i - K_1 (\bar{q}_i/\bar{h}_i^2), \\ (\bar{h}_i - h_i)/\tau &= -\overline{(\partial q/\partial x)}_i. \end{aligned}$$

Здесь $U = K_1 \left(\sin \theta - \varepsilon \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right) + K_2 \frac{\partial^3 h}{\partial x^3}$, $J = \frac{6q^2}{5h}$, $K_1 = \frac{3}{\text{Re} \cdot \varepsilon}$, $K_2 = \varepsilon^2 \cdot \text{We}$, τ — шаг по времени, чертой сверху обозначены значения на новом временном слое, без черты — значения на старом временном слое. Преобразуем эти уравнения:

$$\bar{q}_i = \frac{q_i + \tau \left(\bar{h}_i \bar{U}_i - \overline{(\partial J/\partial x)}_i \right)}{1 + \left(\tau K_1/\bar{h}_i^2 \right)}, \quad \bar{h}_i = h_i - \tau \overline{(\partial q/\partial x)}_i. \quad (9)$$

Производные по координате аппроксимировались конечными разностями:

$$\begin{aligned} (\partial q/\partial x)_i &= \frac{q_{i+1} - q_{i-1}}{2\Delta x}, \quad (\partial h/\partial x)_i = \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\Delta x}, \quad (\partial J/\partial x)_i = \frac{6 q_{i+1}^2/h_{i+1} - q_{i-1}^2/h_{i-1}}{2 \cdot \Delta x}, \\ (\partial^3 h/\partial x^3)_i &= \frac{h_{i+2} - 2h_{i+1} + 2h_{i-1} - h_{i-2}}{2 \cdot \Delta x^3}. \end{aligned}$$

Значения \bar{q}_i , \bar{h}_i вычислялись по уравнениям (9) методом итераций (в правую часть подставлялись значения, найденные из предыдущей итерации). Для начала итераций брались значения на старом временном слое. Итерации сходятся при достаточно малом шаге по времени, который должен удовлетворять условию Куранта $\tau C/\Delta \xi < 1$. На каждом временном шаге фазовая скорость волны C вычислялась из соотношения $q_i = C h_i + \text{const}$, $i = 0, 1, 2, \dots, N$ методом наименьших квадратов. Об установлении стационарной волны свидетельствовали следующие факты: во всех узлах значения q_i и h_i в процессе счета меняются периодически, для всех узлов значения q_i , h_i связаны линейной зависимостью $q_i = C h_i + \text{const}$, в процессе дальнейшего счета величина C не меняется.

Из условия периодичности и второго уравнения (7) следует, что средняя толщина пленки $\langle h \rangle = \left(\int_0^l h dx \right) / l$ не меняется в процессе счета. Средний расход

$$\langle q \rangle = \left(\int_0^l q dx \right) / l \text{ изменяется с течением времени, причем установившийся расход } \langle q \rangle_S$$

отличается от первоначально заданного значения $\langle q \rangle|_{t=0} = 1$. Результаты расчетов

представлены с использованием установившегося значения $Re_S = \langle q \rangle_S / \nu$ (масштабами были $\langle q \rangle_S$, $h_m = (3\nu^2 Re_S / g)^{1/3}$, $u_m = (\nu g Re_S^2 / 3)^{1/3}$).

Для решения уравнения (8) на интервале $0 < \eta < 1$ введем равномерную сетку с шагом $\Delta\eta = 1/M$. Область счета представляет собой квадрат $0 < \xi < 1$, $0 < \eta < 1$, узлы сетки имеют координаты (ξ_i, η_k) , где $\eta_k = k/M$, $k = 0, 1, 2 \dots M$. Учитывая, что левая часть уравнения (8) представляет собой производную dT/dt вдоль траектории $d\xi/dt = u - C$, $d\eta/dt = W/h$, запишем уравнение теплопереноса в разностном виде

$$\left(\bar{T}_{i,k} - T_{i,k}^B\right) / \tau = (1\epsilon Pr Re)^{-1} \left(\bar{T}_{i,k+1} - 2\bar{T}_{i,k} + \bar{T}_{i,k-1}\right) / (h_i \Delta\eta)^2. \quad (10)$$

Уравнение (10) записано по неявной схеме в трехточечной форме и решалось методом прогонки по координате η . Здесь $T_{i,k}^B$ — температура в точке B , из которой траектория приходит в узел (i, k) на новом временном слое. Значение $T_{i,k}^B$ вычислялось из разложения в ряд Тэйлора в окрестности узла (i, k) :

$$T_{i,k}^B = T_{i,k} - \frac{\partial T}{\partial \xi} \Big|_{i,k} (u_{i,k} - C)\tau - \frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{i,k} \frac{W_{i,k}\tau}{h_i}.$$

Производные по координатам аппроксимировались конечными разностями против потока. На границах $\xi = 0$, $\xi = 1$ ставилось условие периодичности $\bar{T}_{0,k} = \bar{T}_{N,k}$, $k = 0, 1, 2 \dots M$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Для тестирования численного алгоритма проведено сравнение рассчитанного профиля стационарной волны с результатами расчетов [10], полученными разложением $h(x)$ в ряд Фурье. Это сравнение представлено на рис. 2, *a*, *b* для воды ($l = 36,8$ мм, $Re = 9,8$) и для водоглицериновой смеси ($l = 18,5$ мм, $Re = 7,2$). Наблюдается хорошее соответствие, в том числе и для фазовой скорости волны. Наш расчет дает значения скорости волны 263 мм/с для воды и 262,2 мм/с для водоглицериновой смеси, результаты из работы [10] — соответственно 260 и 262 мм/с.

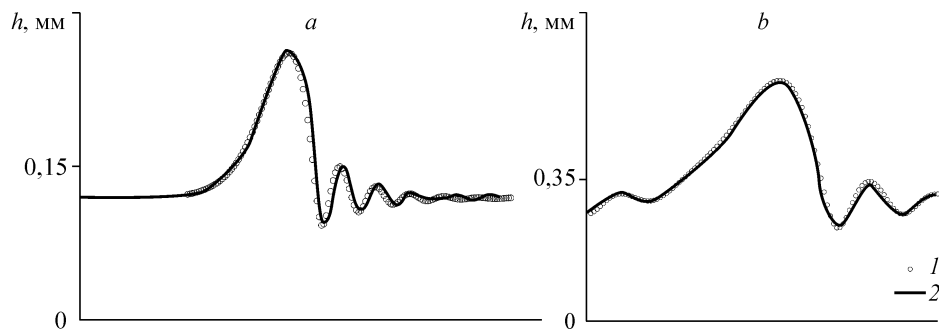


Рис. 2. Волновые профили пленки.

a — вода, $l = 36,8$ мм, $Re = 9,8$; *b* — водоглицериновая смесь, $l = 18,5$ мм; $Re = 7,2$, 1 — наш расчет, 2 — данные [10].

Ниже приведены результаты наших расчетов для вертикальной пленки воды ($Pr = 7,1$, $Fi^{1/3} = 3273$) при фиксированной температуре пластины и фиксированном тепловом потоке на пластине.

Фиксированная температура пластины

На рис. 3 показаны распределения температуры в пленке при $l = 25$ мм, $Bi = 1$ для $Re = 10$ и 33 (рис. 3, *a*, *b* соответственно). На рис. 4 *a*, *b* для указанных параметров приведены линии тока в системе отсчета, связанной с волной. Сравнивая рис. 3 и 4 можно увидеть, что с увеличением числа Рейнольдса изменяется не только профиль волны, но также форма изотерм и линий тока. Профиль волны представляет собой холм, перед которым расположена зона капиллярной ряби с осцилляциями существенно меньшей амплитуды. Для $Re = 10$ форма изотерм и линий тока качественно подобна профилю волны, хотя и несколько отличается от $h(x)$. На изотермах и линиях тока имеются основной максимум в зоне холма и осцилляции в зоне капиллярной ряби. Для $Re = 33$ ситуация качественно иная — в области холма появляется зона циркуляции (см. рис. 4, *b*). Это качественное изменение поля скорости отражается и на поле температуры. Изотермы имеют уже два максимума — на переднем и на заднем склонах холма (рис. 3, *b*). Рис. 3, 4 качественно согласуются с результатами расчетов работ [5, 6], хотя там поверхность пленки полагалась изотермической.

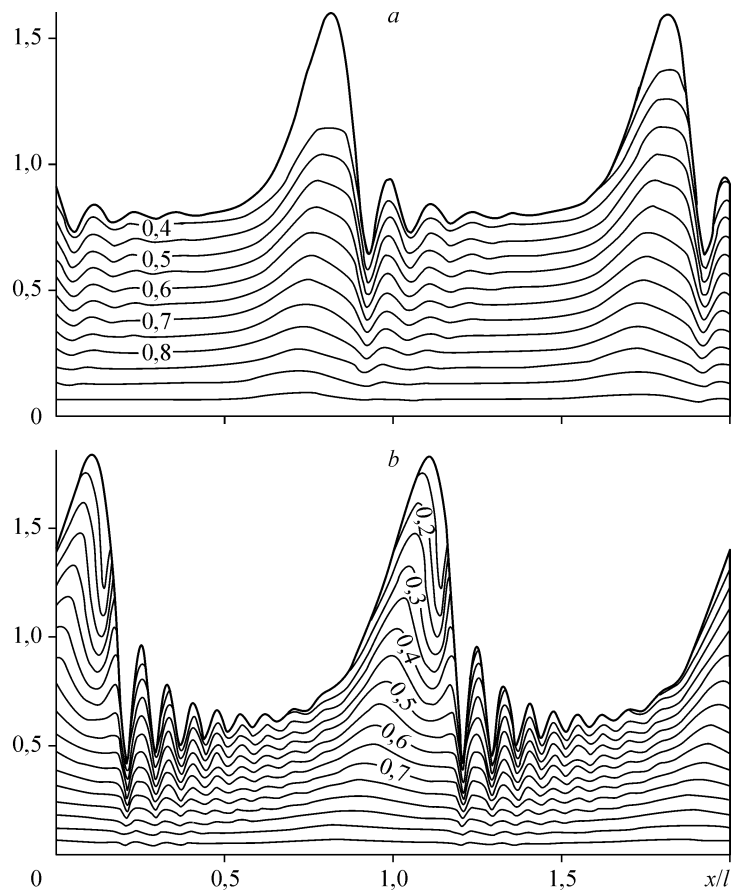


Рис. 3. Изотермы в жидкости (фиксированная температура пластины).
 $l = 25$ мм; $Bi = 1$; $Re = 10$ (*a*), 33 (*b*).

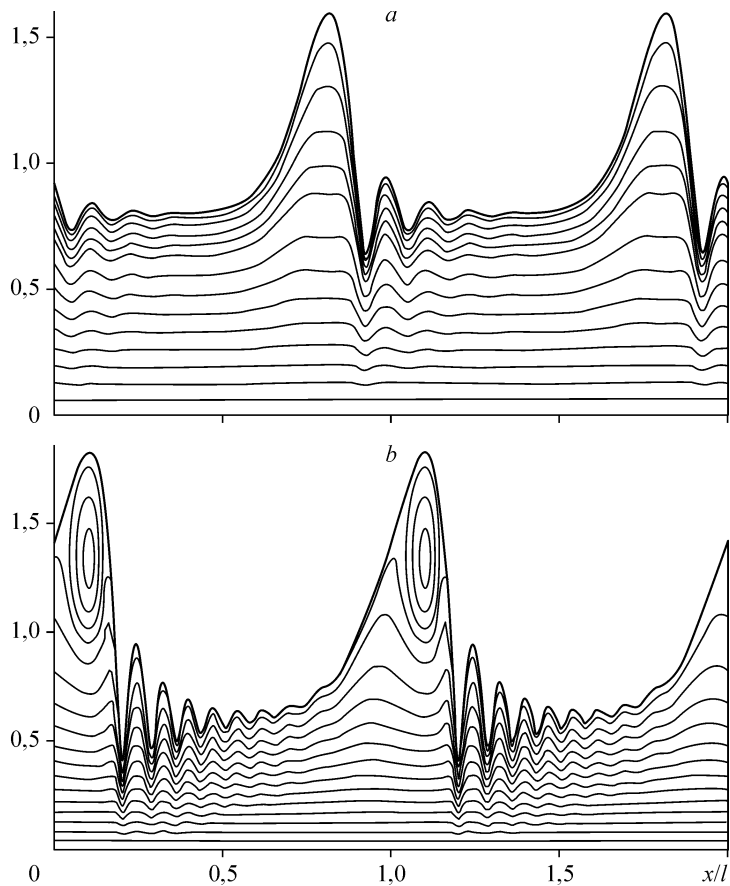
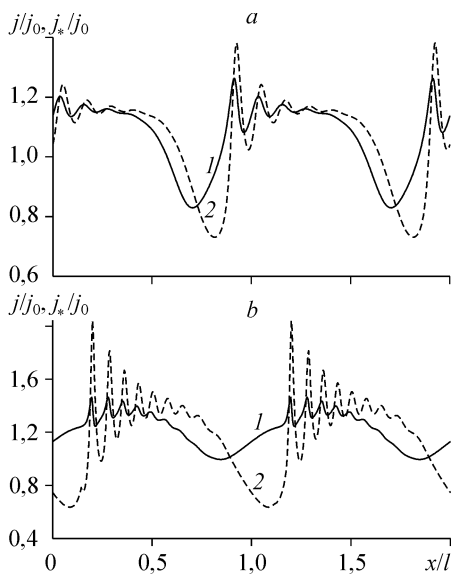


Рис. 4. Линии тока в системе отсчета, связанной с волной (фиксированная температура пластины). $l = 25$ мм; $Bi = 1$; a — $Re = 10$, b — $Re = 33$.

В случае безволнового течения пленки теплоперенос осуществляется только теплопроводностью, при этом тепловой поток равен $j_0 = \lambda(T_W - T_{s,0})/h_0$. При



волновом течении в теплопереносе участвует также конвективный механизм. В этом случае тепловой поток $j = -\lambda \partial T / \partial y|_{y=0}$ распределен на пластине уже неоднородно. На рис. 5, a , b показаны зависимости $j(x)/j_0$ (кривые 1) для тех же параметров, что на рис. 3. Кривые 1 имеют глубокий провал, соответствующий холму на профиле волны, осцилляции в зоне капиллярной ряби и плато во впадине между холмами.

Рис. 5. Распределение теплового потока на пластине.

$l = 25$ мм, $Bi = 1$; $Re = 10$ (a), 33 (b); кривые: 1 — расчетные зависимости j/j_0 , 2 — тепловой поток j_*/j_0 в отсутствии конвекции.

С увеличением Re растет высота холма, а во впадине пленка становится тоньше (см. рис. 3), поэтому тепловой поток на плато оказывается больше, чем j_0 .

Этот фактор интенсификации теплопереноса вследствие уменьшения термического сопротивления пленки обусловлен действием теплопроводности. Если бы теплоперенос осуществлялся только теплопроводностью, тогда локальный тепловой поток на пластине был бы $j_*(x) = \lambda(T_W - T_s(x))/h(x)$. На рис. 5 кривыми 2 показаны также распределения $j_*(x)/j_0$ теплового потока в отсутствие конвекции. Глубина провала и амплитуда осцилляций на кривых 1 меньше, чем на кривых 2, кроме того, провал смещен влево по сравнению с кривыми 2. Указанные отличия обусловлены конвективным переносом. Неоднородность температуры возникает на поверхности жидкости и прорастает вглубь пленки. Вследствие продольной конвекции термический слой прорастает менее глубоко, поэтому распределение теплового потока на пластине получается более однородным, чем в отсутствие конвекции. Смещение провала на кривых 1 обусловлено конвективным сносом вниз по потоку, т. к. относительно волны жидкость движется влево. С ростом Re увеличивается конвективный перенос как в продольном, так и в поперечном (особенно в зоне циркуляции) направлениях, поэтому различия кривых 1 и 2 для $Re = 33$ существенно больше, чем для $Re = 10$.

Влияние числа Прандтля на теплоперенос показано на рис. 6 кривыми j/j_0 для $Pr = 1$ и 10 (остальные свойства жидкости не менялись). С ростом Pr (т. е. с уменьшением теплопроводности) уменьшается глубина прорастания термического слоя, и распределение теплового потока на пластине становится более однородным. Как видно на рис. 6, глубина провала и амплитуда осцилляций для кривой 2 существенно меньше, чем для кривой 1.

Интенсификация теплопереноса за счет волн характеризуется величиной

$$K_T = \langle j \rangle / j_0, \text{ где } \langle j \rangle = \left(\int_0^l j(x) dx \right) / l \text{ — средний тепловой поток на пластине. Зависи-}$$

мости K_T от Pr показаны на рис. 7 для различных значений Vi . Увеличение K_T с ростом числа Прандтля в диапазоне $1 \div 10$ объясняется уменьшением провала на кривой j/j_0 . В диапазоне $10 \div 100$ конвективный перенос становится преобладающим и величина K_T слабо зависит от Pr . При увеличении Vi значения K_T существенно растут.

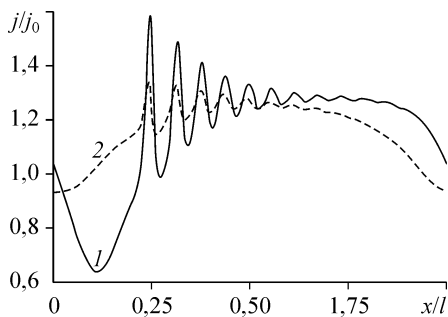


Рис. 6. Влияние Pr на распределение теплового потока на пластине.
 $l = 35$ мм, $Re = 18$, $Vi = 1$; кривые $Pr = 1$ (1), 10 (2).

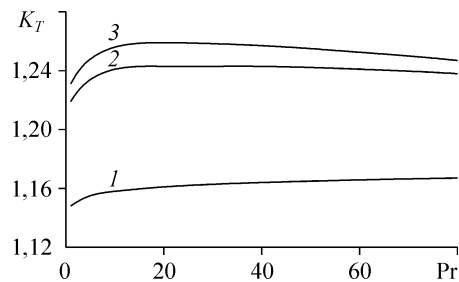


Рис. 7. Влияние Pr на интенсификацию теплопереноса.
 $l = 35$ мм, $Re = 18$; кривые $Vi = 1$ (1), 5 (2), 10 (3).

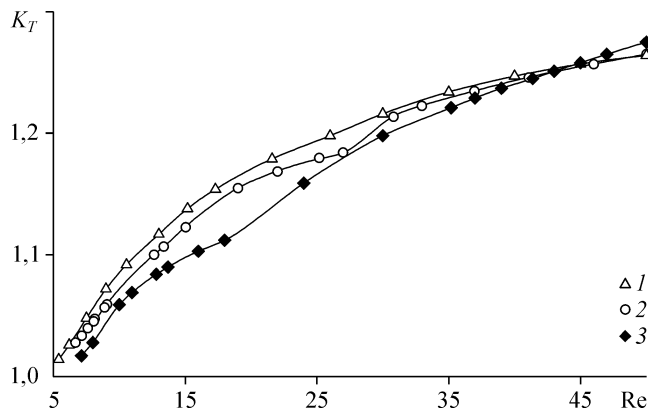


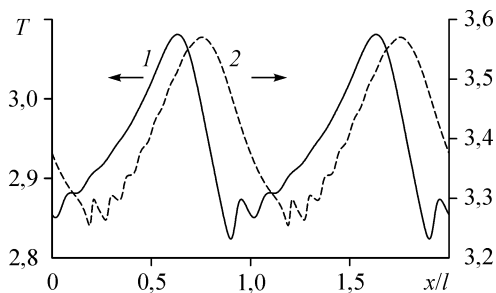
Рис. 8. Влияние длины волны на интенсификацию теплопереноса (фиксированная температура пластины).

$l = 50$ (1), 25 (2), 15 (3) мм.

Влияние длины волны на интенсификацию теплопереноса показано на рис. 8 монотонно растущими кривыми $K_T(Re)$ для волн длиной 15, 25 и 50 мм при $Bi = 1$, $Pr = 7,1$. Для всех кривых интенсификация теплопереноса становится заметной только при $Re > 5$. Наибольшие значения K_T дают длинные волны. С ростом Re различия значений K_T на кривых уменьшается. При $Re = 50$ тепловой поток на пластине за счет волн увеличивается на 26–27 %. Уменьшение наклона кривых с ростом Re обусловлено изменением профиля волны. Сначала с увеличением Re рост высоты холма сопровождается существенным утончением пленки во впадинах и, соответственно, ростом значений K_T . При дальнейшем увеличении Re толщина пленки во впадинах меняется слабо (возрастает только амплитуда капиллярной ряби), и рост кривой $K_T(Re)$ замедляется. Следует отметить, что для $l = 25$ и 15 мм на кривых имеются участки с немонотонным изменением наклона. Это объясняется тем, что на этих участках происходит формирование зоны циркуляции.

Фиксированный тепловой поток на пластине

Данное тепловое условие моделирует охлаждение стекающей пленкой жидкости элементов микроэлектронного оборудования. Для безволнового течения пленки температура пластины превышает температуру газа на величину $\Delta T_0 = j_W (h_0 / \lambda + 1/b)$. При наличии волн в пленке температура пластины становится неоднородной. Распределения $T|_{y=0}(x)$ безразмерной температуры пластины приведены на рис. 9 для тех же параметров, что на рис. 3. В отсутствие волн безразмерная температура пластины при $Re = 10$ и 33 равна 3,154 и 4,208 соответственно. Как видно



на рис. 9, вследствие интенсификации теплопереноса волнами температура во всех точках пластины уменьшается.

Рис. 9. Распределение температуры на пластине (фиксированный тепловой поток).

$l = 25$ мм; $Bi = 1$, $Pr = 7,1$; кривые: $Re = 10$ (1), 33 (2).

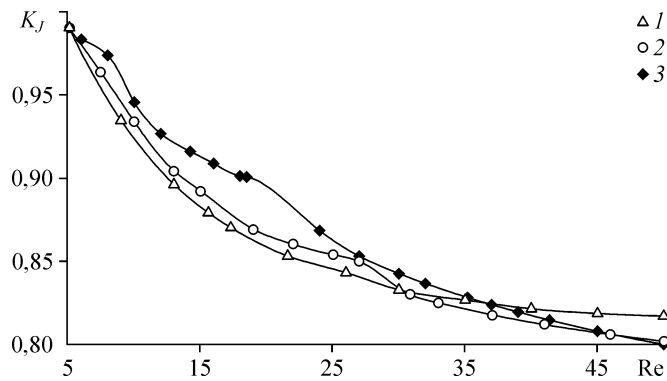


Рис. 10. Влияние длины волны на эффективность охлаждения пластины (фиксированный тепловой поток).
 $l = 50$ (1), 25 (2), 15 (3) мм.

Эффективность охлаждения за счет волн характеризуется величиной

$$K_J = \langle \Delta T \rangle / \Delta T_0, \quad \text{где } \langle \Delta T \rangle = \left(\int_0^l T|_{y=0}(x) dx \right) / l \text{ — средняя температура пластины.}$$

Влияние длины волны на эффективность охлаждения показано на рис. 10 кривыми $K_J(\text{Re})$ для волн длиной 15, 25 и 50 мм. Для всех кривых с ростом Re средняя температура пластины монотонно уменьшается. Как в случае фиксированной температуры, влияние волн становится заметным только при $\text{Re} > 5$. Длинные волны дают более эффективное охлаждение, но различия значений K_J на кривых с ростом Re уменьшаются. При $\text{Re} = 50$ средняя температура пластины за счет волн снижается на 17–20 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численным методом исследовано влияние стационарно бегущих волн на теплоперенос в стекающей пленке жидкости для случаев фиксированной температуры пластины и фиксированного теплового потока на пластине. Для описания волнового течения пленки применена интегральная модель. В исследованном диапазоне параметров проведенные расчеты позволяют сделать следующие выводы:

- применение интегральной модели к проблеме теплопереноса в стекающей пленке жидкости согласуется с результатами [5–7], полученными численным решением уравнений Навье–Стокса. В частности, интегральная модель описывает конвективный перенос в зоне циркуляции, а также влияние числа Прандтля на распределение теплового потока на пластине;

- при $\text{Re} < 10$ основной вклад в теплоперенос дает теплопроводность. Интенсификация теплопереноса, в основном, обусловлена утончением пленки во впадинах волн. С увеличением Re появляется зона циркуляции, и роль конвекции резко возрастает. Значения Re , при которых конвекция вносит существенный вклад в теплоперенос, зависят от длины волны и числа Прандтля;

- увеличение значений Pr в диапазоне 1÷10 приводит к росту интенсивности теплопереноса и более однородному распределению теплового потока на пластине. В диапазоне 10÷100 число Прандтля слабо влияет на теплоперенос;

- для длинных волн интенсивность теплопереноса больше, чем для коротких. С ростом Re влияние длины волны становится менее существенным.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

a — температуропроводность жидкости,	$K_j = \langle \Delta T \rangle / \Delta T_0$ — эффективность охлаждения пластины,
C — фазовая скорость волны,	l — длина волны,
g — ускорение свободного падения,	p — давление,
j — тепловой поток на пластине,	q — расход жидкости в пленке,
j_* — тепловой поток в отсутствии конвекции,	u, v — компоненты скорости,
h — толщина пленки,	T — температура,
h_e — невозмущенная толщина пленки,	T_w — температура пластины,
$K_T = \langle j \rangle / j_0$ — коэффициент интенсификации теплопереноса,	T_g — температура газа,
	t — время,
	x, y — координаты.

ГРЕЧЕСКИЕ СИМВОЛЫ

β — инкремент волны,	ρ — плотность жидкости,
$\varepsilon = h_m / l$ — отношение линейных масштабов,	λ — теплопроводность жидкости,
σ — поверхностное натяжение,	ξ — координата в движущейся системе отсчета,
θ — угол наклона пластины к горизонту,	η — координата,
ν — кинематическая вязкость жидкости,	τ — шаг по времени.

БЕЗРАЗМЕРНЫЕ КОМПЛЕКСЫ

$Re = q/\nu$ — число Рейнольдса,	$Fi = \sigma^3 / \rho^3 g^2 \nu^4$ — пленочное число,
$Pr = \nu/a$ — число Прандтля,	$We = (3Fi/Re)^{5/3}$ — число Вебера.

ИНДЕКСЫ

s — на поверхности пленки,	0 — при невозмущенном (безволновом) течении.
m — масштабные величины,	

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hirshburg R.I., Florschuetz L.W.** Laminar Wavy-Film Flow: Part II, Condensation and Evaporation // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1982. Vol. 104. P.459–464.
2. **Jayanti S., Hewitt G.F.** Hydrodynamics and heat transfer of wavy thin film flow // Inter. J. Heat Mass Transfer. 1997. Vol. 40. P. 179–190.
3. **Roberts R.M., Chang H.-C.** Wave-enhanced interfacial transfer // Chem. Engng. Sci. 2000. Vol. 55. P. 1127–1141.
4. **Stuhltrager E., Miyara A., Uehara H.** Flow dynamics and heat transfer of a condensate film on a vertical wall—II. Flow dynamics and heat transfer // Inter. J. Heat Mass Transfer. 1995. Vol. 38. P. 2715–2722.
5. **Miyara A.** Numerical analysis on flow dynamics and heat transfer of falling liquid films with interfacial waves // Heat Mass Transfer. 1999. Vol. 35. P. 298–306.
6. **Miyara A.** Numerical Analysis on Heat Transfer Enhancement by Waves on Falling Liquid Film // J. of Thermal Science. 2000. Vol. 9, No.3. P. 236–242.
7. **Serifi K., Malamataris N.A., Bontozoglou V.** Transient flow and heat transfer phenomena in inclined wavy film // Inter. J. Thermal Sciences. 2004. Vol. 43. P. 761–767.
8. **Шкадов В.Я.** К теории волновых течений тонкого слоя вязкой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 2. С. 20–25.
9. **Aktershev S.P., Alekseenko S.V.** Interfacial instabilities in an annular two-phase flow // Russ. J. Engng. Thermophys. 1996. Vol.6, No. 4. P. 307–320.
10. **Трифонов Ю.Я., Цвелодуб О.Ю.** Волновые режимы в стекающих пленках жидкости // Гидродинамика и теплообмен течений жидкости со свободной поверхностью. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1985. С. 82–102.

Статья поступила в редакцию 7 октября 2009 г.