

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПРИ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОМ ЗОНДИРОВАНИИ

В.В. Плоткин

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3, Россия*

Представлена аналитическая модель электростатического поля, возбуждаемого приповерхностными неоднородностями при магнитотеллурическом зондировании. Приповерхностные неоднородности электропроводности учтены в приближении тонкой проводящей пленки с латеральной зависимостью суммарной продольной проводимости и поперечного сопротивления. Учтено возбуждение ТМ-моды в подстилающем слоистом проводящем полупространстве, получены формулы связи между характеристиками геоэлектрического разреза и пространственными гармониками возбуждаемого в поверхностном слое электростатического поля. Выявлена синфазность первичного и возбуждаемого электростатического поля — источника гальванических искажений кривых МТЗ. Получены выражения для моделирования гальванических искажений при интерпретации данных МТЗ.

Магнитотеллурическое зондирование, аналитическая модель, гальванические искажения, приповерхностные неоднородности, электростатическое поле, тонкий проводящий слой.

EFFECTS OF NEAR-SURFACE INHOMOGENEITIES ON MT RESPONSES: AN ANALYTICAL MODEL

V.V. Plotkin

An analytical model is suggested to describe the electrostatic field produced by near-surface inhomogeneities responsible for galvanic shift in magnetotelluric (MT) apparent resistivity sounding curves. The near-surface inhomogeneities are modeled in thin-sheet approximation with laterally variable longitudinal conductance and transverse resistance. The model accounts for the TM (transverse magnetic) mode secondary electric field in the conductive layered subsurface below the thin sheet. Equations have been obtained to relate the subsurface geoelectric parameters and the spatial harmonics of the secondary electrostatic field. This secondary field, which is the source of galvanic shift in MT data, turns out to be in-phase with the primary field. The equations derived to simulate galvanic distortions are applicable to long-period MT data acquired by a synchronous array.

Magnetotelluric (MT) soundings, analytical model, galvanic distortion, shallow structures, electrostatic field, thin conductive layer

ВВЕДЕНИЕ

Длительное время большой практический интерес вызывают методы учета искажений амплитудных и фазовых кривых магнитотеллурического зондирования (МТЗ), возникающих в сложных геологических условиях [Дмитриев, 1969; Зингер, Файнберг, 1985; Бердичевский и др., 1991; Кузнецов, Егоров, 2006; Неведрова и др., 2011; Эпов и др., 2012]. Искажения кривых МТЗ обусловлены отклонениями от традиционно используемой модели Тихонова—Каньяра [Жданов, 1996]. Они могут быть вызваны как приповерхностными неоднородностями и влиянием рельефа поверхности [Jirasek, 1990; Зингер, 1992], так и глубинными трехмерными неоднородностями среды [Бердичевский, Дмитриев, 2009].

Возникающие искажения подразделяют на два типа — индукционные и гальванические. Индукционные эффекты связаны с появлением в неоднородной среде избыточных токов. Как отмечено [Зингер, 1992], зондирование такой среды «вглубь» всегда сопровождается «боковым» зондированием латеральных неоднородностей. Гальванические эффекты обусловлены возникновением в неоднородной среде добавочных электрических зарядов. При этом, если вклад выделенного горизонтально-однородного слоя в отклик среды с понижением частоты уменьшается, то при наличии латеральной неоднородности слоя в нем возникают заряды, которые не исчезают даже на самых низких частотах [Бердичевский, Яковлев, 1989, 1990]. Они являются причиной гальванических искажений магнитотеллурических (МТ) кривых [Singer, 1992]. Гальванические искажения рассматривались численными и аналитическими методами (в приближении тонкого слоя) как с двумерными, так и трехмерными моделями приповерхностных неоднородностей [Дмитриев, 1969; Зингер, Файнберг, 1985; Бердичевский и др., 1991; Дашевский, 1991; Кузнецов, Егоров, 2006].

По существу, упомянутые искажения обусловлены дифференциальным характером локальных тензорных импедансных и адмитансных соотношений между компонентами электромагнитного поля в трехмерно неоднородной среде, т.е. нелокальностью ее отклика при МТЗ [Плоткин, 2012, 2013]. Они могут быть учтены с помощью синхронных площадных наблюдений при использовании нетрадиционных методов обработки данных [Плоткин и др., 2008]. Однако проведение одновременных наблюдений большим количеством станций на всей поверхности изучаемого региона требует больших затрат и практически затруднительно. Для практики МТЗ важно создать алгоритмы учета нелокальности отклика поля, требующие минимальных затрат и изменений существующих методик и аппаратуры для эксперимента. В данной работе в качестве первого шага предлагается аналитическая модель вклада приповерхностных неоднородностей в тензор импеданса.

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОЛЯ В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ

В среде с неоднородной электропроводностью $\sigma(\mathbf{r})$ во внешнем электрическом поле $\mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$ возникают объемные электрические заряды. Если характерные размеры неоднородностей $\sigma(\mathbf{r})$ много меньше толщины скин-слоя на частоте ω , поле этих зарядов в среде можно считать потенциальным. При условии $\sigma \gg \omega \epsilon_0$ оно выражается в виде [Jirasek, 1990]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ [\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}(\mathbf{r}')] \frac{\nabla \sigma(\mathbf{r}')}{\sigma(\mathbf{r}')} \right\} \frac{\mathbf{R}}{R^3} dV', \quad \mathbf{R} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}, \quad (1)$$

где под интегралом к первичному полю добавлено также поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ самих возникающих в среде электрических зарядов. При этом (1) становится интегральным уравнением. Здесь и далее для простоты временной множитель опущен. Поскольку входящие в (1) величины от ω не зависят, заряды и поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ не исчезают даже на самых низких частотах.

Предположим, что среда в целом является горизонтально-слоистой. Введем декартову систему координат с осью OZ по нормали к слоистости среды. Считаем, что все латеральные неоднородности электропроводности сосредоточены в тонком по оси OZ слое. Тонким будем считать слой, толщина которого h много меньше эффективной толщины скин-слоя в среде для первичного поля \mathbf{E}_0 , которое предполагаем вертикально падающей на среду плоской волной. При таких условиях поле \mathbf{E}_0 в (1) можно считать не зависящим от координат.

Пусть также в рассматриваемом тонком слое электропроводность не зависит от координаты z . Введем суммарную продольную проводимость слоя $S(x, y)$ и его поперечное сопротивление $T(x, y)$:

$$S(x, y) = \int \sigma(x, y) dz = h \sigma(x, y), \quad T(x, y) = \int \frac{dz}{\sigma(x, y)} = \frac{h}{\sigma(x, y)}, \quad h = \sqrt{ST}, \quad (2)$$

что при указанных предположениях позволяет перейти к приближению тонкой неоднородно-проводящей пленки. С этой целью проведем в (1) интегрирование по координате z . Учтем при этом скачки электропроводности на верхней и нижней границах слоя. Тогда вместо объемного интеграла в (1) останется поверхностный интеграл. Принимая во внимание обозначения (2), для горизонтальных компонент электрического поля на пленке получим (ось OZ направлена вниз):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\perp(x, y) = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ [\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_\perp(x', y')] \frac{\nabla_\perp S(x', y')}{S(x', y')} \sqrt{S(x', y') T(x', y')} + \right. \\ \left. + E_{z-}(x', y') - E_{z+}(x', y') \right\} \frac{\mathbf{R}_\perp}{R_\perp^3} dx' dy', \quad \mathbf{R}_\perp = \{x' - x, y' - y\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где индекс \perp обозначает горизонтальные компоненты векторов, а $E_{z-}(x', y')$ и $E_{z+}(x', y')$ — вертикальные компоненты электрического поля на верхней и нижней поверхностях пленки соответственно. Разрыв вертикальных компонент электрического поля обусловлен зарядами, расположенными на пленке. Интегральное уравнение (3) определяет электрическое поле в пленке.

Появление в пленке зарядов и вертикальных компонент электрического поля в (3) означает возбуждение в среде электрической (ТМ) моды поля. Характеристики возбуждаемой ТМ-моды зависят от всего геоэлектрического разреза слоистой среды, в которой находится пленка. Для дальнейшего необходимо выразить вертикальные компоненты электрического поля на пленке через горизонтальные компоненты в ней. Введем разделение поля на моды аналогично работе [Плоткин и др., 2008]:

$$E_x = \frac{\partial E^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y}, \quad E_y = \frac{\partial E^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x},$$

$$i\mu_0\omega\sigma E_z = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left[E_z - \frac{\partial E^{(1)}}{\partial z} \right],$$
(4)

где $E^{(1)}$, $E^{(0)}$ — потенциалы электрического поля ТМ- и ТЕ-мод соответственно. Далее воспользуемся двумерным Фурье преобразованием этих величин:

$$\mathbf{E}_\perp(x, y) = \int \mathbf{e}_\perp(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y,$$

$$\mathbf{e}_\perp(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int \mathbf{E}_\perp(x, y) \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy,$$

$$E^{(1,0)}(x, y) = \int e^{(1,0)}(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y,$$

$$e^{(1,0)}(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int E^{(1,0)}(x, y) \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy,$$

$$E_z(x, y) = \int e_z(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y,$$

$$e_z(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int E_z(x, y) \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy.$$
(5)

Представим таким же образом распределение неоднородностей пленки в (3):

$$\frac{\nabla_\perp S}{S} \sqrt{ST}(x, y) = \int \mathbf{f}(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y,$$

$$\mathbf{f}(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int \frac{\nabla_\perp S}{S} \sqrt{ST}(x, y) \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy.$$
(6)

С учетом (4) и (5) для Фурье-образа вертикальной компоненты поля имеем

$$e_z(k_x, k_y) = \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_x^2 + k_y^2 + i\mu_0\omega\sigma(z)} \frac{de^{(1)}(k_x, k_y)}{dz}.$$
(7)

Отметим, что выражение (7) пригодно и для непотенциального поля в среде. Применим теперь преобразование Фурье к формулам (3), учитывая (5)—(7). Имеем

$$\int dk_x dk_y \left\{ \mathbf{e}_\perp(k_x, k_y) - [k_x, k_y] \mathbf{G}_{x,y}(k_x, k_y) \right\} e^{ik_x x + ik_y y} = 0,$$
(8)

где $[k_x, k_y]$ обозначает Фурье спектр от выражения в фигурных скобках под интегралом в (3), а $\mathbf{G}_{x,y}(k_x, k_y)$ есть интеграл, который берется в квадратурах:

$$\mathbf{G}_{x,y}(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\mathbf{R}_\perp}{\mathbf{R}_\perp^3} e^{ik_x(x'-x) + ik_y(y'-y)} dx' dy' = \frac{1}{2} \frac{ik_{x,y}}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}.$$
(9)

Вычислим теперь Фурье спектр $[k_x, k_y]$ с учетом (4) и того, что Фурье преобразование от произведения функций приводит к свертке спектров. Тогда из (8) получаем

$$ik_x e^{(1)} + ik_y e^{(0)} = [\mathbf{E}_0 \mathbf{f} + e_{z-} - e_{z+} + \Phi] \mathbf{G}_x,$$

$$ik_y e^{(1)} - ik_x e^{(0)} = [\mathbf{E}_0 \mathbf{f} + e_{z-} - e_{z+} + \Phi] \mathbf{G}_y,$$
(10)

где Φ обозначает свертку спектров поля и неоднородностей пленки. Как следует из (9), $ik_y \mathbf{G}_x - ik_x \mathbf{G}_y \equiv 0$, и тогда из (10) видно, что $e^{(0)}(k_x, k_y) \equiv 0$. Это означает, что электрическое поле ТЕ-моды в пленке не возбуждается. В результате из (10) получается:

$$e^{(1)}(k_x, k_y) - \frac{[\mathbf{E}_0 \mathbf{f}(k_x, k_y) + e_{z-}(k_x, k_y) - e_{z+}(k_x, k_y) + \Phi(k_x, k_y)]}{2\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} = 0, \quad (11)$$

$$\Phi(k_x, k_y) = \int \mathbf{f}(\xi) i(\mathbf{k} - \xi) e^{(1)}(\mathbf{k} - \xi) d\xi_x d\xi_y, \quad \xi = \{\xi_x, \xi_y\}, \quad \mathbf{k} = \{k_x, k_y\}.$$

Осталось связать пространственные спектры вертикальных компонент поля с искомым спектром $e^{(1)}(k_x, k_y)$. Поскольку для всех компонент электрического поля в горизонтально-слоистой среде справедлива теорема Липской [Жданов, 1996], в нашем случае имеем

$$\frac{e_{z+}(k_x, k_y)}{de_{z+}(k_x, k_y)/dz} = -\frac{R^*}{k_1}, \quad k_n = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + i\mu_0 \omega \sigma_n}, \quad n = 1, \dots, N, \quad (12)$$

$$R^* = \text{cth} \left\{ k_1 h_1 + \text{arch} \left[\frac{k_1 \sigma_2}{k_2 \sigma_1} \text{cth} \left(k_2 h_2 + \dots + \text{arch} \frac{k_{N-1} \sigma_N}{k_N \sigma_{N-1}} \right) \right] \right\},$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$ и h_1, h_2, \dots, h_{N-1} обозначают электропроводности и толщины слоев в среде ниже пленки, R^* — приведенное импеданное отношение подстилающего пленку полупространства для ТМ-моды. Учтем, что в каждом слое $\text{div} \mathbf{E} = 0$, поэтому с учетом (4)—(5) $de_{z+}(k_x, k_y)/dz = (k_x^2 + k_y^2) e^{(1)}(k_x, k_y)$. Следовательно

$$e_{z+}(k_x, k_y) = -\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_1} R^* e^{(1)}(k_x, k_y). \quad (13)$$

Пусть далее считается, что пленка расположена на поверхности слоистой среды, т.е. $e_{z-}(k_x, k_y)$ относится к полю в непроводящей атмосфере. Тогда с учетом непрерывности потенциала $e^{(1)}(k_x, k_y)$ при переходе через пленку, справедливо выражение (ось OZ направлена вниз)

$$e_{z-}(k_x, k_y) = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} e^{(1)}(k_x, k_y). \quad (14)$$

Учитывая (13) и (14), получаем окончательно интегральное уравнение относительно потенциала электрического поля ТМ-моды на пленке в виде

$$\mathbf{E}_0 \mathbf{f}(k_x, k_y) + \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_1} R^* - \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right) e^{(1)}(k_x, k_y) + \int \mathbf{f}(\xi) i(\mathbf{k} - \xi) e^{(1)}(\mathbf{k} - \xi) d\xi_x d\xi_y = 0. \quad (15)$$

Если ниже пленки тоже окажется непроводящее полупространство, то вся фоновая среда и вертикальные компоненты на обеих поверхностях пленки перестают участвовать в формировании электрической цепи и поля на ней. В этом случае член в (15) в скобках обращается в нуль, а интегральное уравнение (15) становится уравнением Фредгольма первого рода.

Однако, когда подстилающее пленку полупространство проводящее, оно может принимать существенное участие в формировании электрического поля на пленке, образуя гальванические связи с нижележащими проводящими слоями. Следует подчеркнуть, что с самого начала предполагалось, что неоднородности электропроводности являются мелкокомасштабными. Это означает, что в (12) все коэффициенты $k_n \approx \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ практически одинаковы, и приведенное импеданное отношение R^* есть действительная величина. Спектр $\mathbf{f}(k_x, k_y)$, как видно из (6), также соответствует вещественной функции. Можно предположить, что при таких условиях искомым спектром $e^{(1)}(k_x, k_y)$ в (15) будет приводить к электрическому полю в пленке, не имеющему сдвига фаз относительно первичного поля \mathbf{E}_0 . Такое явление неоднократно наблюдалось в эксперименте при наличии гальванических искажений кривых зондирования МТЗ.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПЛЕНКЕ

Чтобы убедиться в сказанном, рассмотрим в качестве примера следующий случай. Пусть неоднородности пленки заданы в виде одной вещественной пространственной гармоникой (см. (6)):

$$\frac{\nabla_{\perp} S}{S} \sqrt{ST}(x, y) = \mathbf{F} [e^{ik_0 r} + e^{-ik_0 r}], \quad \mathbf{f}(k_x, k_y) = \mathbf{F} [\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) + \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)], \quad (16)$$

где \mathbf{k}_0 и \mathbf{F} — постоянные вещественные векторы, $\mathbf{r} = \{x, y\}$ и $\delta(\mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0)$ — дельта функция.

При написании (16) и в последующих аналогичных формулах учтено, что для вещественных функций их пространственный спектр должен быть эрмитово сопряженным $\mathbf{f}^*(-k_x, -k_y) = \mathbf{f}(k_x, k_y)$ (см. (5)). Заметим также, что в (16) величина $h(x, y) = \sqrt{ST}(x, y)$ есть толщина пленки, которая функционально может варьироваться независимо от суммарной продольной проводимости пленки $S(x, y)$. Формула (16) справедлива, в частности, при $h(x, y) = \text{const}$ и $S(x, y) = S_0 \exp(\sin \mathbf{k}_0 \mathbf{r})$. В этом случае $\mathbf{F} = h\mathbf{k}_0/2$.

Подстановка (16) в последний член в (15) дает

$$\int \mathbf{f}(\xi) i(\mathbf{k} - \xi) e^{(1)}(\mathbf{k} - \xi) d\xi_x d\xi_y = i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \mathbf{F} e^{(1)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) + i(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) \mathbf{F} e^{(1)}(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0). \quad (17)$$

Из (15) и (17) можно заключить, что в данном примере в пленке возбуждаются отдельные спектральные линии потенциала $e^{(1)}(\mathbf{k}) \sim \delta(\mathbf{k} \pm m\mathbf{k}_0)$, $m = 1, 2, \dots$. С учетом (17) для амплитуд спектра из (15) получаем систему уравнений ($|\mathbf{k}_0| = \sqrt{k_{0x}^2 + k_{0y}^2}$):

$$\begin{aligned} \mathbf{k} = \mathbf{k}_0, \quad \mathbf{E}_0 \mathbf{F} + |\mathbf{k}_0| (R^* - 1) e^{(1)}(\mathbf{k}_0) + i 2\mathbf{k}_0 \mathbf{F} e^{(1)}(2\mathbf{k}_0) &= 0, \\ \mathbf{k} = 2\mathbf{k}_0, \quad 2|\mathbf{k}_0| (R^* - 1) e^{(1)}(2\mathbf{k}_0) + i \mathbf{k}_0 \mathbf{F} e^{(1)}(\mathbf{k}_0) + i 3\mathbf{k}_0 \mathbf{F} e^{(1)}(3\mathbf{k}_0) &= 0, \\ \mathbf{k} = 3\mathbf{k}_0, \quad 3|\mathbf{k}_0| (R^* - 1) e^{(1)}(3\mathbf{k}_0) + i 2\mathbf{k}_0 \mathbf{F} e^{(1)}(2\mathbf{k}_0) + i 4\mathbf{k}_0 \mathbf{F} e^{(1)}(4\mathbf{k}_0) &= 0, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (18)$$

Уравнения амплитуд при отрицательных векторах $-m\mathbf{k}_0$ не отличаются от (18), если спектр $e^{(1)*}(-m\mathbf{k}_0) = e^{(1)}(m\mathbf{k}_0)$ является спектром вещественной функции. Поскольку спектры горизонтальных компонент электрического поля с учетом (4) есть $i\mathbf{k} e^{(1)}(\mathbf{k})$, они при таком условии также будут спектрами вещественных полей. Таким образом, возбуждаемое в пленке электрическое поле совпадет по фазе с первичным полем \mathbf{E}_0 , если система уравнений (18) имеет решение.

Для общности в (18) вектор \mathbf{F} взят не совпадающим по направлению с \mathbf{k}_0 , т.е. соответствует некоторому другому случаю, чем описывался выше, когда $h(x, y) = \text{const}$ и $S(x, y) = S_0 \exp(\sin \mathbf{k}_0 \mathbf{r})$. Это сделано, чтобы лучше понять особенности решений (18). В частности, если $\mathbf{k}_0 \mathbf{F} = 0$, все пространственные гармоники, кроме первой обращаются в нуль, а $e^{(1)}(\mathbf{k}_0) = -\frac{\mathbf{E}_0 \mathbf{F}}{|\mathbf{k}_0| (R^* - 1)}$. Максимальный эффект возникает, когда векторы \mathbf{E}_0 и \mathbf{F} параллельны, т.е. первичное поле направлено вдоль градиента неоднородностей пленки.

В общем случае, если ввести обозначения

$$e_{k_0}^{(1)} = -\frac{\mathbf{E}_0 \mathbf{F}}{|\mathbf{k}_0| (R^* - 1)}, \quad \beta = \frac{i(\mathbf{k}_0 \mathbf{F})}{|\mathbf{k}_0| (R^* - 1)}, \quad (19)$$

система (18) в матричном виде имеет структуру

$$\begin{pmatrix} 1 & 2\beta & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \beta & 2 & 3\beta & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 2\beta & 3 & 4\beta & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 3\beta & 4 & 5\beta & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{(1)}(\mathbf{k}_0) \\ e^{(1)}(2\mathbf{k}_0) \\ e^{(1)}(3\mathbf{k}_0) \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{k_0}^{(1)} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}. \quad (20)$$

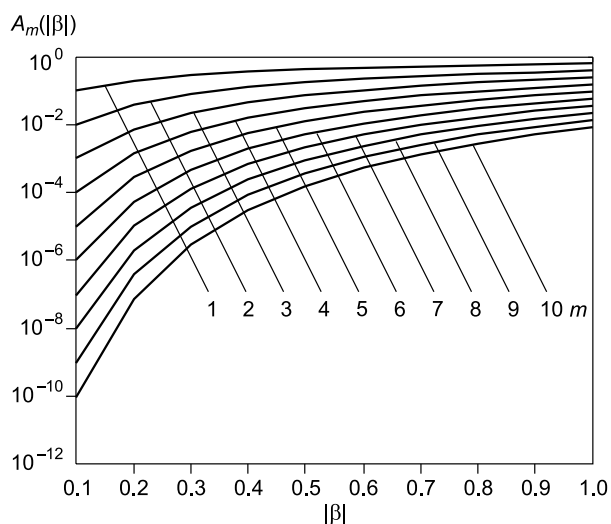
Эту систему при $|\beta| < 1$ (β — безразмерная величина) можно решить приближенно, последовательно ограничивая ее матрицами верхнего левого угла в (20) и соответствующим образом обрезая векторы неизвестных и правой части. В первом приближении отсюда получается $e^{(1)}(\mathbf{k}_0) = e_{k_0}^{(1)}$ (см. (19)). Во втором приближении имеем:

$$e^{(1)}(\mathbf{k}_0) = \frac{e_{k_0}^{(1)}}{1 + |\beta|^2}, \quad e^{(1)}(2\mathbf{k}_0) = -\frac{e_{k_0}^{(1)} \beta}{2(1 + |\beta|^2)}. \quad (21)$$

Приведем также выражения третьего приближения:

$$e^{(1)}(\mathbf{k}_0) = e_{k_0}^{(1)} \frac{1 + |\beta|^2}{1 + 2|\beta|^2}, \quad e^{(1)}(2\mathbf{k}_0) = -\frac{e_{k_0}^{(1)} \beta}{2(1 + 2|\beta|^2)}, \quad e^{(1)}(3\mathbf{k}_0) = -\frac{e_{k_0}^{(1)} |\beta|^2}{3(1 + 2|\beta|^2)}. \quad (22)$$

Рис. 1. Графики относительных амплитуд $A_m(|\beta|)$ гармоник электрического поля ТМ-моды для случая параллельных векторов \mathbf{k}_0 , \mathbf{E}_0 и \mathbf{F} .



Все получаемые амплитуды удовлетворяют условию эрмитовой сопряженности и описывают вещественные поля. Отсюда видно, что при малом $|\beta|$ амплитуды высших гармоник уменьшаются. Это подтверждается также численным решением системы (20) указанным способом. Чтобы отразить эти изменения амплитуд пространственных гармоник возбуждаемого горизонтального электрического

поля, на рис. 1 приведены графики относительных

модулей $A_m(|\beta|) = \frac{m|\mathbf{k}_0|e^{(1)}(m\mathbf{k}_0)}{|E_0|}$ в зависимости от

$|\beta| = \frac{F}{R^* - 1}$ для случая, когда все векторы \mathbf{k}_0 , \mathbf{E}_0 и \mathbf{F} параллельны.

ХАРАКТЕРИСТИКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Выше рассматривалось только возбуждение электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, которое предполагалось мелкомасштабным. Это позволило считать его потенциальным, так что $\text{rot}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv 0$. В этом приближении возбуждением магнитного поля в среде можно пренебречь. Но поверхностные токи в пленке $\mathbf{I}(\mathbf{r})$ сопровождаются появлением в пространстве магнитного поля:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{\mathbf{I}(\mathbf{r}') \times \mathbf{R}}{R^3} dx' dy', \quad \mathbf{R} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}. \quad (23)$$

Как видно, на самой пленке, отличной от нуля, может быть только вертикальная компонента магнитного поля. Переходя, как и ранее, в (23) к спектральному представлению величин и учитывая, что $\mathbf{I}(\mathbf{r}) = S(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r})$, получим для этого случая:

$$\begin{aligned} h_z(k_x, k_y) &= G_y(k_x, k_y)I_x(k_x, k_y) - G_x(k_x, k_y)I_y(k_x, k_y), \\ I_{x,y}(k_x, k_y) &= \int i\xi_{x,y} e^{(1)}(\xi_x, \xi_y) s(k_x - \xi_x, k_y - \xi_y) d\xi_x d\xi_y, \end{aligned} \quad (24)$$

где $G_{x,y}(k_x, k_y)$ определяется формулой (9), а $h_z(k_x, k_y)$ и $s(k_x, k_y)$ вычисляются аналогично (5). Пусть теперь неоднородности суммарной продольной проводимости слоя $S(\mathbf{r})$ в пленке заданы в виде одной вещественной пространственной гармоники:

$$s(k_x, k_y) \sim [\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) + \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)]. \quad (25)$$

Тогда из (15), (17) и (24)—(25) видно, что в пленке будет возбуждаться только линейчатый спектр потенциала $e^{(1)}(\mathbf{k}) \sim \delta(\mathbf{k} \pm m\mathbf{k}_0)$ и тока $I_{x,y}(\mathbf{k}) \sim \delta(\mathbf{k} \pm m\mathbf{k}_0)$, $m = 1, 2, \dots$. Из первой формулы (24) и с учетом $G_{x,y}(k_x, k_y)$ получается, что

$$h_z(k_x, k_y) \sim k_{0y}k_{0x} - k_{0x}k_{0y} \equiv 0. \quad (26)$$

Таким образом, магнитное поле токов пленки на ней самой с учетом (26) равно нулю и не вносит никакого вклада в регистрируемые на поверхности Земли амплитуды геомагнитных вариаций и, следовательно, в импеданс. Это ясно и с физической точки зрения, поскольку рассматриваемое горизонтальное электрическое поле потенциально ($\text{rot}_z\mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$) и не создает магнитного потока через любую горизонтальную рамку. Поскольку магнитное поле токов (23) вне поверхности потенциально, $\text{rot}\mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0$ и $\text{div}\mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0$, то из равенства нулю магнитного поля на самой пленке следует, что это магнитное поле равно нулю и во всем пространстве.

Подчеркнем, что выше речь идет только о магнитном поле токов пленки, вызываемых электрическим полем $\mathbf{E}(\mathbf{r})$. Это поле возбуждается лишь в неоднородно проводящей пленке. Из сказанного ранее следует, что это поле по величине определяется лишь отношением толщины поверхностного слоя (плен-

ки) к характерному размеру латеральных неоднородностей в нем. Средняя (однородная) проводимость пленки при наших предположениях, как видно из (2)—(3), влияния на величину поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ не оказывает.

Однако средняя проводимость пленки, безусловно, вносит свой вклад в импеданс зондируемой среды: магнитное поле среднего тока, вызываемого в пленке полем \mathbf{E}_0 внешнего источника, нулю не равно. В частности, для пленки с неоднородной проводимостью $S(x) = S_0 \exp(\sin k_0 x)$ имеем:

$$\bar{\mathbf{I}} = \mathbf{E}_0 \bar{S}, \quad \bar{S} = \frac{k_0}{2\pi} \int_{-\pi/k_0}^{+\pi/k_0} S_0 \exp(\sin k_0 x) dx = S_0 \frac{I_0(1)}{2}, \quad (27)$$

где $I_0(1)$ — функция Бесселя. Тогда в пренебрежении электропроводностью подстилающего полупространства магнитное поле токов (27) над пленкой равно:

$$\mathbf{H} = \pi \mathbf{z}_0 \times \mathbf{E}_0 S_0 I_0(1), \quad (28)$$

где \mathbf{z}_0 — единичный орт вдоль оси OZ .

МОДЕЛЬ ГАЛЬВАНИЧЕСКИХ ИСКАЖЕНИЙ

Электрическое поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ для рассматриваемой модели неоднородностей пленки можно записать в виде

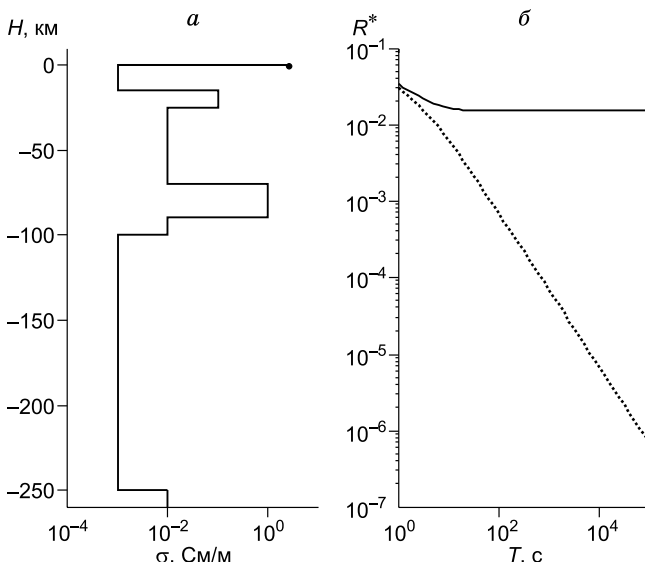
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\mathbf{k}_0 e^{(1)}(k_0) e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}} + i2\mathbf{k}_0 e^{(1)}(2k_0) e^{i2\mathbf{k}_0 \mathbf{r}} + i3\mathbf{k}_0 e^{(1)}(3k_0) e^{i3\mathbf{k}_0 \mathbf{r}} + \dots + \text{к.с.}, \quad (29)$$

где к.с. обозначает комплексно сопряженную величину и $\mathbf{r} = \{x, y\}$. Ограничиваясь в (29) лишь тремя гармониками и учитывая (19) и (22), получаем следующее выражение для $\mathbf{E}(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{k}_0(\mathbf{k}_0 \mathbf{E}_0)}{k_0^2} \frac{2 \operatorname{Im} \beta}{1 + 2|\beta|^2} \left\{ (1 + |\beta|^2) \sin \mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \operatorname{Im} \beta \cos 2\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - |\beta|^2 \cos 3\mathbf{k}_0 \mathbf{r} \right\}. \quad (30)$$

Как видно из (30), возбуждаемое в пленке потенциальное электрическое поле пропорционально продольной (относительно вектора \mathbf{k}_0) компоненте первичного поля \mathbf{E}_0 и является синфазным с ним по времени. В (30) считается, что для пленки справедливы выражения $S(x, y) = S_0 \exp(\sin \mathbf{k}_0 \mathbf{r})$, $\mathbf{F} = h\mathbf{k}_0/2$ и $h(x, y) = \text{const}$ — толщина пленки. В этом случае $\beta = i \frac{hk_0/2}{R^* - 1}$. Таким образом, величина возбуждаемого

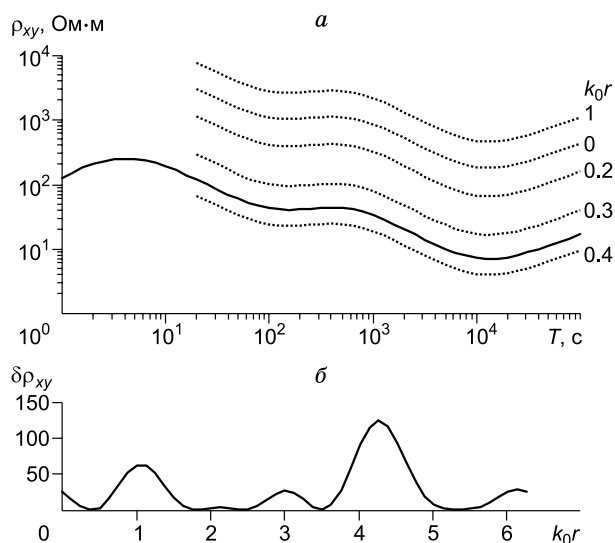
го в пленке электрического поля определяется соотношением двух параметров: приведенного импеданса полупространства под пленкой и отношения толщины пленки к характерному горизонтальному размеру неоднородностей электропроводности в ней. Поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ не зависит от S_0 . Выражение (30) можно использовать при моделировании гальванического эффекта и возмущений кривых МТЗ, обусловленных приповерхностными неоднородностями. Конечно, это лишь приближенное выражение, позволяющее тем не менее учесть характерный размер неоднородностей и преимущественное направление их градиента.



Рассмотрим в качестве примера модель горизонтально-слоистой среды с приповерхностными неоднородностями, представленную на рис. 2, а. Она состоит из двух однородных проводящих слоев — верхнего (корового) мощностью 10 км с сопротивлением 10 Ом·м и нижнего (мантийного) мощностью 20 км с сопротивлением 1 Ом·м, погруженных в фоновое полупространство с сопротивлением 10^3 Ом·м. Для характеристики среды здесь и далее мы переходим, как это принято в практике МТЗ, к удельным сопротивлениям вместо электропроводности слоев.

Рис. 2. Модель среды (а) и приведенное импедансное отношение R^* (б) для ТМ-моды в зависимости от периода (сплошная линия $\operatorname{Re}\{R^*\}$, штриховая $\operatorname{Im}\{R^*\}$).

Рис. 3. Кажущееся сопротивление ρ_{xy} среды в зависимости от периода (а) для моделей без приповерхностных неоднородностей (сплошная линия) и с ними (штриховая) в различных пунктах по горизонтали (относительное расстояние k_0r), а также коэффициент гальванического смещения $\delta\rho_{xy}(k_0r)$ (б).



ев. Приповерхностные неоднородности находятся в проводящей пленке при $z = 0$ с суммарной продольной проводимостью 25 См (поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ от ее величины не зависит). Рассчитанные по формуле (12) для этой среды реальные и мнимые части приведенного импедансного отношения R^* для ТМ-моды в зависимости от периода показаны на рис. 2, б. Для простоты считалось, что векторы \mathbf{k}_0 , \mathbf{E}_0 и \mathbf{F} параллельны и направлены вдоль оси OX .

Кажущееся сопротивление среды отражено на рис. 3 и рассчитывалось по формуле

$$\rho_{xy} = \frac{|Z_{xy}|^2}{\omega\mu_0} = \frac{1}{\omega\mu_0} \frac{|\mathbf{E}_{0x} + \mathbf{E}_x|^2}{|\mathbf{H}_y|^2} = \rho_{xy}(E_x = 0) \left| 1 + \frac{E_x}{E_{0x}} \right|^2 = \rho_{xy}(E_x = 0) \times \delta\rho_{xy}. \quad (31)$$

Величина поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ в (31) при разных частотах ω и относительных расстояниях k_0r вычислялась по формуле (30) для $hk_0 = 10$ (отношения толщины пленки h к характерному размеру приповерхностных неоднородностей $\sim k_0^{-1}$), зависимость $\beta(R^*)$ учитывалась с помощью (12). Для вычисления

$\rho_{xy}(E_x = 0) = \frac{1}{\omega\mu_0} \frac{|\mathbf{E}_{0x}|^2}{|\mathbf{H}_y|^2}$ использовалось приведенное импедансное отношение для ТЕ-моды:

$$R = \text{cth} \left\{ k_1 h_1 + \text{archth} \left[\frac{k_1}{k_2} \text{cth} \left(k_2 h_2 + \dots + \text{archth} \frac{k_{N-1}}{k_N} \right) \right] \right\}.$$

Кажущееся сопротивление среды $\rho_{xy}(E_x = 0)$ при отсутствии приповерхностных неоднородностей и с учетом вызываемых ими гальванических смещений кривой МТЗ в зависимости от временного периода, а также множитель $\delta\rho_{xy}$ (коэффициент гальванического смещения) в зависимости от расстояния вдоль пленки показаны на рис. 3. Наблюдаются смещения кривой МТЗ до двух порядков по величине. При отображении учитывалось, что рассматриваемая модель гальванических искажений справедлива лишь на достаточно больших периодах, когда эффективная толщина скин-слоя существенно превышает толщину пленки с неоднородностями, а приведенное импедансное отношение R^* для ТМ-моды можно считать действительной величиной (что выполняется при $T \geq 10$ с, см. рис. 2, б). С учетом зависимости гальванических искажений от горизонтальной координаты использование представленной модели при интерпретации данных МТЗ возможно лишь при наличии нескольких пунктов синхронной регистрации электромагнитного поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена аналитическая модель электростатического поля, возбуждаемого при магнитотеллурическом зондировании в тонком неоднородно проводящем поверхностном слое с произвольной продольной проводимостью и поперечным сопротивлением.

Модель учитывает возбуждение в подстилающем пленку проводящем слоистом полупространстве электрического поля ТМ-моды. Получены формулы связи между параметрами геоэлектрического разреза и амплитудами пространственных гармоник возбуждаемого в пленке электростатического поля.

Выявлена синфазность первичного и возбуждаемого электростатического поля — источника гальванических искажений кривых МТЗ, и получены выражения для моделирования гальванических искажений при интерпретации данных МТЗ.

Автор благодарен Ю.А. Дашевскому и другому (анонимному) рецензенту за советы по улучшению статьи.

ЛИТЕРАТУРА

Бердичевский М.Н., Яковлев А.Г. Аналитическая модель магнитотеллурического зондирования, искаженного эффектом S // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1989, № 9, с. 82—88.

Бердичевский М.Н., Яковлев А.Г. Аналитическая модель МТ-зондирования, искаженного эффектом экранирования // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1990, № 6, с. 92—97.

Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. Модели и методы магнитотеллурики. М., Научный мир, 2009, 680 с.

Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И., Лебедева Н.А. Анализ электромагнитных аномалий с помощью пленочных моделей // Физика Земли, 1991, № 3, с. 43—51.

Дашевский Ю.А. Переменное электрическое поле в присутствии тонких неоднородных тел // Геология и геофизика, 1991, т. 32(8), с. 122—128.

Дмитриев В.И. Магнитотеллурическое поле в тонких неоднородных слоях // Вычислительные методы и программирование. Вып. XIII. М., Из-во Моск. ун-та, 1969, с. 231—236.

Жданов М.С. Электроразведка. М., Недра, 1986, 320 с.

Зингер Б.Ш. Учет статических искажений в магнитотеллурике. Обзор // Физика Земли, 1992, № 5, с. 53—70.

Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. Электромагнитная индукция в неоднородных тонких слоях. М., ИЗМИРАН, 1985, 234 с.

Кузнецов А.Н., Егоров И.В. Эффект экранирования магнитотеллурического поля плохопроводящими слоями по результатам численного моделирования // Физика Земли, 2006, № 2, с. 78—84.

Неведрова Н.И., Поспеева Е.В., Санчаа А.М. Интерпретация данных комплекса электромагнитных методов в сейсмоактивных районах (на примере Чуйской впадины Горного Алтая) // Физика Земли, 2011, № 1, с. 63—75.

Плоткин В.В. Зона влияния неоднородности среды и поля при магнитотеллурическом зондировании // Геология и геофизика, 2012, т. 53(1), с. 140—149.

Плоткин В.В. Искажения тензоров импеданса и типпера при трехмерных возмущениях среды и поля // Геология и геофизика, 2013, т. 54(1), с. 124—131.

Плоткин В.В., Белинская А.Ю., Гаврыш П.А., Губанов А.И. Эффект нелокальности электромагнитного отклика при региональном магнитотеллурическом зондировании // Геология и геофизика, 2008, т. 49(11), с. 1150—1162.

Эпов М.И., Поспеева Е.В., Витте Л.В. Особенности состава и строения земной коры краевой части Сибирского кратона (в зоне влияния рифтогенных процессов) по данным магнитотеллурических зондирований // Геология и геофизика, 2012, т. 53(3), с. 380—398.

Jiracek G.R. Near-surface and topographic distortions in electromagnetic induction // Surv. Geophys., 1990, v. 11, № 2—3, p. 163—203.

Singer B.S. Correction for distortions of magnetotelluric fields: limits of validity of the static approach // Surv. Geophys., 1992, v. 13, № 4—5, p. 309—340.

*Рекомендована к печати 11 октября 2013 г.
М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию
21 января 2013 г.*