УДК 533.6.011

## РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ НА ТРАНСЗВУКОВОМ РЕЖИМЕ ОБТЕКАНИЯ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОДВОДЕ ЭНЕРГИИ

С. М. Аульченко\*, В. П. Замураев\*,\*\*, А. П. Калинина\*,\*\*

- \* Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск
- \*\* Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск E-mails: aultch@itam.nsc.ru, zamuraev@itam.nsc.ru

Изучено взаимодействие импульсного периодического источника энергии с замыкающим скачком уплотнения, возникающим вблизи крыловых профилей на трансзвуковых режимах полета. На основе численного решения двумерных нестационарных уравнений газовой динамики исследована эволюция ударно-волновой структуры течения вблизи симметричного профиля, выявлен резонансный механизм взаимодействия, приводящий к значительному (на порядок) снижению волнового сопротивления профиля.

Ключевые слова: трансзвуковое течение, крыловой профиль, подвод энергии, аэродинамические характеристики.

Введение. Задача управления сопротивлением тел, обтекаемых потоком газа, с помощью внешнего подвода энергии представляет значительный интерес. В работах [1–7] в результате исследования влияния внешнего подвода энергии на трансзвуковые режимы обтекания крыловых профилей установлено, что подвод энергии перед замыкающим скачком уплотнения непосредственно вблизи контура в расположенных вдоль него зонах приводит к значительному уменьшению волнового сопротивления профиля, т. е. имеет место нелинейный характер взаимодействия возмущений, вносимых в поток при подводе энергии, с замыкающим скачком и поверхностью профиля [1]. В случае симметричного профиля обнаружено, что с помощью одностороннего подвода энергии необходимая подъемная сила может быть получена при значительно меньшем волновом сопротивлении профиля по сравнению со случаем его обтекания под углами атаки [2, 3]. Показано, что импульсный подвод энергии с нижней стороны профиля вблизи его задней кромки позволяет повысить также аэродинамическое качество скоростных (оптимальных по качеству) трансзвуковых профилей [4]. При этом увеличение подводимой энергии не приводит к отрыву потока. Выявлен эффект стабилизации трансзвукового обтекания профиля при внешнем подводе энергии [5], аналогичный эффекту стабилизации, обнаруженному С. А. Христиановичем [8]. Этот эффект имеет место при различных значениях подводимой энергии и различных положениях источника энергии на несущих профилях. Обнаружен новый, "взрывной" газодинамический механизм сдвига замыкающего скачка уплотнения [6, 7].

Однако рассмотренная в [1–7] проблема исследована не полностью. Большое значение имеет определение параметров энергоподвода, при которых снижение сопротивления тела является максимальным. В [9] при изучении сверхзвукового обтекания полусферы (число Маха набегающего потока  $M_{\infty} = 3$ ) с пульсирующим источником энергии перед ней обнаружен небольшой минимум сопротивления полусферы при изменении частоты

следования импульсов энергии. Это позволило сделать вывод, что режим пульсирующего энергоподвода может быть эффективнее режима стационарного энергоподвода. Однако в экспериментах [10] с использованием мощного импульсного оптического разряда перед обтекаемым сверхзвуковым потоком телом (конусом, сферой) при увеличении частоты следования импульсов лазерного излучения минимум не обнаружен.

Минимум сопротивления найден в [1] при исследовании обтекания крылового профиля NACA-0012 на трансзвуковом режиме ( $M_{\infty} = 0.85$ ) с импульсным периодическим подводом энергии в узкой зоне вблизи поверхности профиля перед невозмущенным положением замыкающего скачка уплотнения. При рассмотренных в [1] значениях определяющих параметров минимум сопротивления по частоте также оказался незначительным, что, возможно, обусловлено выбором положения зоны подвода энергии и модели энергоисточника. Достоверные данные, указывающие на предпочтительность импульсного периодического подвода энергии по сравнению с непрерывным ее подводом, в литературе отсутствуют. Вместе с тем очевидно, что применение импульсного периодического подвода энергии с замыкаюцим скачком при трансзвуковом обтекании профиля по сравнению со случаем непрерывного энергоподвода. Вследствие нелинейного характера указанного взаимодействия волновое сопротивление профиля, полученное в расчетах [1], в два раза меньше, чем в случае отсутствия энергоподвода. Одной из целей данной работы является определение условий, при которых это взаимодействие имеет резонансный характер.

В [1] задавалась полная подводимая в зону энергия. Далее эту модель будем называть моделью источника с мгновенным объемным энерговкладом. Такая модель соответствует, например, энергоподводу с помощью электрического разряда. В [11] проведено сравнение расчетных распределений параметров потока вблизи профиля при подводе одного импульса энергии с результатами визуализации течения при взаимодействии приповерхностного наносекундного разряда с ударной волной. Этот разряд обеспечивает мгновенный однородный подвод энергии вблизи поверхности (как и в расчетах с использованием указанной выше модели источника). Параметры источника энергии в расчетах и экспериментах имеют близкие значения. Наблюдается хорошее соответствие между конфигурациями расчетного скачка уплотнения и скачка на теневых фотографиях, полученных в одни и те же моменты времени.

Для некоторых других типов источников энергии, например для лазерного излучения, необходимо использовать модель с учетом зависимости поглощаемой энергии от плотности газа. В [9, 12] применялась модель источника, в которой подводимая энергия пропорциональна локальной плотности газа, — модель источника с мгновенным массовым энерговкладом.

Использование модели источника с мгновенным объемным энерговкладом целесообразно, если в пределах зоны энергоподвода состояние газа является однородным. В противном случае необходимо использовать модель источника с мгновенным массовым энерговкладом. Следует отметить, что использование второй модели позволяет избежать ситуации, когда энергия должна подводиться в вакуум, который может возникнуть вследствие разлета газа после очередного подвода энергии. В [13] при изучении трансзвукового обтекания профиля выполнены основные расчеты для первой модели энергоисточника, а также проведен один расчет при подводе энергии, пропорциональной локальной плотности газа (задавался подвод удельной энергии). При одних и тех же геометрических параметрах источника и практически одинаковых значениях подводимой энергии (различие не превышает 0,5 %) в расчетах по обеим моделям источника получены близкие значения коэффициента волнового сопротивления (различие составляет 4 %), при этом достигнуто уменьшение волнового сопротивления профиля более чем в два раза.

В данной работе проведено сравнение результатов расчета с использованием указанных моделей источника энергии в более широком диапазоне параметров. Исследуется зависимость частоты подвода энергии от параметров и положения источника энерговыделения, а также от числа Маха набегающего потока. Определены условия, при которых уменьшение коэффициента волнового сопротивления профиля является максимальным. Расчеты проводятся для симметричного и несущего крыловых профилей при нулевом угле атаки.

Постановка задачи. В качестве математической модели течения используется система двумерных нестационарных уравнений газовой динамики в консервативной форме с источниковым членом в уравнении энергии

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial y} = \boldsymbol{Q},$$
  
$$\boldsymbol{U} = (\rho, \rho u, \rho v, e), \qquad \boldsymbol{F} = (\rho u, p + \rho u^2, \rho u v, u(p + e)),$$
  
$$\boldsymbol{G} = (\rho v, \rho u v, p + \rho v^2, v(p + e)), \qquad \boldsymbol{Q} = (0, 0, 0, q).$$
  
(1)

Здесь оси координат x, y направлены соответственно вдоль хорды профиля и перпендикулярно ей и отнесены к ее длине b; время t отнесено к  $b/a_0$ , компоненты скорости газа u, v и скорость звука a — к  $a_0$ , плотность  $\rho$  — к  $\rho_0$ ; давление p и полная энергия единицы объема газа е обезразмерены параметром  $\rho_0 a_0^2$ ; мощность q, подводимая к единице объема газа, отнесена к величине  $ho_0 a_0^3/b; p_0, a_0$  — размерные давление и скорость звука в набегающем потоке;  $\rho_0$  определяется из условия  $p_0 = \rho_0 a_0^2$ .

При импульсном периодическом подводе энергии величина q определяется выражением

$$q = \Delta e f(t),$$

где  $f(t) = \sum_i \delta(t-i\,\Delta t);\,\delta(t)$ — импульсная функция Дирака;  $\Delta t$ — период подвода энергии;  $\Delta e$  — энергия, подводимая к единице объема газа.

Для модели идеального газа с постоянным показателем адиабаты  $\gamma$  имеем

$$p = (\gamma - 1)(e - \rho(u^2 + v^2)/2), \qquad a^2 = T = \gamma p/\rho.$$

Система уравнений (1) дополняется краевыми условиями на границах расчетной двухсвязной области  $\Omega$ , представляющей собой прямоугольник с внутренней границей, соответствующей контуру рассматриваемого крылового профиля. На левой, верхней и нижней границах этой области ставятся условия невозмущенного потока, на правой границе — "мягкие" условия, на контуре профиля — условие непротекания.

Для численного решения сформулированной задачи используется конечно-объемная схема, уменьшающая полную вариацию. В рассматриваемой модели течения импульсный подвод энергии осуществляется мгновенно, при этом плотность газа и его скорость не меняются, плотность энергии газа e в зоне ее подвода увеличивается на величину  $\Delta e$ (соответственно увеличиваются температура и давление газа). Интегрирование системы уравнений (1) проводится в промежутках между моментами подвода энергии.

Энергия подводится в узкой зоне, прилегающей к профилю, перед невозмущенным положением замыкающего скачка уплотнения. При использовании модели источника с мгновенным объемным энерговкладом задавалась средняя за период мощность  $\Delta N$ , в результате при энергоподводе плотность энергии e увеличивалась на величину  $\Delta e = \Delta N \Delta t / \Delta S$  $(\Delta S - площадь зоны подвода энергии). При использовании модели источника с мгновен$ ным массовым энерговкладом задавалась удельная мощность (подвод энергии пропорционален локальной плотности газа). При этом задавалась средняя за период удельная мощность N, в результате чего плотность энергии увеличивалась на величину  $\Delta e = \rho N \Delta t$ .

Момент установления периодического решения определяется по среднему значению коэффициента сопротивления профиля  $C_x$ .

**Результаты расчета.** Расчеты проводились для профиля NACA-0012 и скоростного профиля, обтекаемых под углом атаки  $\alpha = 0^{\circ}$  трансзвуковыми потоками с числами Маха  $M_{\infty} = 0.80; 0.85$  и  $M_{\infty} = 0.75$  соответственно. Период подвода энергии  $\Delta t$  варьировался.

В случае обтекания симметричного профиля при использовании модели источника с мгновенным объемным энерговкладом задавалась средняя за период мощность  $\Delta N = 0.02$ . В модели источника с мгновенным массовым энерговкладом задавалась средняя за период удельная мощность N = 400, которая при подводе энергии с периодом  $\Delta t = 0.05$  в зоне  $x = 0.433 \div 0.528$  соответствует значению  $\Delta N \approx 0.02$ , т. е. тому же значению средней полной мощности, что и в первой модели ( $\Delta N = \int \rho N \, dS$ , интегрирование проводится по зоне энергоподвода; координата х вдоль хорды профиля отсчитывается от его носка; безразмерная длина хорды равна единице). При использовании обеих моделей получены близкие значения коэффициента сопротивления  $C_x = 0.0225; 0.0214$  соответственно (в отсутствие подвода энергии коэффициент волнового сопротивления равен  $C_x = 0.045\,88$ ). Несущественное различие значений подводимой энергии и коэффициента сопротивления наблюдается также при подводе энергии в зоне  $x = 0,609 \div 0,693$ . На рис. 1, *а* показана зависимость относительного коэффициента волнового сопротивления профиля  $\Delta C_x/C_x$  от периода подвода энергии  $\Delta t$ . При  $\Delta t = 0.05$  кривые 2 и 4 (а также кривые 1 и 3) расположены близко друг к другу, что подтверждает правомерность использования модели источника с мгновенным объемным энерговкладом. Однако при проведении дальнейших исследований возникла необходимость использования модели источника с мгновенным массовым энерговкладом.

Особенностью зависимостей, полученных с использованием модели источника энергии с мгновенным массовым энерговкладом (кривые 3–5 на рис. 1), является наличие максимумов. При этом величина максимума существенно зависит от положения источника. При



Рис. 1. Зависимости относительного коэффициента волнового сопротивления  $\Delta C_x/C_x$  (a) и подводимой мощности  $\Delta N$  (b) от периода подвода энергии: штрихпунктирные линии — модель источника с мгновенным объемным энерговкладом, сплошные — модель источника с мгновенным массовым энерговкладом; 1, 3 —  $x = 0,609 \div 0,693, 2, 4 - x = 0,433 \div 0,528, 5 - x = 0,3375 \div 0,3468$ 

 $x = 0,375 \div 0,468$  максимум четко выражен: изменению периода  $\Delta t$  в два раза по сравнению с оптимальным значением соответствует уменьшение волнового сопротивления более чем в четыре раза. Такое изменение свидетельствует о резонансном характере ударнового взаимодействия.

Оптимальная частота слабо зависит от положения источника. Сравнение кривых 1, 2 с кривыми 3–5 на рис. 1, *а* показывает, что для модели источника с мгновенным объемным энерговкладом оптимальная частота приблизительно в два раза больше, чем для модели с мгновенным массовым энерговкладом. Это обусловлено тем, что при использовании второй модели поглощаемая мощность на более низких частотах ( $\omega < 20$ ) больше, чем при использовании первой модели, и при увеличении  $\Delta t$  кривая зависимости  $\Delta C_x/C_x(\Delta t)$  смещается вверх. При этом зависимость поглощаемой мощности  $\Delta N$  от периода  $\Delta t$  также имеет максимум, который соответствует оптимальной частоте (см. рис. 1,  $\delta$ ).

Соответствие между зависимостями поглощаемой энергии и относительного уменьшения коэффициента волнового сопротивления от периода  $\Delta t$  не является полным, что обусловлено различным влиянием на них взаимодействия источника энергии и ударноволновой структуры течения. Кривая 3 на рис. 1, б лежит выше кривой 4, т. е. в случае, когда зона энергоподвода расположена ниже по течению (кривая 3), величина поглощаемой энергии больше, чем в случае, когда она расположена выше по течению (кривая 4). На первый взгляд это противоречит тому факту, что в невозмущенном подводом энергии потоке плотность газа уменьшается вниз по течению до замыкающего скачка уплотнения, и, следовательно, в зоне энергоподвода, расположенной ниже по течению, величина поглощаемой энергии должна быть меньше. Однако в случае, которому соответствует кривая 3 (зона энергоподвода расположена на большом расстоянии от носка профиля), устанавливающийся в результате подвода энергии скачок уплотнения расположен ниже по течению, чем в случае, которому соответствует кривая 4; поэтому он более сильный, и плотность газа за ним выше. Напомним, что скачок располагается перед зоной энергоподвода, поэтому значения поглощаемой энергии в первом случае больше (кривая 3). Наоборот, уменьшение коэффициента волнового сопротивления более существенно во втором случае (кривая 4). Значение поглощаемой энергии больше в тех областях, где плотность газа больше, а уменьшение волнового сопротивления вызвано изменением ударно-волновой структуры течения, которое определяется не только величиной подводимой мощности, но и положением источника энергии (а также частотой).

Некоторое представление об ударно-волновой структуре течения позволяет получить рис. 2, на котором показано распределение плотности газа по поверхности профиля непосредственно перед очередным подводом энергии. Вертикальные линии соответствуют положению зон подвода энергии  $x = 0,609 \div 0,693$  (кривые 1, 3) и  $x = 0,433 \div 0,528$  (кривые 4, 4'). Во всех вариантах расчета подвод энергии осуществлялся перед невозмущенным положением замыкающего скачка уплотнения. В результате импульсного периодического подвода энергии замыкающий скачок смещается вверх по потоку. При использовании модели источника с мгновенным объемным энерговкладом скачок уплотнения пересекает зону энергоподвода (кривая 1 на рис. 2). При использовании модели с мгновенным массовым энерговкладом скачок устанавливается перед зоной энергоподвода (кривые 3, 4). Более значительное смещение замыкающего скачка уплотнения при использовании второй модели (ср. кривые 1 и 3 на рис. 2) приводит к более существенному уменьшению волнового сопротивления профиля. Вместе с тем такое смещение скачка обусловлено большей плотностью газа в зоне энергоподвода (ср. кривые 1 и 3 на рис. 2). Таким образом, имеет место взаимное влияние большей плотности газа в зоне подвода энергии, более значительного поглощения энергии и более существенного смещения замыкающего скачка уплотнения вверх по потоку, где плотность газа выше. Как следствие при использовании модели источника



Рис. 2. Распределение плотности газа по контуру профиля: штрихпунктирная линия — модель источника с мгновенным объемным энерговкладом, сплошные — модель источника с мгновенным массовым энерговкладом; 1, 3  $x = 0,609 \div 0,693, 4, 4' - x = 0,433 \div 0,528$  (4 — момент времени t, 4' — момент времени  $t + 10\Delta t$ ); вертикальные линии — положение зон подвода энергии

с мгновенным массовым энерговкладом наблюдается более значительное уменьшение волнового сопротивления профиля. В случае, когда зона энергоподвода расположена выше по потоку, где плотность газа больше (кривая 4), замыкающий скачок уплотнения смещается еще более значительно. Однако скачок становится более слабым, и за ним (в зоне подвода энергии) плотность газа несколько меньше, чем в случае, которому соответствует кривая 3. Поэтому при несколько меньших значениях подводимой энергии достигается еще более существенное уменьшение волнового сопротивления.

От зоны подвода энергии во всех направлениях распространяется ударная волна, взаимодействие которой с замыкающим скачком уплотнения приводит к его смещению. В работах [6, 7] показано, что "взрывной" механизм смещения замыкающего скачка уплотнения является определяющим. В области между профилем и новым положением замыкающего скачка наблюдается последовательность волн сжатия, которые распространяются вдоль профиля вниз по потоку. В результате давление в кормовой части профиля повышается, а сопротивление уменьшается. При низкой частоте подвода энергии волны сжатия практически не взаимодействуют и не усиливают друг друга. При этом на профиль попадает только одна волна сжатия. Уменьшение волнового сопротивления происходит главным образом за счет некоторого смещения замыкающего скачка уплотнения. Состояние газа в зоне подвода энергии успевает в значительной мере восстановиться. Устанавливается решение с периодом, равным  $\Delta t$ . При этом в потоке наблюдается пространственная волновая структура. В этом случае смещение зоны подвода энергии вверх по потоку приводит к менее значительному уменьшению волнового сопротивления.

При увеличении частоты подвода энергии возможно взаимодействие указанных волн сжатия, приводящее к их усилению. На профиль попадают волны сжатия, число которых зависит от положения зоны энергоподвода. Для этого случая на рис. 3,*a* представлено поле давления *p* в области течения перед очередным подводом энергии ( $M_{\infty} = 0.85$ ,  $x = 0.3375 \div 0.3468$ ,  $\Delta t = 0.1$ ). Для сравнения на рис. 3,*б* представлено поле *p* в отсутствие подвода энергии. Происходит значительное снижение волнового сопротивления профиля. В области за замыкающим скачком уплотнения наблюдаются пространственно-временные



Рис. 3. Поле давления при М $_{\infty} = 0,85$ : a — при подводе энергии в зоне  $x = 0,3375 \div 0,3468$  при  $\Delta t = 0,1; \delta$  — в отсутствие подвода энергии

колебания поля течения, при этом положение самого скачка не меняется. Состояние газа в зоне подвода энергии не успевает восстановиться за промежуток времени  $\Delta t$ . Для этого требуется более значительное время. При оптимальном периоде энергоподвода имеют место резонансные явления. Колебания плотности газа вблизи профиля показаны на рис. 2 (ср. кривые 4 и 4' для моментов времени, разделенных интервалом  $10\Delta t$ , когда флуктуация плотности наибольшая). В этом случае почти полное разрушение сверхзвуковой зоны и наличие пространственно-временных колебаний поля течения (см. рис. 3,a) обеспечивают уменьшение волнового сопротивления профиля почти на порядок (точка максимума на кривой 5 на рис. 1,a). При дальнейшем увеличении частоты подвода энергии (соответственно при уменьшении периода) средние значения подводимой энергии уменьшаются, скачки уплотнения становятся более слабыми, ударно-волновое взаимодействие также ослабевает.

С уменьшением числа Маха полета волновое сопротивление крыловых профилей уменьшается. Однако и в этом случае резонансные эффекты, обусловленные подводом энергии, приводят к существенному уменьшению значения  $C_x$ : при  $M_{\infty} = 0.8$ ,  $\Delta t = 0.1$  — в 1.6 раза.

Подобные эффекты наблюдаются при обтекании скоростных профилей потоком с  $M_{\infty} = 0.75$ . На рис. 4 для такого профиля представлены зависимости коэффициента волнового сопротивления  $C_x$  и аэродинамического качества K от периода  $\Delta t$ . В рассмотренном интервале значений  $\Delta t$  использование модели источника с мгновенным объемным энерговкладом (кривые 1) обеспечивает минимальное сопротивление и максимальное аэродинамическое качество при непрерывном подводе энергии (значение  $\Delta t = 0$  соответствует непрерывному энергоподводу). При использовании модели с мгновенным массовым энерговкладом (кривая 2) существует оптимальная частота импульсного периодического подвода энергии, при которой достигаются минимум сопротивления и максимум качества. Этот эффект имеет место как в зоне  $x = 0.567 \div 0.600$  (сплошные линии), так и в зоне  $x = 0.843 \div 0.864$  (штриховые линии).



Рис. 4. Зависимости коэффициента волнового сопротивления  $C_x$  (a) и аэродинамического качества K (б) несущего профиля от периода  $\Delta t$  при  $M_{\infty} = 0,75$ : сплошные линии —  $x = 0,567 \div 0,600$ , штриховые —  $x = 0,843 \div 0,864$ , штрихпунктирные — значения  $C_x$ , K в отсутствие подвода энергии; 1 — модель источника с мгновенным объемным энерговкладом, 2 — модель источника с мгновенным массовым энерговкладом

Заключение. В результате проведенного исследования установлено, что учет зависимости поглощения энергии газом от его плотности приводит к усилению нелинейных эффектов взаимодействия замыкающего скачка уплотнения, источника энерговыделения и поверхности профиля. При некоторой оптимальной частоте мгновенного массового энерговклада обнаружен четко выраженный минимум волнового сопротивления. Положение минимума приблизительно соответствует положению максимума поглощенной энергии и наиболее сильному нелинейному взаимодействию волн сжатия, вызванных подводом энергии, что приводит к практически полному исчезновению замыкающего скачка уплотнения.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Нелинейные эффекты при импульсном периодическом подводе энергии вблизи симметричного профиля, обтекаемого трансзвуковым потоком // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 3. С. 64–71.
- 2. Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Влияние несимметричного импульсного периодического подвода энергии на аэродинамические характеристики крыловых профилей // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 6. С. 70–76.
- 3. Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Влияние одностороннего нестационарного подвода энергии на аэродинамические характеристики крыловых профилей при трансзвуковом обтекании // ПМТФ. 2008. Т. 49, № 6. С. 82–87.
- 4. Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Аэродинамические характеристики скоростных профилей при подводе энергии // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 5. С. 36–45.
- 5. Фомин В. М., Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Закон стабилизации распределения газодинамических параметров вдоль обтекаемого трансзвуковым потоком профиля при импульсно-периодическом подводе энергии // Докл. АН. 2008. Т. 422, № 4. С. 484–486.
- Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Газодинамический механизм влияния импульсного периодического подвода энергии на ударно-волновую структуру трансзвукового обтекания крыловых профилей // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 2. С. 201–208.

- Замураев В. П. О механизме влияния низкочастотного источника энергии на ударноволновую структуру при трансзвуковом обтекании профиля // Журн. техн. физики. 2009. Т. 79, вып. 5. С. 146–149.
- 8. Христианович С. А. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1981.
- Гувернюк С. В., Самойлов А. Б. Об управлении сверхзвуковым обтеканием тел с помощью пульсирующего теплового источника // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23, вып. 9. С. 1–8.
- Третьяков П. К., Гаранин А. Ф., Грачев Г. Н. и др. Управление сверхзвуковым обтеканием тел с использованием мощного оптического пульсирующего разряда // Докл. РАН. 1996. Т. 351, № 3. С. 339–340.
- 11. Аульченко С. М., Замураев В. П., Знаменская И. А. и др. О возможности управления трансзвуковым обтеканием профилей с помощью подвода энергии на основе наносекундного разряда типа "плазменный лист" // Журн. техн. физики. 2009. Т. 79, вып. 3. С. 17–27.
- 12. Георгиевский П. Ю., Левин В. А. Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий поток // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2003. № 5. С. 154–167.
- Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Трансзвуковое обтекание крыловых профилей при подводе энергии и учете реальных свойств воздуха // Инж.-физ. журн. 2010. Т. 83, № 3. С. 502–508.

Поступила в редакцию 18/V 2010 г., в окончательном варианте — 24/IX 2010 г.