

УДК 532.528, 532.522.2

## ДЕФОРМАЦИЯ ГРАНИЦ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КАВЕРНЫ ГАЗОВЫМИ СТРУЯМИ

А. Н. Варюхин

Филиал Центрального аэрогидродинамического института им. Н. Е. Жуковского  
“Московский комплекс ЦАГИ”, 105005 Москва  
E-mail: bosporecz@gmail.com

Предложен метод расчета малых деформаций границ осесимметричной каверны при натекании на них газовых струй. При этом на конфигурацию и характеристики системы сопел, из которых истекают струи, ограничения не налагаются. Проведено сравнение результатов численных расчетов с результатами, полученными с использованием известных полуэмпирических методов, и экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** суперкавитация, геометрия тонких каверн, газовые струи, натекание газовых струй на препятствия.

**Введение.** Для создания кавитационных полостей, как правило, используется метод поддува газа с образованием так называемых вентилируемых каверн. Для того чтобы не искажалась геометрия каверны, газ подается в нее непосредственно за кавитатором с предельно малыми скоростями. Однако на практике удовлетворить этим условиям часто оказывается невозможным, поэтому на границах каверны высоконапорные газовые струи создают избыточное поле давления, что неизбежно приводит к деформации границ.

В работе [1] рассмотрена задача о малых деформациях тонкой осесимметричной каверны под воздействием различных факторов, например избыточного давления на жидких границах. Распределение давления для вычисления значений деформаций необходимо определить другим способом, например из эксперимента. В работе [2] рассчитана форма каверны при натекании на ее границу дозвуковой струи с круговым поперечным сечением, при этом распределение давления бралось из эксперимента при взаимодействии струи с плоской преградой. Однако такая методика, в которой проведение трудоемких экспериментов сочетается с неопределенной погрешностью вычисления возмущений жидких границ, является несовершенной.

Цель настоящей работы состоит в создании метода расчета формы каверны при наличии в ее полости газовых струй без использования экспериментальных данных. Для этого необходима постановка гидрогазодинамической задачи, в которой течение газа в каверне и течение жидкости вне ее являются взаимосвязанными. Данная задача решается с использованием уравнений [1] для малых деформаций границы каверны и уравнений Навье — Стокса для течения газа в полости деформированной каверны.

**Постановка задачи.** Положим, что в безграничной, невязкой и несжимаемой жидкости с постоянной скоростью движется кавитатор, за которым образуется тонкая осесимметричная кавитационная полость с постоянным давлением на границе. Параметром тонкости такой каверны (которую будем называть невозмущенной) является величина  $\varepsilon = R_k/L_k \ll 1$  ( $R_k$  — радиус каверны;  $L_k$  — длина половины каверны). Форма каверны  $r = R_0(x)$  полагается известной (рис. 1).

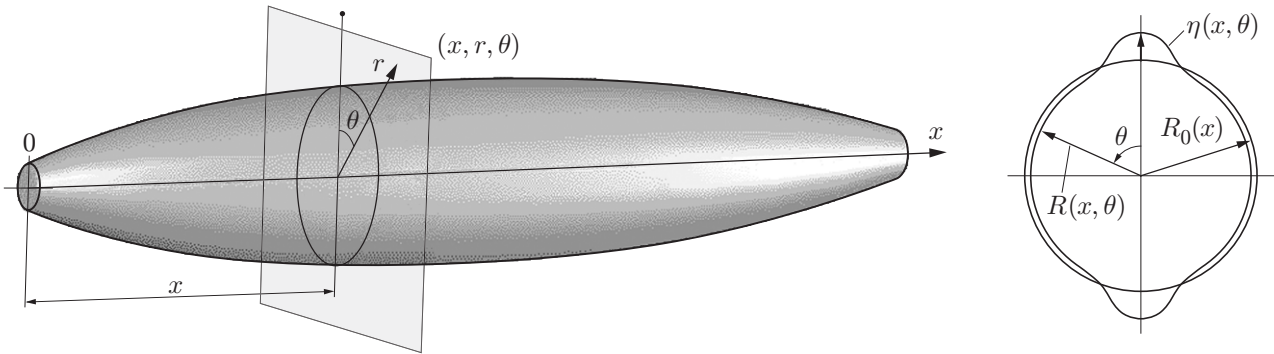


Рис. 1. Схема каверны в системе координат

Поместим в полость невозмущенной каверны произвольную систему сопел, из которых истекают газовые струи. Тогда на жидких границах создается дополнительное поле давления  $\Delta p(x, \theta)$  (добавочное число кавитации  $\Delta\sigma = -\Delta p/(\rho V_0^2/2)$ , где  $V_0$  — скорость движения кавитатора), что приводит к деформации исходной формы каверны.

Необходимо найти форму деформированной каверны  $R(x, \theta) = R_0(x) + \eta(x, \theta)$ , где  $\eta(x, \theta)$  — деформация жидких границ, обусловленная избыточным давлением  $\Delta p(x, \theta)$ . Система координат показана на рис. 1. Течение газа будем полагать подчиняющимся системе уравнений Навье — Стокса. Значения деформаций  $\eta(x, \theta)$  определяются совместным решением уравнений Эйлера (для жидкости) и уравнений Навье — Стокса (для газа) при выполнении на границе раздела жидкость — газ условий равенства статических давлений, касательных и нормальных скоростей, а также с учетом влияния теплового потока на жидкой границе.

В работе [1] при выводе уравнений малых деформаций тонкой осесимметричной каверны с использованием параметра малости  $\delta = \eta/R_0 \ll 1$  получена бесконечная система линейных уравнений относительно коэффициентов разложения деформаций в ряд Фурье. Для рассматриваемой задачи с точностью до  $\varepsilon\delta$  эта система имеет вид

$$\begin{aligned} R_0\eta_0'' + 2R_0'\eta_0' + R_0''\eta_0 &= -(k/2)\Delta\sigma_0, & j = 0, \\ R_0\eta_j'' + 2R_0'\eta_j' - (j-1)R_0''\eta_j &= -(j/2)\Delta\sigma_j, & j > 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где штрих означает дифференцирование по продольной координате  $x$ ; коэффициент  $k = 0,55$ ;  $\eta_j$ ,  $\Delta\sigma_j$  — коэффициенты разложения величин  $\eta$  и  $\Delta\sigma$  в ряд Фурье на отрезке  $[0, 2\pi]$ :

$$\Delta\sigma(x, \theta) = \sum_0^\infty \Delta\sigma_j(x) \cos j\theta, \quad \eta(x, \theta) = \sum_0^\infty \eta_j(x) \cos j\theta.$$

Все величины в уравнениях являются безразмерными. В качестве линейного масштаба для системы (1) можно выбрать любую характерную величину, например радиус диска кавитатора  $R_n$ .

Приведем приближенные зависимости геометрических параметров тонкой невозмущенной каверны, взятые из работ [3, 4]. Уравнение невозмущенной каверны имеет вид

$$R_0(x) = (1 + 3x)^{1/3}, \quad x < 2, \quad R_0^2(x) = 0,366 + 0,89(x - 2) - \sigma(x - 2)^2/4, \quad x \geq 2,$$

радиус миделева сечения такой каверны  $R_k = R_n\sqrt{C_x(1 + \sigma)}/\sigma$ , длина половины каверны  $L_k \approx 1,84R_n/\sigma$ .

Для решения системы (1) необходимо знать распределение давления  $\Delta\sigma(x, \theta)$  на поверхности каверны, которое в общем случае зависит от конкретной реализации системы поддува и является функцией многих параметров.

В работе [2] распределение давления бралось из эксперимента, в котором осесимметричная струя с круговым поперечным сечением натекала на плоскую преграду. При этом полагалось, что возмущающее каверну избыточное давление сосредоточено на небольшом отрезке  $\Delta x \ll L_k$ .

В данной работе распределение давления на границе каверны находится путем численного решения системы уравнений Навье — Стокса, а точнее, системы уравнений Рейнольдса с  $(k-e)$ -моделью турбулентности для определения поля течения газа в полости каверны.

**Методика расчета формы неосесимметричной каверны.** Поскольку структура поля течения газа в полости каверны существенно зависит от ее геометрии, использовался подход, при котором в процессе интегрирования уравнений течений газа граница расчетной области, а следовательно, расчетная сетка перестраиваются, в итоге форма границы расчетной области устанавливается в соответствии с распределением давления. Суть данного подхода состоит в следующем: 1) граница каверны предполагается непроницаемой для газа, что означает равенство нормальных и касательных скоростей газа и жидкости на границе каверны; 2) на границе расчетной области, соответствующей поверхности каверны, задается тепловой поток, обеспечивающий изотермическое течение в кормовой части каверны [5]; 3) внутри каверны течение газа определяется путем интегрирования уравнений Навье — Стокса по времени; 4) на определенном шаге решения уравнений течений газа с использованием полученного распределения давления решается система (1) и находится новая форма каверны; через некоторое число шагов по времени граница расчетной области деформируется, и дальнейший расчет повторяется до тех пор, пока форма каверны не установится.

Расчет течения газа проводился в Московском физико-техническом институте с использованием программного комплекса ANSYS CFX 10.0 (лицензия ANSYS 367402). В этом программном комплексе реализована возможность деформации границ расчетной области по закону, заданному в пользовательской подпрограмме, созданной для решения задачи о деформации границы расчетной области. В процессе расчета в подпрограмму передаются значения статического давления в каждом узле сетки на границе области, а из подпрограммы передаются новые координаты узлов поверхностной сетки. После этого выполняется цикл расчета, и процедура повторяется.

В ходе выполнения подпрограммы значения давления интерполируются на равномерную расчетную сетку, состоящую из  $N_x$  элементов вдоль оси каверны и  $2N_p$  элементов по угловой координате. Значения давления задаются в центрах элементов. Из конечно-разностного соотношения, полученного из (1), находятся компоненты ряда Фурье малых возмущений:

$$\eta_{jk} = \frac{-j\Delta x^2 \Delta \sigma_{jk}/2 + 2R_{0k-1}\eta_{jk-1} - R_{0k-2}\eta_{jk-2}}{(1-j)R_{0k} + 2jR_{0k-1} - jR_{0k-2}},$$

$$k = 1, \dots, N_x, \quad j = ni, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Здесь  $\Delta x = (x_{\max} - x_0)/N_x$  — длина интервала равномерной сетки в направлении оси каверны;  $R_{0k} = R_0(x_k)$  — приведенный радиус невозмущенной каверны в сечении с координатой  $x_k = \Delta x k$ ;  $\eta_{jk} = \eta_j(x_k)$  —  $j$ -я компонента ряда Фурье возмущения поперечного сечения каверны с координатой  $x_k$ . Проведенные вычисления и сравнение с экспериментальными данными [2] показывают, что достаточно использовать первые 10 членов ряда (1).

Затем полученное решение для  $R_0(x_k)$ ,  $\eta_j(x_k)$  на равномерной сетке интерполируется в узлы сетки, в которых заданы значения давления. Далее рассчитывается отклонение каждого узла от первоначального положения, и это значение передается в буфер обмена данными между решателем ANSYS CFX и подпрограммой.

По заданным перемещениям узлов на границе расчетной области в решателе CFX самостоятельно производится деформация расчетной сетки в области, и на сетку интерполируются поля газодинамических величин, полученных на предыдущем шаге по времени.

В процессе расчета вычисляется также изменение объема расчетной области. Эта величина используется в качестве критерия сходимости решения. В расчете используются дополнительные граничные условия: 1) на поверхности тела и сопла скорость равна нулю (условие прилипания); 2) на входе в сопло задаются массовый расход и температура торможения газа; 3) на выходе из области (кормовая часть каверны) задается статическое давление, вычисляемое с помощью полуэмпирического выражения [5]

$$\frac{G_{\Sigma}}{\rho_n} = K V_0 \pi R_n^2 \frac{C_x(1 + \sigma)}{\sigma} \left(1 - \frac{\sigma}{Eu}\right),$$

где  $K \approx 0,35$  — эмпирический коэффициент;  $\rho_n$  — плотность газа при нормальных условиях;  $G_{\Sigma}$  — массовый поток газа, протекающий через миделево сечение каверны;  $Eu$  — число Эйлера.

**Результаты расчета и сравнение с экспериментом.** Для того чтобы проверить правильность выбранного подхода, проведены расчеты для случая, описанного в [2], для которого имеются экспериментальные данные и результаты расчета, полученные с использованием полуэмпирического подхода.

На рис. 2 представлен общий вид экспериментальной установки. Осесимметричная каверна образуется с помощью поддува воздуха при движении кавитатора в воде. Внутри каверны перпендикулярно ее оси симметрично установлены два сопла, из которых истекают струи воздуха, деформирующие каверну.

При расчете используются следующие данные: скорость движения кавитатора  $V_0 = 8$  м/с; радиус диска-кавитатора  $R_n = 13$  мм; число кавитации невозмущенной каверны  $\sigma = 0,0432$ ; диаметр сопел  $d_c = 5$  мм; расстояние от кавитатора до центра выходного сечения сопла вдоль оси каверны  $x_c = 208$  мм; давление на глубине движения  $P_h = 105\,500$  Па; температура торможения поддуваемого и истекающего из сопел воздуха  $T_0 = 288$  К; массовый расход газа на поддув  $G = 0,035$  кг/с, что соответствует объемному расходу  $Q = 0,027$  м<sup>3</sup>/с при нормальных условиях; удельный импульс струи поддува  $\bar{J} = J/(C_x \pi R_n^2 \rho V_0^2 / 2) \approx 0,2$ .

Проведена серия расчетов при различных удельных импульсах струи. Ниже приводятся результаты для импульса истекающей из сопла струи  $J_c = 0,48$  Н, соответствующего массовому расходу газа  $G = 0,003\,47$  кг/с.

При решении данной задачи на границе расчетной области, соответствующей поверхности каверны, тепловой поток задавался равным нулю, так как температура торможения газа перед соплом равна температуре жидкости, максимальная скорость течения газа

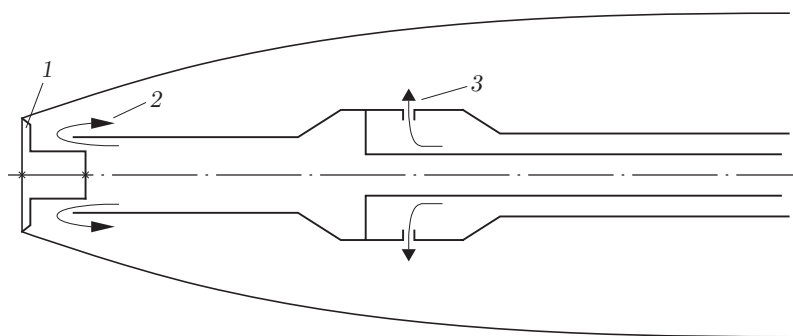


Рис. 2. Схема экспериментальной установки:  
1 — кавитатор, 2 — поддув, 3 — сопло

соответствует числу Маха  $M = 0,3$ , т. е. течение газа практически изотермическое. Расчетная область строилась в программном комплексе SolidWorks 2005, расчетная сетка — в программном комплексе ANSYS ICEM CFD 10.0. Для расчетов использовалась структурированная гексагональная сетка. В силу симметрии задачи расчетная область включает только половину каверны.

Установлено, что в данной задаче качество разрешения пограничного слоя расчетной сеткой незначительно влияет на основное течение и форму каверны. В пограничном слое на основном участке границы высота первой ячейки  $\Delta y_1 = 0,05$  мм, на поверхности сопла  $\Delta y_1 = 0,01$  мм. Из расчета следует, что на поверхности тела  $y^+ = \Delta y_1/l_\tau \leq 50$ , на стенках сопла  $y^+ = \Delta y_1/l_\tau \leq 10$  ( $l_\tau$  — характерный вязкий масштаб). Расчетная сетка состояла из 457 000 элементов.

Расчет течения проводился в два этапа. На первом этапе задавалась начальная форма границы каверны, которая в процессе расчета течения газа не деформировалась. На следующем этапе с использованием этого решения в качестве начального приближения выполнялся расчет для деформированной границы.

Интегрирование по времени проводилось по неявной схеме второго порядка с шагом  $\Delta t = 0,0001$  с, при этом среднее по области число Куранта не превышало 10. На каждом шаге проводилось пять внутренних итераций. Для аппроксимации пространственных производных использовалась TVD-схема второго порядка точности.

На рис. 3 показана рассчитанная форма половины каверны, деформированной под воздействием газовых струй.

На рис. 4 представлено распределение числа кавитации на поверхности каверны в сечении плоскостью симметрии ( $\alpha$  — угол установки сопла). Видно, что в месте натекания струи распределение числа кавитации имеет пикообразный провал. В месте натекания струи поддува в носовой части число кавитации меньше (следовательно, давление больше), чем на большей части каверны.

На рис. 5 приведены профили возмущенной и невозмущенной каверн в плоскости симметрии, полученные в [2] и в настоящей работе. Некоторое различие профилей в кормовой части может быть обусловлено всплыванием каверны, так как эксперимент выполнялся при относительно небольших числах Фруда.

На рис. 6 приведены профили каверны в поперечных плоских сечениях, полученные в данной работе и в [2]. Имеющиеся различия находятся в пределах погрешности, принятой при выводе уравнений (1).

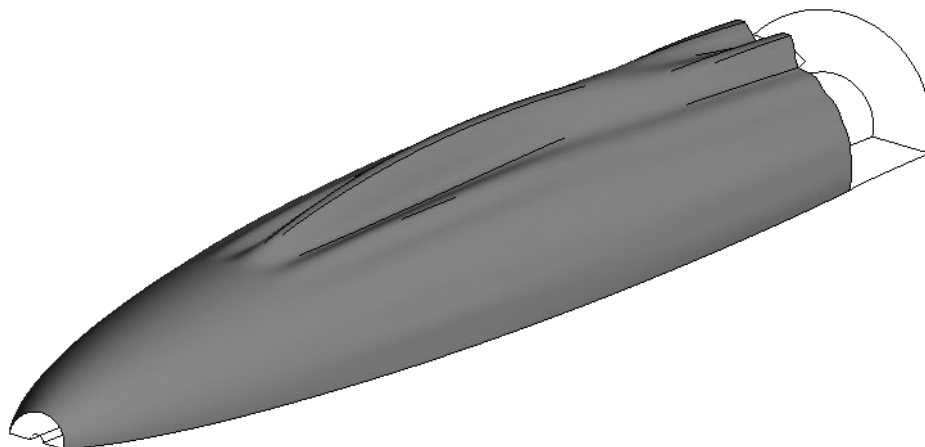


Рис. 3. Рассчитанная форма каверны

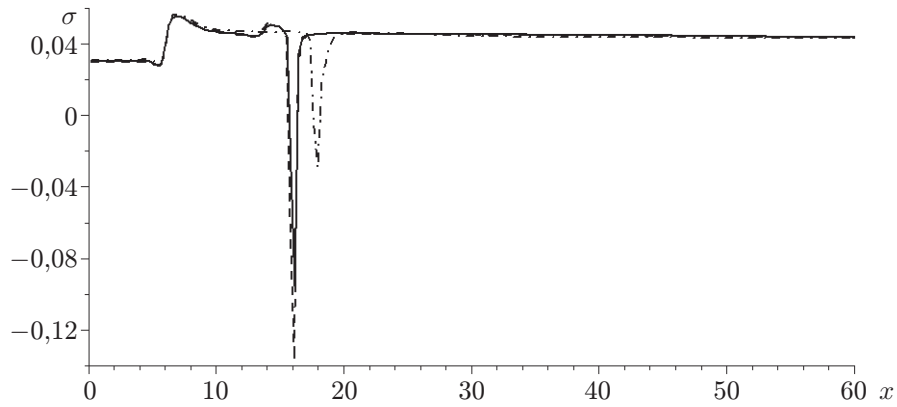


Рис. 4. Распределение числа кавитации на поверхности каверны в сечении плоскостью симметрии:

сплошная линия —  $J_c = 0,34$  Н,  $\alpha = 90^\circ$ , штриховая —  $J_c = 0,48$  Н,  $\alpha = 90^\circ$ , штрих-пунктирная линия —  $J_c = 0,48$  Н,  $\alpha = 45^\circ$

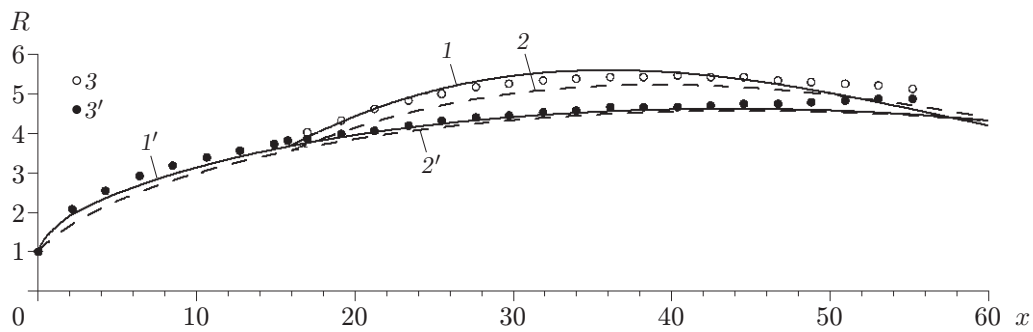


Рис. 5. Профили возмущенной (1–3) и невозмущенной (1'–3') каверн в сечении плоскостью симметрии ( $J_c = 0,48$  Н,  $\alpha = 90^\circ$ ):

1, 1' — численный расчет; 2, 2' — расчет [2]; 3, 3' — эксперимент [2]

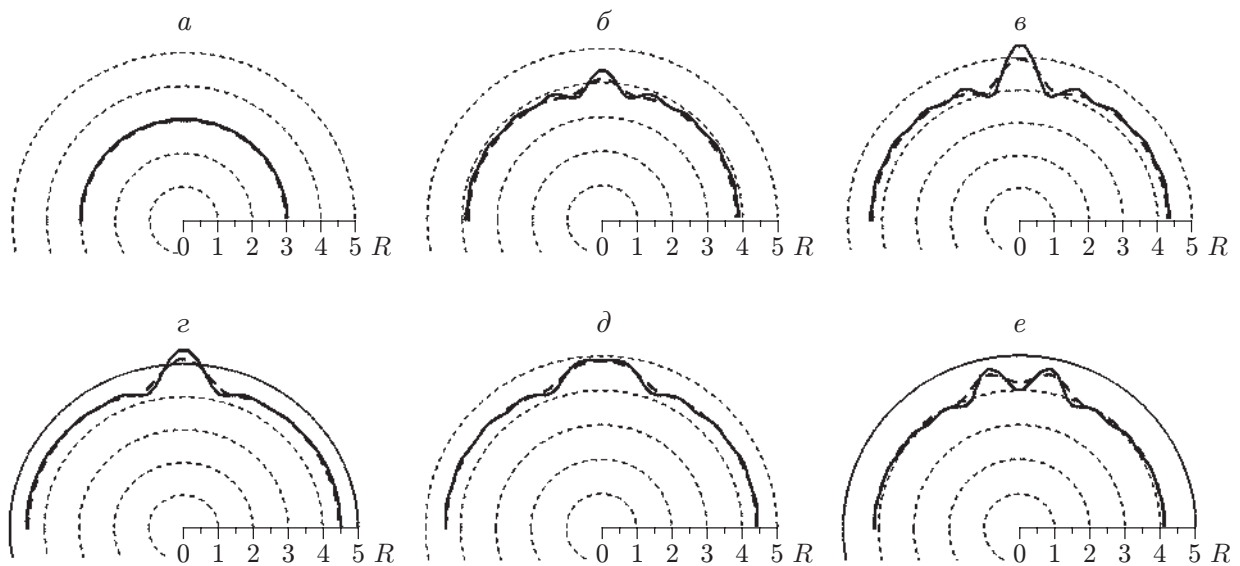


Рис. 6. Профили каверны в поперечных сечениях:

а —  $x = 10$ ; б —  $x = 20$ ; в —  $x = 30$ ; г —  $x = 40$ ; д —  $x = 50$ ; е —  $x = 60$ ; сплошные линии — численный расчет, штриховые — расчет [2]

**Заключение.** Разработан метод расчета формы вентилируемой каверны, моделируемой стенкой с условием непротекания через нее. Форма стенки зависит от распределения давления, которое определяется путем совместного решения системы (1) и уравнений течения газа внутри каверны. В процессе расчета расчетная область перестраивается таким образом, чтобы форма каверны соответствовала рассчитанному на предыдущем шаге распределению давления, после чего вновь проводится расчет поля течения. Сравнение полученных результатов с известными экспериментальными и расчетными данными показывает, что они хорошо согласуются.

Разработанный метод расчета позволяет исследовать влияние на форму каверны расположения и конфигурации сопел, свойств и параметров поддуваемого газа.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Журавлев Ю. Ф.** Методы теории возмущений в пространственных струйных течениях // Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1973. Вып. 1532. С. 2–24.
2. **Журавлев Ю. Ф., Романовский Б. И.** Деформация границ каверны газовыми струями, истекающими внутрь ее полости // Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1985. Вып. 2294. С. 16–25.
3. **Логвинович Г. В.** Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969.
4. **Парышев Э. В.** Вопросы расчета нестационарных кавитационных течений // Гидродинамика развитых кавитационных течений: Сб. науч. тр. М.: Центр. аэрогидродинам. ин-т, 2003. Вып. 2644. С. 75–92.
5. **Журавлев Ю. Ф.** Взаимодействие газовых струй с каверной // Сборник статей по проблемам движения тел в жидкости с большими скоростями. М.: Центр. аэрогидродинам. ин-т, 2002. С. 57–63.

*Поступила в редакцию 8/X 2007 г.*

---