

6. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
7. Воинов О. В., Петров А. Г. Об устойчивости малого тела в неоднородном потоке.— ДАН СССР, 1977, т. 237, № 6.
8. Carlos C. R., Richardson J. F. Solids movement in liquid fluidized beds. I. Particle velocity distribution.— Chem. Eng. Sci., 1968, vol. 23, p. 813.
9. Дэвидсон И. Ф., Харрисон Д. Псевдосжижение. М.: Химия, 1974.
10. Maude A. D., Whitmore R. L. A generalized theory of sedimentation.— Brit. J. Appl. Phys., 1958, vol. 9, N 12.
11. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1976.

УДК 532.516

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ВИХРЕЙ ТЕЙЛОРА МЕЖДУ НАГРЕТЫМИ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЦИЛИНДРАМИ

В. В. Колесов
(Ростов-на-Дону)

Экспериментальные наблюдения [1—4] показывают, что в результате потери устойчивости неизотермического течения Куэтта между вращающимися с различными угловыми скоростями концентрическими цилиндрами может возникнуть вторичное стационарное течение типа вихрей Тейлора (вращательно-симметричные тороидальные вихревые ячейки, регулярно расположенные вдоль оси цилиндров). В [5] это вторичное течение было найдено методом Ляпунова — Шмидта в случае, когда цилиндры вращаются в одну сторону и число Прандтля равно единице.

В данной работе приводятся результаты вычислений вихрей Тейлора как для случая, когда цилиндры вращаются в одну сторону, так и для случая противоположного направления вращения цилиндров. Изменение структуры вихрей при изменении значений параметров задачи проиллюстрировано на картине линий тока вторичного течения. Получены аналитические зависимости амплитуды вихрей и декремента неизотермического течения Куэтта от числа Прандтля, избавляющие от необходимости проводить трудоемкие расчеты и позволяющие установить некоторые свойства основного и вторичного режимов. Следует отметить, что аналогичная зависимость амплитуды вторичного режима от числа Прандтля для стационарной задачи о свободной конвекции в слое жидкости была установлена и использована при расчетах в работе [6].

1. Ряды Ляпунова — Шмидта. Пусть вязкая однородная теплопроводная жидкость заполняет полость между двумя бесконечными твердыми концентрическими цилиндрами. Радиусы, угловые скорости и температуры внутреннего и внешнего цилиндров обозначим соответственно R_1 , Ω_1 , Θ_1 и R_2 , Ω_2 , Θ_2 .

Предположим, что внешние массовые силы отсутствуют и расход жидкости через поперечное сечение полости цилиндров равняется нулю. Тогда уравнения Навье—Стокса и уравнение теплопроводности допускают точное решение (неизотермическое течение Куэтта) с вектором скорости $\mathbf{U}_0 = \{u_{0r}, u_{0\varphi}, u_{0z}\}$, температурой T_0 и давлением $\Pi_0(r, \varphi, z)$ — безразмерные цилиндрические координаты):

$$(1.1) \quad \mathbf{U}_0 = \{0, V_0(r), 0\}, \quad V_0 = ar + b/r, \quad T_0 = c \ln r + 1,$$

$$\Pi_0 = \int_1^r \frac{V_0^2(\rho)}{\rho} \left(1 - \frac{\mu}{Pr} \ln \rho\right) d\rho + \text{const},$$

$$a = (\Omega R^2 - 1)/(R^2 - 1), \quad b = 1 - a, \quad c = (\Theta - 1)/\ln R,$$

где $\mu = \beta c \Theta_1 Pr$ — число Рэлея; $Pr = \nu/\chi$ — число Прандтля; β , ν и χ — соответственно коэффициенты теплового расширения, кинематической

вязкости и температуропроводности; $R = R_2/R_1$; $\Omega = \Omega_0/\Omega_1$; $\Theta = \Theta_0/\Theta_1$.

Требуется найти вращательно-симметричное вторичное стационарное течение, возникающее в результате потери устойчивости течения (1.1).

Применяя методику [7] и используя результаты [5], убеждаемся, что в малой окрестности критического значения числа Рейнольдса вторичное течение можно представить в виде степенных рядов:

$$(1.2) \quad \begin{aligned} v_r &= \varepsilon A u_1(r) \cos \alpha z + \varepsilon^2 A^2 \lambda_0 u_2(r) \cos 2\alpha z + O(\varepsilon^3), \\ v_\varphi &= V_0(r) + \varepsilon A v_1(r) \cos \alpha z + \varepsilon^2 A^2 \lambda_0 [v_2(r) \cos 2\alpha z + v_0(r)] + O(\varepsilon^3), \\ v_z &= \varepsilon A w_1(r) \sin \alpha z + \varepsilon^2 A^2 \lambda_0 w_2(r) \sin 2\alpha z + O(\varepsilon^3), \\ T &= T_0 + c \text{Pr}(\varepsilon A \tau_1(r) \cos \alpha z + \varepsilon^2 A^2 \lambda_0 [\tau_2(r) \cos 2\alpha z + \tau_0(r)]) + O(\varepsilon^3), \\ \Pi &= \Pi_0 + (\varepsilon A q_1(r) \cos \alpha z + \varepsilon^2 A^2 \lambda_0 [q_2(r) \cos 2\alpha z + q_0(r)])/\lambda_0 + O(\varepsilon^3), \end{aligned}$$

где α — волновое число; $\varepsilon = [(\lambda - \lambda_0) \text{sign}(g)]^{1/2}$ — малый параметр; $\lambda = \Omega_1 R_1^2/\nu$ — число Рейнольдса; λ_0 — его критическое значение. Амплитуда вихрей A и постоянная g находятся по формулам

$$(1.3) \quad \begin{aligned} A &= \sqrt{|g|}/\lambda_0, \quad g = 2I_1/I_2, \\ I_1 &= \int_1^R [(2\omega_1 v_1 - \mu\omega_2 \tau_1) u + (g_1 v - g_2 \tau) u_1] r dr, \\ I_2 &= \int_1^R (f_1 u + f_2 v + f_3 w + \text{Pr} f_4 \tau) r dr, \\ f_1 &= u_1 \frac{du_2}{dr} + u_2 \frac{du_1}{dr} - \alpha(u_1 w_2 + 2u_2 w_1) - \frac{2}{r} v_1(v_2 + 2v_0), \\ f_2 &= u_1 \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) (v_2 + 2v_0) + u_2 \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) v_1 - \alpha(v_1 w_2 + 2v_2 w_1), \\ f_3 &= u_1 \frac{dw_2}{dr} - u_2 \frac{dw_1}{dr} - \alpha w_1 w_2, \\ f_4 &= u_1 \frac{d}{dr} (\tau_2 + 2\tau_0) + u_2 \frac{d\tau_1}{dr} - \alpha(\tau_1 w_2 + 2\tau_2 w_1), \\ \omega_1 &= \bar{V}_0/r, \quad \omega_2 = V_0^2/r, \quad g_1 = -2a, \quad g_2 = 1/r. \end{aligned}$$

Для определения критического значения числа Рейнольдса и функций u_1, v_1, τ_1 требуется найти наименьшее положительное собственное значение λ_0 спектральной задачи

$$(1.4) \quad \begin{aligned} L_\alpha^2 u_1 &= \alpha^2 \lambda (2\omega_1 v_1 - \mu\omega_2 \tau_1), \quad L_\alpha v_1 = -\lambda g_1 u_1, \\ \left(L_\alpha + \frac{1}{r^2} \right) \tau_1 &= \lambda g_2 u_1, \quad L_\alpha \equiv \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{1}{r^2} - \alpha^2, \\ du_1/dr &= u_1 = v_1 = \tau_1 = 0 \quad (r = 1, R). \end{aligned}$$

Функции w_1, q_1 имеют вид

$$w_1 = -\frac{1}{\alpha r} \frac{d}{dr} (r u_1), \quad q_1 = -\frac{1}{\alpha} \left(L_\alpha + \frac{1}{r^2} \right) w_1.$$

Для определения функций u_2, v_2, τ_2 требуется решить неоднородную краевую задачу

$$(1.5) \quad \begin{aligned} L_{2\alpha}^2 u_2 &= 4\alpha^2 \lambda_0 (2\omega_1 v_2 - \mu\omega_2 \tau_2) + \psi_1, \\ L_{2\alpha} v_2 &= -\lambda_0 g_1 u_2 + \psi_2, \quad (L_{2\alpha} + 1/r^2) \tau_2 = \lambda_0 g_2 u_2 + \text{Pr} \psi_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} du_2/dr &= u_2 = v_2 = \tau_2 = 0 \quad (r = 1, R), \\ \psi_1 &= \frac{2\alpha^2}{r} v_1^2 \left(\frac{du_1}{dr} + \frac{2}{r} u_1 - u_1 \frac{d}{dr} \right) L_\alpha u_1, \\ \psi_2 &= \frac{1}{2} \left(u_1 \frac{dv_1}{dr} - v_1 \frac{du_1}{dr} \right), \quad \psi_3 = \frac{1}{2} \left(u_1 \frac{d\tau_1}{dr} + \alpha \tau_1 w_1 \right). \end{aligned}$$

Функции w_2, q_2 имеют вид

$$w_2 = -\frac{1}{2\alpha r} \frac{d}{dr} (ru_2), \quad q_2 = \frac{1}{4\alpha} \left(u_1 \frac{dw_1}{dr} + \alpha w_1^2 \right) - \frac{1}{2\alpha} \left(L_2 \alpha + \frac{1}{r^2} \right) w_2.$$

Для определения функций u, v, τ требуется решить однородную краевую задачу

$$(1.6) \quad \begin{aligned} L_\alpha^2 u &= \alpha^2 \lambda_0 (g_1 v - g_2 \tau), \\ L_\alpha v &= -2\lambda_0 \omega_1 u, \quad (L_\alpha + 1/r^2) \tau = \lambda_0 \mu \omega_2 u, \\ du/dr &= u = v = \tau = 0 \quad (r = 1, R). \end{aligned}$$

Функции w, q_0, v_0, τ_0 имеют вид

$$\begin{aligned} w &= -\frac{1}{\alpha r} \frac{d}{dr} (ru), \quad q_0 = \lambda_0 \int_1^r (2\omega_1 v_0 - \mu \omega_2 \tau_0) d\rho - \Phi_1, \\ v_0 &= r\Phi_2(r) - \Phi_2(R) R^2 (r^2 - 1)/(R^2 - 1)r, \quad \tau_0 = \Phi_3(r) - \Phi_3(R) \ln r / \ln R, \\ \Phi_1 &= \frac{u_1^2}{2} + \frac{1}{2} \int_1^r \frac{u_1^2 - v_1^2}{\rho} d\rho, \quad \Phi_2 = \frac{1}{2} \int_1^r \frac{u_1 v_1}{\rho} d\rho, \quad \Phi_3 = \frac{\text{Pr}}{2} \int_1^r u_1 \tau_1 d\rho. \end{aligned}$$

Для исследования расположения спектров устойчивости течений (1.1), (1.2) применим метод возмущений [8].

Накладывая на течение (1.1) бесконечно малые вращательно-симметричные монотонные $2\pi/\alpha$ -периодические возмущения, пропорциональные $\exp(\sigma t)$, линеаризуя полученную краевую задачу в окрестности течения (1.1) и раскладывая собственное значение σ , исчезающее при $\lambda \rightarrow \lambda_0$, в ряд теории возмущений, получаем

$$(1.7) \quad \begin{aligned} \sigma &= \sigma_2(\lambda - \lambda_0) + O[(\lambda - \lambda_0)^2], \quad \sigma_2 = I_1/\lambda_0 I_3, \\ I_3 &= \int_1^R (u_1 u + v_1 v + w_1 w + \text{Pr} \tau_1 \tau) r dr. \end{aligned}$$

Аналогично собственное значение σ' из спектра устойчивости течения (1.2), исчезающее при $\lambda \rightarrow \lambda_0$, раскладывается в ряд

$$(1.8) \quad \sigma' = \sigma_2' \varepsilon^2 + O(\varepsilon^4).$$

Декременты σ_2 и σ_2' течений (1.1), (1.2) связаны соотношением

$$(1.9) \quad \sigma_2' = -2\sigma_2 \text{sign}(g).$$

Предположим, что «первое» собственное значение λ_0 задачи (1.4) простое и постоянные I_1, I_2, I_3 отличны от нуля.

Пусть $\sigma_2 > 0$, тогда неизотермическое течение Куэтта (1.1) устойчиво при малых докритичностях ($\lambda < \lambda_0$) относительно вращательно-симметричных монотонных $2\pi/\alpha$ -периодических возмущений, а при малых сверхкритичностях ($\lambda > \lambda_0$) оно неустойчиво. Если $g > 0$, то при переходе числа Рейнольдса λ через критическое значение λ_0 от течения (1.1) ответвляется вращательно-симметричное $2\pi/\alpha$ -периодическое вторичное стационарное течение (1.2), устойчивое при малых сверхкритичностях отно-

сительно монотонных возмущений той же симметрии и периодичности. Если $g < 0$, то вторичное течение (1.2) ответвляется в докритическую область и неустойчиво при малых докритичностях.

Используя результаты работы [7], можно убедиться, что вторичное течение (1.2) единственным образом (с точностью до сдвига вдоль оси цилиндров z) определяется волновым числом α при фиксированных μ , Pr , Ω , R .

2. Зависимость параметров вторичного течения от числа Прандтля. Решения u_1, v_1, τ_1 и u, v, τ однородных задач (1.4), (1.6) от Pr не зависят. Решение u_2, v_2, τ_2 неоднородной задачи (1.5) допускает представление

$$u_2 = u_2^{(1)} + \text{Pr} u_2^{(2)}, \quad v_2 = v_2^{(1)} + \text{Pr} v_2^{(2)}, \\ \tau_2 = \tau_2^{(1)} + \text{Pr} \tau_{2,1}^{(2)}$$

где $u_2^{(k)}, v_2^{(k)}, \tau_2^{(k)}$ ($k = 1, 2$) от Pr не зависят. Из (1.3), (1.7), (1.8) получаем

$$(2.1) \quad A = \sqrt{|g|/\lambda_0}, \quad g = a_0 + a_1 \text{Pr} + a_2 \text{Pr}^2, \\ \sigma'_2 = -2\sigma_2 \text{sign}(g), \quad \sigma_2 = 1/(b_0 + b_1 \text{Pr}),$$

где постоянные a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 зависят лишь от волнового числа α , числа Рэлея μ , отношения угловых скоростей цилиндров Ω и отношения радиусов цилиндров R , а от Pr не зависят.

3. Численные результаты. Спектральная задача (1.4), неоднородная краевая задача (1.5) и однородная задача (1.6) сводились к краевым задачам для восьми обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами, каждая из которых решалась численно методом пристрелки. Для подавления быстрорастущих решений, возникающих при больших λ , применялась процедура ортогонализации. Собственное решение задачи (1.4) фиксировалось с помощью условия нормировки

$$\int_1^R u_1(r) r dr = 1.$$

С физической точки зрения наибольший интерес представляют самые опасные возмущения, поэтому проводилась численная минимизация λ_0 по волновому числу α

$$\lambda_* = \min_{\alpha} \lambda_0(\alpha) = \lambda_0(\alpha_*).$$

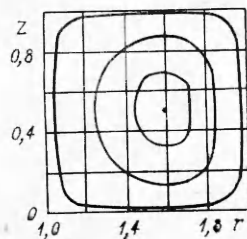
Здесь следует отметить, что при некоторых значениях параметров задачи колебательные возмущения оказываются опаснее монотонных [9, 10]. При этом в результате потери устойчивости течения (1.1) первыми возникают не стационарные вихри Тейлора, рассматриваемые в данной работе, а двумерные или трехмерные автоколебания.

Вычисления проводились для случая $R = 2$. Результаты представлены в таблице и на фиг. 1—4. Расчеты показали, что в отличие от изотермического случая ($\mu = 0$) декремент σ_2 режима (1.1) может оказаться отрицательным. Это означает, что в некоторой двусторонней окрестности точки $\lambda = \lambda_0$ неизотермическое течение Куэтта (1.1) неустойчиво. Можно проверить, что при $\lambda = 0$ все собственные значения σ из спектра устойчивости Σ течения (1.1) отрицательны. Из (1.7) следует, что при $\lambda < \lambda_0$ в спектре Σ имеется положительное σ . Отсюда вытекает, что при некотором λ произошло слияние собственных значений σ из спектра с образованием комплексно-сопряженной пары, которая при $\lambda = \lambda^{(0)}$ ($0 < \lambda^{(0)} < \lambda_0$) прошла через мнимую ось в правую полуплоскость ($\sigma^{\text{Re}} \geq 0$), т. е.

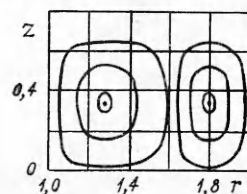
μ	Ω	α_*	λ_*	ξa_0	a_1	a_2	b_0	b_1
10	1,0	3,09	16,8	-0,040	-0,006	0,165	-0,85	11,87
10	0,4	3,12	24,7	-0,014	0,004	0,174	5,47	17,86
10	0,0	3,20	35,7	0,076	0,025	0,164	24,16	22,29
10	-0,2	3,30	45,5	0,206	0,070	0,167	43,71	26,91
10	-0,4	3,55	60,7	0,358	0,126	0,245	54,78	54,54
10	-0,5	3,78	71,1	0,335	0,040	0,348	39,46	93,36
10	-0,6	4,11	83,6	0,197	-0,181	0,481	7,38	147,93
10	-0,7	4,59	98,0	-0,019	-0,320	0,570	-17,94	189,31
10	-0,8	5,27	114,3	-0,198	-0,146	0,543	-1,98	177,38
4	0,8	2,98	59,8	-2,396	-1,152	2,728	-438,4	592,4
4	0,6	3,08	48,3	-0,422	-0,081	0,837	-73,0	165,6
4	0,4	3,12	44,6	-0,102	0,001	0,414	0,3	76,1
4	0,2	3,15	44,4	0,040	0,016	0,239	31,3	43,0
4	0,0	3,19	47,6	0,177	0,030	0,152	54,8	28,2
4	-0,2	3,29	56,3	0,406	0,071	0,126	83,7	25,4
4	-0,4	3,86	77,8	0,621	0,125	0,232	106,3	43,7
4	-0,6	5,05	109,1	0,402	0,133	0,508	123,1	47,2
4	-0,8	6,12	142,6	-0,193	0,180	0,748	151,5	46,2
-4	0,0	3,67	215,2	17,72	-11,34	-2,33	4770	-3501
-4	-0,1	3,14	113,8	4,54	-2,05	-0,91	1064	-578
-4	-0,2	3,23	103,4	3,46	-1,33	-0,68	666	-288
-4	-0,3	3,75	117,0	3,57	-1,26	-1,06	613	-262
-4	-0,4	4,50	134,2	3,43	-1,02	-1,51	516	-198
-4	-0,5	5,05	149,9	3,31	-1,01	-1,80	479	-163
-4	-0,6	5,58	166,7	2,78	-0,97	-1,94	464	-143

произошла колебательная потеря устойчивости течения (1.1) (расчет нейтральных кривых колебательной вращательно-симметричной неустойчивости неизотермического течения Куэтта в случае бесконечно малого зазора между цилиндрами был выполнен в [9]). Вычисления показывают, что при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса λ эта комплексно-сопряженная пара сливается в двукратное вещественное собственное значение σ , которое затем расщепляется на два простых. Одно из них вдоль вещественной оси возвращается к началу координат и при $\lambda = \lambda_0$ обращается в нуль. Именно это собственное значение разложимо в ряд (1.7). Другое собственное значение при $\lambda = \lambda_0$ остается положительным, что и означает неустойчивость течения (1.1) в некоторой окрестности точки $\lambda = \lambda_0$. Вторичное стационарное течение (1.2), рождающееся при $\lambda = \lambda_0$, также неустойчиво, когда $\sigma_2 < 0$, так как от неустойчивого режима может ответвиться только неустойчивый режим.

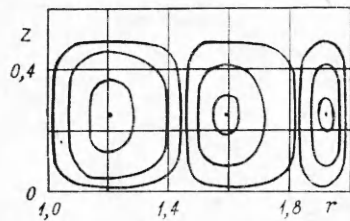
Смена знака декремента σ_2 при изменении параметров задачи (μ , R_g , Ω , R) происходит в результате смены знака постоянной I_3 . Нейтральные кривые колебательной и монотонной неустойчивости сливаются, когда



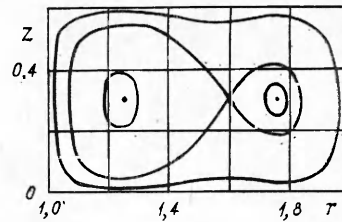
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

$I_3 = 0$. Ряд теории возмущений для собственного значения $\sigma \in \Sigma$, исчезающего при $\lambda \rightarrow \lambda_0$, в случае $I_3 = 0$ имеет вид

$$\sigma = \pm \sigma_1 \sqrt{\lambda - \lambda_0} + O(\lambda - \lambda_0).$$

Последнее означает, что течение (1.1) в случае $I_3 = 0$ неустойчиво при $\lambda > \lambda_0$.

Заметим, что приведенные выше рассуждения весьма мало связаны со спецификой неизотермического течения Куэтта и могут быть использованы для обнаружения колебательной потери устойчивости других стационарных течений.

Укажем еще на одно отличие от изотермического случая. При $\mu \neq 0$ для самых опасных возмущений ветвление может быть направлено в докритическую область, поэтому в экспериментах возможно не только мягкое, но и жесткое возникновение неизотермических вихрей Тейлора.

На фиг. 1—4 показаны картины линий тока неизотермических вихрей Тейлора, рассчитанные по линейной задаче.

При больших значениях числа Рэлея ($\mu > 0$) на плоскости меридиана в области $D(\{1 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq \pi/\alpha_*\})$ имеется единственная вихревая ячейка, центр симметрии которой расположен вблизи середины отрезка $1 \leq r \leq R$ (фиг. 1, $\mu = 40$, $\Omega = -0,7$, $\alpha_* = 3,135$, $\lambda_* = 22,53$). Изменение отношения угловых скоростей цилиндров Ω приводит лишь к незначительной деформации ячейки.

При небольших $\mu > 0$ в области D также имеется единственная вихревая ячейка, если цилиндры вращаются в одну сторону ($\Omega \geq 0$) или в разные стороны ($\Omega < 0$), но абсолютная величина Ω невелика. Если же $\Omega \ll 0$, то по мере уменьшения Ω около поверхности внешнего цилиндра возникают вторая (фиг. 2, $\mu = 2$, $\Omega = -0,5$, $\alpha_* = 4,655$, $\lambda_* = 102,75$), а затем и третья (фиг. 3, $\mu = 2$, $\Omega = -0,8$, $\alpha_* = 6,277$, $\lambda_* = 153,81$) вихревые ячейки.

Если $\mu < 0$, то несколько вихревых ячеек может возникать как при $\Omega < 0$, так и при $\Omega > 0$. Вторая вихревая ячейка возникает около внешнего цилиндра, если $\Omega < 0$, и около внутреннего цилиндра, если $\Omega > 0$.

При некоторых значениях параметров задачи могут существовать и более сложные вихревые структуры. Например, при $\mu = 10$, $\Omega = -0,8$ (фиг. 4, $\alpha_* = 5,271$, $\lambda_* = 114,24$) в области D имеется большой вихрь, внутри которого расположены два маленьких вихря. Вращение жидкости во всех трех вихрях направлено в одну сторону.

Автор благодарит В. И. Юдовича за постоянное внимание к работе.

Поступила 30 V 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Bjorkland I. S., Kays W. H. Heat transfer between concentric rotating cylinders.— Trans. ASME, Ser. C. Heat transfer, 1959, vol. 81, p. 175.
2. Tachibana F., Fukui S., Mitsumura H. Heat transfer in an annulus with an inner rotating cylinder.— Bull. Jap. Soc. Mech. Engrs, 1960, vol. 3, N 9.

3. Haas F. C., Nissan A. H. Experimental heat transfer characteristics of a liquid in Couette motion and with Taylor vortices.— Proc. Roy. Soc. A, 1961, vol. 261, p. 215.
4. Беккер, Кей. Изучение неадиабатического течения в кольцевом канале с внутренним вращающимся цилиндром.— Труды Америк. о-ва инж.-механ. Сер. С. Теплопередача, 1962, т. 84, № 2.
5. Колесов В. В., Овчинникова С. Н. Расчет вторичного стационарного течения между вращающимися цилиндрами с радиальным градиентом температуры.— Изв. Северо-Кавказского научного центра высшей школы. Сер. Естественные науки, 1975, № 4.
6. Караманова Э. Э., Тер-Григорьянц Г. К. Расчет плоской стационарной конвекции.— Изв. Северо-Кавказского научного центра высшей школы. Сер. Естественные науки, 1977, № 3.
7. Юдович В. И. Свободная конвекция и ветвление.— ПММ, 1967, т. 31, вып. 1.
8. Юдович В. И. Устойчивость конвекционных потоков.— ПММ, 1967, т. 31, вып. 2.
9. Ли. Влияние термодиффузии на устойчивость течения между двумя вращающимися цилиндрами.— Труды Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Ф. Технология смазки, 1977, т. 99, № 3.
10. Колесов В. В. Устойчивость неизотермического течения Куэтта.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 1.

УДК 538.4

ИЗМЕНЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ШАРА, ПРИВОДИМОГО В ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ СИЛАМИ

В. И. Шатров, В. И. Яковлев

(Новосибирск)

Задачам МГД-обтекания во внешних магнитных полях посвящено значительное число работ, обзор которых содержится в [1, 2].

Интерес представляет подобное исследование для тел с внутренними источниками электромагнитных полей. При этом электрическое и магнитное поля в жидкости создаются только в окрестности обтекаемого тела и, что особенно важно, существует возможность управления величиной и пространственным распределением объемных сил. Такие внутренние источники могут служить в качестве движителя, приводящего твердое тело в поступательное движение относительно жидкости. В этом случае вопрос о влиянии электромагнитных объемных сил (ЭОС) на картину течения и величину гидродинамического сопротивления особенно интересен.

Полное изучение вопроса возможно при объединении теоретических и экспериментальных исследований; чисто теоретическое (с помощью численных методов) исследование в настоящее время ограничено небольшими значениями числа Рейнольдса Re . Как показали расчеты [3], коэффициент гидродинамического сопротивления пластины, приводимой в движение в своей плоскости за счет ЭОС, выше своего классического значения. Это увеличение обусловлено ускорением жидкости в окрестности пластины и в рассмотренном примере ($Re \approx 230$) составляет почти 80%. В случае объемных тел влияние электромагнитных сил на коэффициент сопротивления менее предсказуемо. При этом ЭОС не только ускоряют жидкость в окрестности тела и тем самым увеличивают сопротивление трения, но наряду с этим обладают способностью восстанавливать давление в кормовой зоне и снижать сопротивление давления. От того, какой из этих двух процессов преобладает, зависит характер изменения коэффициента сопротивления под действием ЭОС.

Данная работа посвящена численному исследованию обтекания шара с внутренними источниками электромагнитных полей.

1. Пусть шар радиуса a обтекается потоком вязкой несжимаемой проводящей жидкости, u_0 — скорость потока на бесконечности, σ , ρ , ν — проводимость, плотность и кинематическая вязкость жидкости. Источник электромагнитного поля, находящийся внутри шара, создает в окружающей жидкости бегущее магнитное поле. Пусть θ -компонента поля \mathbf{H} на