

УДК 532.516

## КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ

А. А. Вяткин, А. А. Иванова, В. Г. Козлов

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,  
614990 Пермь, Россия

E-mails: a.a.vjatkin@mail.ru, a.ivanova@pspu.ru, kozlov@pspu.ru

Исследуются тепловая конвекция и теплоперенос во вращающемся вокруг горизонтальной оси цилиндрическом слое жидкости, на границах которого заданы различные постоянные температуры. Изучено влияние скорости вращения цилиндрического слоя жидкости на конвективный теплоперенос в этом слое. Результаты исследований представлены в зависимости от безразмерных параметров, характеризующих действие двух конвективных механизмов: центробежного и термовибрационного. Показано, что при малой скорости вращения полости теплоперенос определяется квазистационарной гравитационной конвекцией.

Ключевые слова: вибрационная тепловая конвекция, вращение, цилиндрический слой, теплоперенос.

DOI: 10.15372/PMTF20160218

**Введение.** Тепловая конвекция во вращающихся системах широко распространена в природе и технике [1]. Влияние вращения на конвективные процессы определяется действием сил инерции (центробежной и Кориолиса). Изучению гравитационной конвекции при вращении посвящены работы [2–5].

В случае если полость с неизотермической жидкостью вращается во внешнем силовом поле вокруг оси, перпендикулярной направлению поля, например в поле силы тяжести вокруг горизонтальной оси, в полости в результате “приливных” колебаний неоднородной по плотности жидкости возбуждается вибрационная тепловая конвекция [6–8].

Виброконвективный механизм характеризуется вибрационным параметром  $R_v = (g\beta\Theta h)^2 / (2\nu\chi\Omega^2)$  ( $g$  — ускорение свободного падения (внешнее силовое поле);  $\beta$ ,  $\nu$ ,  $\chi$  — коэффициент теплового расширения, кинематическая вязкость и температуропроводность;  $\Theta$ ,  $h$  — характерные разность температур и линейный масштаб задачи;  $\Omega$  — скорость вращения полости) [7]. Определяющими параметрами являются также центробежное число Рэлея, число Прандтля и безразмерная скорость вращения, которая, в частности, характеризует действие силы Кориолиса.

Экспериментальному исследованию тепловой конвекции в различных полостях (плоской и цилиндрической), вращающихся вокруг горизонтальной оси, посвящены рабо-

---

Работа выполнена в рамках программы стратегического развития Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета (код проекта 029-Ф), при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00675а) и в рамках задания Министерства образования РФ № 2014/372 (проект № 2176).

© Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г., 2016

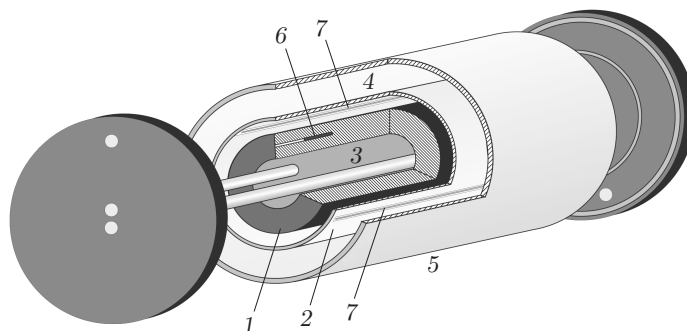


Рис. 1. Схема кюветы:

1 — алюминиевый цилиндр, 2, 5 — прозрачные плексигласовые трубки, 3 — канал внутри алюминиевого цилиндра, 4 — водяная “рубашка”, 6, 7 — температурные датчики

ты [9–11]. Следует отметить, что вибрационный механизм генерации осредненных течений в полости, вращающейся во внешнем статическом силовом поле, проявляется в любых неоднородных по плотности гидродинамических системах включая многофазные [12], вызывая интенсивное движение и массоперенос.

В данной работе экспериментально исследуются надкритические течения и конвективный теплоперенос во вращающемся с высокой скоростью горизонтальном цилиндрическом слое, на границах которого заданы различные температуры.

**1. Постановка эксперимента.** Цилиндрический слой жидкости находится между коаксиальными поверхностями алюминиевого цилиндра 1 диаметром  $d = 60$  мм и плексигласовой трубки 2, толщина стенки которой равна 3 мм (рис. 1). Толщина слоя жидкости составляет  $h = 7$  мм, длина  $l = 230$  мм. Температура на границах слоя поддерживается с помощью воды, прокачиваемой от термостатов через каналы 3 в металлическом цилиндре 1 (температура  $T_{in}$ ) и водяную “рубашку” 4. “Рубашка” расположена между плексигласовыми трубками 2, 5 и имеет постоянную температуру  $T_{cav}$ .

Измерения температуры выполняются с помощью термометров сопротивления. Для измерения температуры на внутренней границе слоя  $T_{in}$  используется датчик 6, изготовленный из медной проволоки. Температура на внешней границе слоя  $T_{ex}$  и температура жидкости в “рубашке”  $T_{cav}$  измеряются интегральными датчиками 7. Датчики представляют собой несколько петель медной проволоки диаметром 0,02 мм, вытянутых по всей длине слоя и приклеенных к стенкам плексигласовой трубки 2 с противоположных сторон полосками прозрачной самоклеящейся пленки толщиной 0,1 мм и шириной приблизительно 10 мм (датчики измеряют среднюю вдоль образующей слоя температуру). Сопротивление датчиков составляет 90 Ом.

Датчики термометров сопротивления подключены к многоканальному измерителю температуры “Термодат-13К5” (погрешность измерения — 0,1 К), вращающемуся вместе с кюветой. Сигнал от прибора поступает на компьютер через электрический коллектор. Подача термостатированной жидкости к вращающейся кювете и ее отвод осуществляются через гидравлический коллектор. Подробное описание установки приведено в [9].

Кювета расположена горизонтально и приводится во вращение с помощью шагового двигателя, обеспечивающего равномерное вращение с постоянной скоростью (нестабильность скорости не превышает 0,001 1/с). Скорость вращения изменяется в интервале  $n = 0,1 \div 2,0$  1/с и контролируется цифровым тахометром.

Опыты проводятся с дистиллированной водой. После установления температуры на внутренней границе  $T_{in}$  и температуры жидкости в “рубашке”  $T_{cav}$  кювета приводится во вращение с высокой скоростью  $n$ , которая затем пошагово уменьшается. На каждом

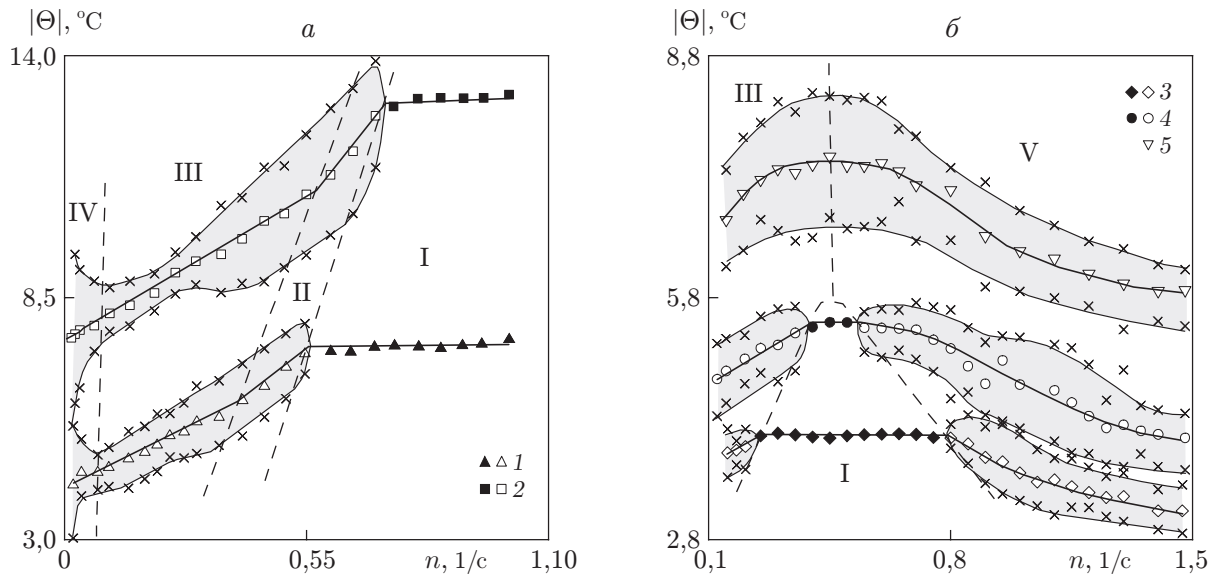


Рис. 2. Зависимость разности температур от скорости вращения при  $\Theta < 0$  (а) и  $\Theta > 0$  (б):

а —  $T_{cav} = 16,5$  °C (1 —  $\Delta T + \Theta = -18,7$  °C, 2 —  $\Delta T + \Theta = -25,6$  °C); б —  $T_{in} = 15,3$  °C (3 —  $\Delta T + \Theta = 8,7$  °C, 4 —  $\Delta T + \Theta = 11,7$  °C, 5 —  $\Delta T + \Theta = 18,0$  °C); темные точки — область устойчивости равновесия, светлые — область развитой конвекции; I — область устойчивости, II — область существования двумерных конвективных валов, III — область существования трехмерных структур, IV — область гравитационной конвекции, V — область центробежной конвекции; × — границы областей изменения температуры

шаге после установления стационарного режима конвекции измеряется температура на внешней границе слоя  $T_{ex}$ , затем рассчитываются разность температур на границах слоя  $\Theta = T_{ex} - T_{in}$  и падение температуры на стенке плексигласовой трубки  $\Delta T = T_{cav} - T_{ex}$ , характеризующее тепловой поток через слой. В каждой серии опытов температура внутреннего цилиндра  $T_{in}$  и температура жидкости в “рубашке”  $T_{cav}$  поддерживаются постоянными. Таким образом, в ходе эксперимента (при изменении  $n$ ) сумма  $\Theta + \Delta T$  остается постоянной. Опыты повторяются при различных значениях  $T_{in}$  и  $T_{cav}$ .

Для визуализации течения в рабочую жидкость добавляется алюминиевая пудра с небольшим количеством поверхностно-активного вещества (0,03 и 0,2 % массы жидкости соответственно). Результаты, полученные при наличии поверхностно-активного вещества и в его отсутствие, с точностью до погрешности эксперимента совпадают.

**2. Результаты эксперимента.** При нагреве жидкости вблизи внутренней границы слоя и большой скорости вращения  $n$  под действием центробежной силы инерции в слое устанавливается механическое равновесие: разность температур на границах слоя  $\Theta$  не изменяется при изменении частоты вращения (область I на рис. 2, а). При уменьшении  $n$  в слое скачкообразно развивается конвекция. Возникновение конвекции регистрируется при уменьшении разности температур до критического значения, зависящего от теплового сопротивления потока. При уменьшении разности температур на границах слоя это критическое значение смещается в область меньших значений  $n$  (штриховая линия между областями I и II).

Одновременно с конвективными структурами в слое возникают регулярные низкочастотные колебания температуры  $T_{ex}$  и как следствие колебания разности температур

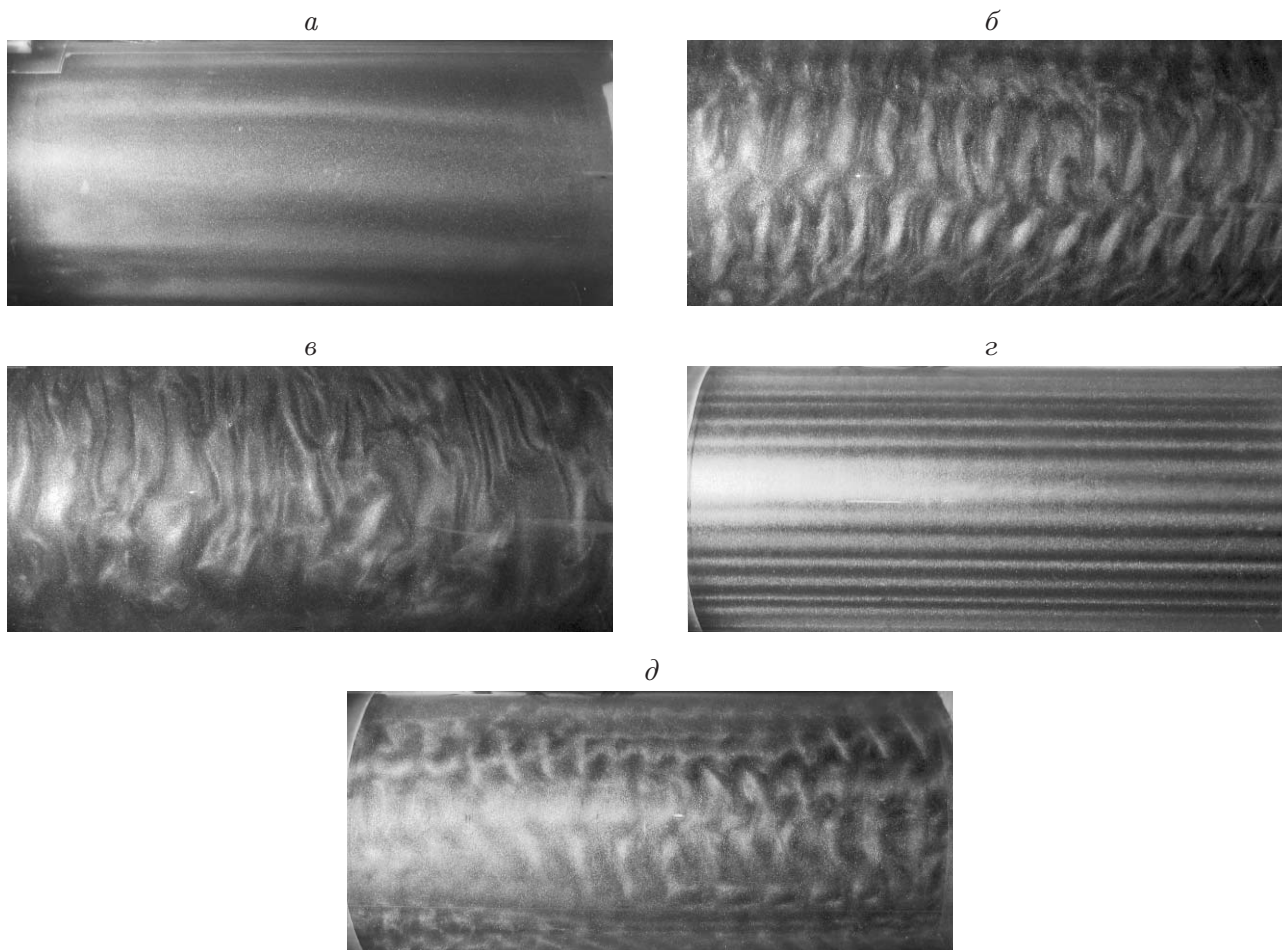


Рис. 3. Структуры конвективных течений в случае  $T_{cav} = 15,3 \text{ }^\circ\text{C}$  (вид сбоку):  
 $a$ - $в$  —  $\Theta < 0$ ,  $\Delta T + \Theta = -26,2 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $a$  —  $n = 0,59 \text{ 1/c}$ ,  $б$  —  $n = 0,19 \text{ 1/c}$ ,  $в$  —  $n = 0,09 \text{ 1/c}$ ),  
 $г$ ,  $д$  —  $\Theta > 0$ ,  $\Delta T + \Theta = 15,7 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $г$  —  $n = 1,3 \text{ 1/c}$ ,  $д$  —  $n = 0,19 \text{ 1/c}$ )

$\Delta T$  и  $\Theta$ . Колебания имеют достаточно большую амплитуду (заштрихованные области на рис. 2); наибольший период колебаний наблюдается в окрестности критического значения  $n$ .

Из экспериментов следует, что колебания температуры  $T_{ex}$  вызваны медленным смещением системы валов в азимутальном направлении (валы перемещаются в направлении, противоположном направлению вращения кюветы).

При увеличении разности температур  $\Theta$  критическое значение скорости вращения монотонно возрастает (точки 2 на рис. 2,а), при этом длина волны вихревых структур не меняется.

Вблизи критического значения  $n$  конвективные течения имеют вид двумерных валов, вытянутых вдоль оси вращения (рис. 3,а). Длина волны  $\lambda$  значительно превышает толщину слоя  $h$ :  $\lambda/h \approx 5$ . С уменьшением  $n$  скорость смещения вихревой системы увеличивается, а период колебаний уменьшается. С увеличением разности температур на границах слоя амплитуда колебаний температуры на внешней границе слоя увеличивается.

При уменьшении скорости вращения полости наряду с продольными валами возникает периодическая система вихрей, ориентированных перпендикулярно оси вращения (см. рис. 3,б). Поперечный размер этих вихрей сравним с толщиной слоя и в несколько раз меньше размера продольных валов.

При появлении поперечных вихревых структур теплоперенос через слой изменяется незначительно: на рис. 2,а граница области с поперечными структурами показана штриховой кривой между областями II и III. Длинноволновые продольные и коротковолновые поперечные структуры существуют совместно в некотором интервале значений скорости вращения. При дальнейшем уменьшении скорости вращения (при увеличении параметра надкритичности) поперечные осей валов увеличиваются, продольные уменьшаются и со временем исчезают (граница между областями III и IV на рис. 2,а). При очень малой скорости вращения вихревые структуры вытянуты вдоль азимута (см. рис. 3,в). Такие структуры, возникающие в верхней части слоя, обусловлены гравитационным механизмом конвекции и рэлеевской неустойчивостью подогреваемого снизу слоя.

В случае если температура на внешней границе слоя выше, чем на внутренней, при большой скорости вращения развивается интенсивная центробежная конвекция (область V на рис. 2,б). Поперечный размер конвективных валов, вытянутых вдоль оси вращения, близок к толщине слоя (см. рис. 3,г). На внешней границе слоя регистрируются колебания температуры  $T_{ex}$ , что вызвано смещением системы валов в азимутальном направлении противоположно направлению вращения полости. Скорость смещения существенно меньше скорости движения в азимутальном направлении длинноволновых продольных валов.

При уменьшении скорости вращения разность температур  $\Theta$  увеличивается (см. рис. 2,б), что свидетельствует об уменьшении интенсивности центробежных конвективных течений. В случае малых  $\Theta$  (точки 3, 4 на рис. 2,б) при достижении критического значения скорости вращения конвективные валы исчезают и в некотором интервале изменения  $n$  в слое устанавливается теплопроводный режим конвекции (область I на рис. 2). Дальнейшее уменьшение  $n$  приводит к возникновению конвективного теплопереноса (левая граница области I): так же как в случае  $\Theta < 0$ , в слое формируется система продольных валов с большой длиной волны (см. рис. 3,а).

С увеличением  $\Theta$  последовательность смены режимов течения в зависимости от скорости вращения в целом сохраняется, однако интервал частот, в котором конвекция отсутствует, сужается; при превышении некоторого значения  $\Theta$  конвекция имеет место во всем интервале значений  $n$  (см. рис. 2,б). При этом смена доминирующих режимов конвекции с уменьшением скорости сопровождается изменением пространственного масштаба вихревой структуры [9]. При малых значениях скорости  $n$  наблюдается такое же чередование режимов конвекции, как и в случае нагрева слоя на внутренней границе. Структура данного течения показана на рис. 3,д.

**3. Анализ результатов.** В рассматриваемой постановке сила тяжести оказывает воздействие на слой неоднородно нагретой жидкости. Во вращающейся вокруг горизонтальной оси полости сила тяжести вызывает колебания неизотермической жидкости в системе отсчета полости. Колебания жидкости приводят к появлению конвективного движения (термовибрационный механизм), характеризуемого вибрационным параметром  $R_v = (g\beta\Theta h)^2 / (2\nu\chi\Omega^2)$  [7]. Влияние на жидкость центробежной силы инерции и силы Кориолиса во вращающейся системе характеризуется центробежным числом Рэлея  $Ra = \Omega^2 R\beta\Theta h^3 / (\nu\chi)$  и безразмерной скоростью вращения  $\omega = \Omega h^2 / \nu$ , где  $R = (d + h)/2$  — средний радиус слоя. Таким образом, осредненная тепловая конвекция во вращающейся вокруг горизонтальной оси полости с неизотермическими границами определяется влиянием центробежного [4] и вибрационного [7] механизмов.

На рис. 4 показана зависимость вибрационного параметра  $R_v$  от центробежного числа Рэлея  $Ra$  при понижении скорости вращения полости для различных значений разности температур жидкости на внутренней границе слоя и в “рубашке” (точки 1–7), на границе между областями центробежного и термовибрационного режимов конвекции (точки 8) и на границе области устойчивости квазиравновесия (точки 9). В ходе экспериментов скорость

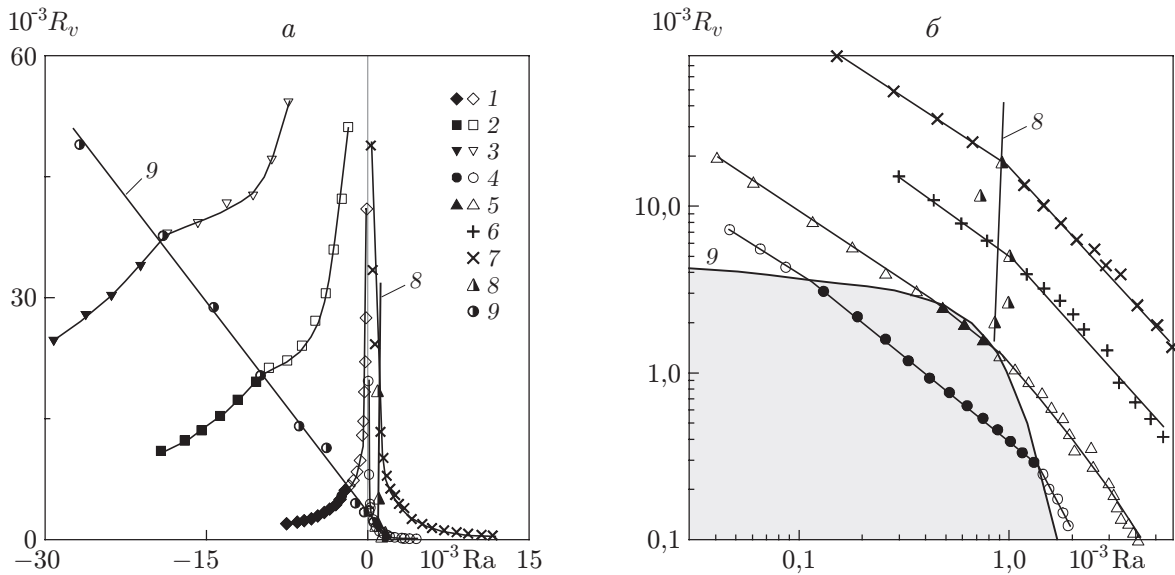


Рис. 4. Зависимость вибрационного параметра  $R_v$  от центробежного числа Рэлея  $Ra$ :

$a - T_{cav} = 16,5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $b - T_{in} = 15,3 \text{ }^\circ\text{C}$ ; 1 —  $\Delta T + \Theta = 15,3 \text{ }^\circ\text{C}$ , 2 —  $\Delta T + \Theta = -25,6 \text{ }^\circ\text{C}$ , 3 —  $\Delta T + \Theta = -32,2 \text{ }^\circ\text{C}$ , 4 —  $\Delta T + \Theta = 8,7 \text{ }^\circ\text{C}$ , 5 —  $\Delta T + \Theta = 11,7 \text{ }^\circ\text{C}$ , 6 —  $\Delta T + \Theta = 18,0 \text{ }^\circ\text{C}$ , 7 —  $\Delta T + \Theta = 25,8 \text{ }^\circ\text{C}$ , 8 — граница между областями центробежного и термовибрационного режимов конвекции, 9 — граница области устойчивости квазиравновесия; темные точки — область устойчивости равновесия, светлые — область развитой конвекции

вращения пошагово уменьшалась, что приводило одновременно к уменьшению центробежного числа Рэлея  $Ra$  и увеличению вибрационного параметра  $R_v$ . Область неустойчивости находится выше кривой 9.

На кривых, проведенных по точкам 1–7, виден излом, который соответствует смене режимов конвекции и появление которого обусловлено изменением соотношения  $\Theta$  и  $\Delta T$  (в эксперименте  $\Theta + \Delta T = \text{const}$ ). При отрицательных значениях  $Ra$ , когда на внутренней границе слоя температура выше, чем на внешней, центробежная сила инерции играет стабилизирующую роль, пороговое значение  $R_v$  уменьшается с уменьшением  $|Ra|$ .

Из рис. 4,б следует, что при  $Ra \approx 1700$  в поле центробежной силы возникает рэлеевская конвекция. При  $Ra > 1700$  конвекция определяется центробежным механизмом. По мере уменьшения  $Ra$  (при уменьшении  $n$ ) интенсивность центробежной конвекции снижается, но возрастает влияние вибрационного механизма, характеризуемого параметром  $R_v$ . При малых значениях разности температур на границах слоя конвективный режим теплопроводности сменяется молекулярным режимом (темные точки 4, 5).

При дальнейшем уменьшении скорости вращения в слое вновь нарушается равновесие, что приводит к скачкообразному увеличению интенсивности теплопереноса. Возникновение конвекции обусловлено влиянием термовибрационного механизма, аналогичного механизму теплопереноса, имеющему место при нагреве слоя на внутренней границе. Как и в случае  $Ra < 0$ , для данного режима конвекции характерны появление горизонтальных валов большого размера и их смещение относительно полости. При больших значениях  $\Delta T + \Theta$  центробежная конвекция сменяется вибрационной, минуя фазу конвективного равновесия (точки 6, 7 на рис. 4,б), граница между областями с различными режимами теплопереноса показана кривой 8.

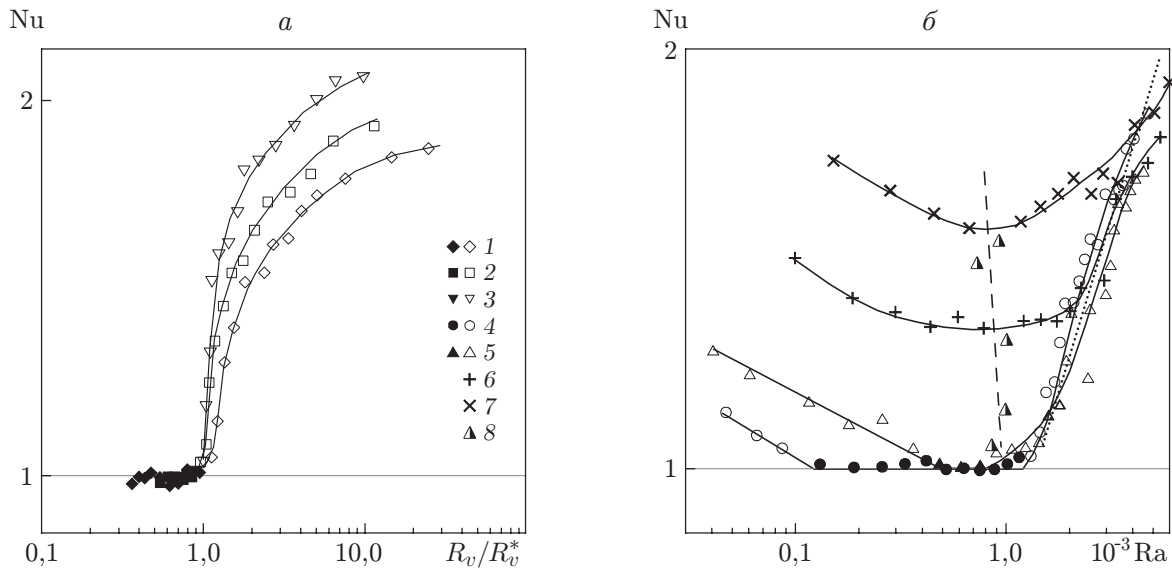


Рис. 5. Зависимость числа Нуссельта от вибрационного параметра  $R_v$  (а) и центробежного числа Рэля Ra (б):

пунктирная линия — расчет по формуле  $Nu = 0,85 Ra^{0,5}$ ; остальные обозначения те же, что на рис. 4

Рассмотрим зависимость числа Нуссельта Nu, определенного как отношение теплового потока через слой к теплому потоку в отсутствие конвекции при одном и том же значении  $\Theta$ , от безразмерных параметров Ra и  $R_v$ . При  $Ra < 1$  и умеренных значениях  $R_v$  (при большой скорости вращения кюветы) жидкость находится в состоянии механического равновесия. С уменьшением скорости вращения ослабляется стабилизирующее влияние центробежного механизма и возрастает роль термовибрационного, что приводит к возникновению тепловой конвекции.

С увеличением параметра надкритичности интенсивность теплопереноса резко возрастает (рис. 5,а). (Вдоль оси абсцисс отложено отношение параметра  $R_v$  к его критическому значению  $R_v^*$  в данном эксперименте.) При больших значениях Ra наблюдается расхождение кривых зависимости Nu (Ra), что может быть обусловлено влиянием скорости вращения. Эксперименты выполнены для слоя маловязкой жидкости большой толщины, что определяет большое критическое значение безразмерной скорости вращения  $\omega = 200 \div 300$ . Однако с увеличением параметра надкритичности (за счет уменьшения скорости вращения) значение  $\omega$  существенно уменьшается. Величина  $\omega$  характеризует отношение размера полости к толщине слоев Стокса, существующих вблизи твердых границ вследствие колебаний жидкости, и оказывает значительное влияние на вибрационную конвекцию. Известно, что в области низких частот при уменьшении  $\omega$  влияние термовибрационного механизма ослабевает. В предельном случае тонких пограничных слоев ( $\omega \gg 1$ ) воздействие частоты является несущественным и единственным параметром, определяющим двумерную вибрационную конвекцию, остается  $R_v$ .

При очень малой скорости вращения полости, когда влияние центробежной силы невелико, термовибрационный режим конвекции сменяется квазистационарным гравитационным режимом. Возникающие в этом случае конвективные структуры не вращаются вместе с полостью, а остаются в определенной области кюветы, что обеспечивает большую интенсивность теплопереноса. При подогреве слоя изнутри вихревые структуры локализуются в верхней части кюветы (см. рис. 3,в).

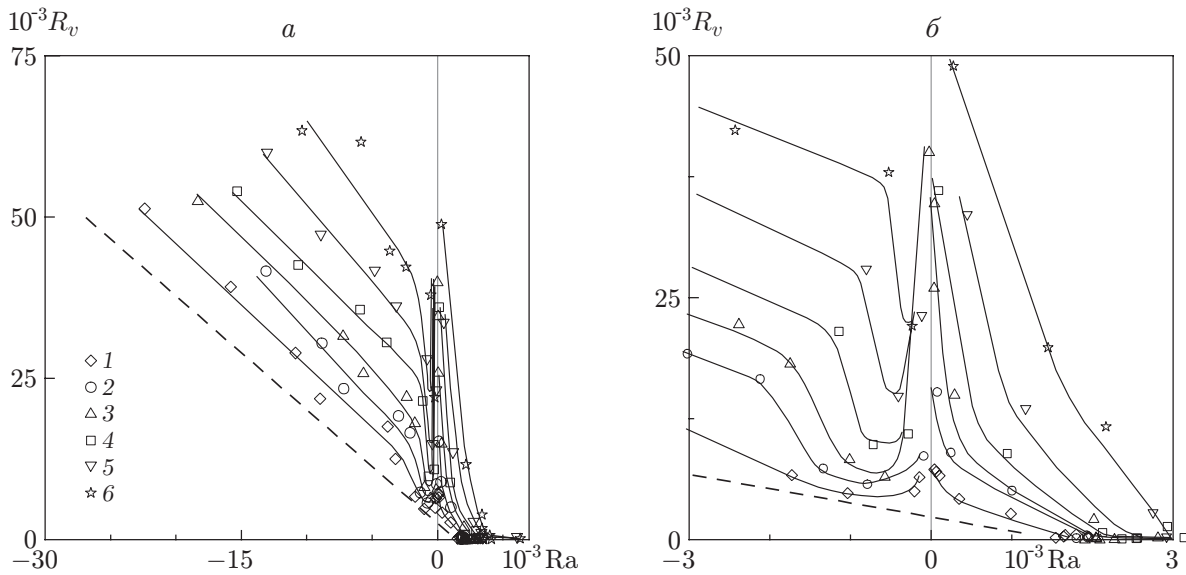


Рис. 6. Зависимость вибрационного параметра  $R_v$  от центробежного числа Рэлея  $Ra$  (*a*) и ее фрагмент при малых значениях  $Ra$  (*б*):  
 1 —  $Nu = 1,1$ , 2 —  $Nu = 1,2$ , 3 —  $Nu = 1,3$ , 4 —  $Nu = 1,4$ , 5 —  $Nu = 1,5$ , 6 —  $Nu = 1,6$ ;  
 штриховая линия — граница области конвективной устойчивости

При  $\Theta > 0$  и большой скорости вращения в слое развивается центробежная конвекция. Наличие коротковолновых продольных валов обеспечивает высокую интенсивность переноса тепла (см. рис. 5, *б*), которая уменьшается по мере уменьшения скорости вращения (центробежного числа Рэлея). При развитой центробежной конвекции ( $Ra \gg R_v$ ) результаты экспериментов, полученные при различных значениях  $\Delta T + \Theta$ , удовлетворительно согласуются. Интенсивность теплопереноса увеличивается с увеличением числа Рэлея по закону  $Nu = 0,85 Ra^{0,5}$ . С уменьшением  $Ra$  центробежный режим конвекции сменяется термовибрационным режимом. Если разность температур на границах слоя мала, то при смене режимов имеет место промежуточная фаза квазиравновесия, когда  $Nu = 1$  (темные точки на рис. 5, *б*).

На рис. 6 показана зависимость вибрационного параметра  $R_v$  от центробежного числа Рэлея при различных значениях числа Нуссельта. В области отрицательных значений  $Ra$  с увеличением вибрационного параметра интенсивность теплопереноса возрастает (конвекция имеет термовибрационный характер). При  $Ra < -2 \cdot 10^3$  кривые на рис. 6 практически параллельны кривой, соответствующей значению  $Nu = 1$ . В области положительных значений  $Ra$  ( $Ra > 10^3$ ) теплоперенос в основном определяется центробежным режимом конвекции.

При малой скорости вращения (при малых значениях  $Ra$ ) независимо от знака  $\Theta$  конвекция имеет гравитационный характер. При этом формируются конвективные течения, являющиеся квазистационарными в лабораторной системе отсчета (см. рис. 3, *б*). Вследствие смены режимов конвекции вблизи вертикальной оси зависимости  $R_v(Ra)$  на рис. 6 резко возрастают. Определяющим параметром является гравитационное число Рэлея  $Ra_g = g\beta\Theta h^3 / (\nu\chi)$ , которое в этой области принимает достаточно большие (по сравнению с центробежным числом Рэлея) значения  $Ra_g = (2 \div 20) \cdot 10^4$ .

Квазистационарной (в лабораторной системе отсчета) гравитационной конвекции соответствует частота  $\omega < 20$ . При  $\omega > 50$  наличие гравитационного поля вызывает лишь “приливные” колебания жидкости относительно полости, которые в свою очередь воз-



буждают термовибрационную конвекцию. При этом конвективные структуры вращаются вместе с полостью.

При малой скорости вращения полости интенсивность теплопереноса через слой не зависит от того, на какой границе слоя температура выше, и описывается выражением  $Nu = 0,33 Ra_g^{0,16}$ . Теоретические и экспериментальные данные согласуются между собой, но отличаются от результатов, полученных в неподвижном горизонтальном цилиндрическом слое с изотермическими границами [13] при  $Nu = 0,14 Ra_g^{0,25}$ . Различие результатов может объясняться тем, что в проведенном эксперименте внешняя граница слоя изготовлена из плексигласа и не является строго изотермической. Кроме того, в неподвижном слое возникают серповидные двумерные валы, вытянутые вдоль образующей слоя (лишь в верхней части слоя наблюдаются небольшие трехмерные структуры), в то время как при вращении возбуждаются трехмерные структуры, вытянутые вдоль азимута.

**Заключение.** Экспериментально исследованы тепловая конвекция и теплоперенос во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое, на границах которого заданы разные температуры. Показано, что при большой скорости вращения полости конвекция определяется действием двух механизмов: центробежного и вибрационного. В основе вибрационного механизма лежат вызываемые внешним полем “приливные” колебания неизотермической жидкости, генерирующие массовую силу, аналогичную подъемной силе Архимеда. Воздействие данного механизма приводит к возникновению конвекции даже в случае нагрева слоя на внутренней границе, когда центробежное поле оказывает на течение стабилизирующее действие. Характер зависимостей  $R_v(Ra)$  при различных значениях числа Нуссельта свидетельствует о том, что вибрационный механизм обеспечивает интенсивный теплоперенос даже в устойчиво стратифицированной (в центробежном силовом поле) жидкости. Показано, что при очень малой скорости вращения теплоперенос определяется квазистационарной гравитационной конвекцией.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Голицын Г. С. Природные процессы и явления: волны, планеты, конвекция, климат, статистика. М.: Физматлит, 2004.
2. Яворская И. М., Беляев Ю. М. Течения вязкой жидкости во вращающихся сферических слоях и их устойчивость. М.: ВИНТИ, 1980. (Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа; Т. 15).
3. Яворская И. М., Беляев Ю. М. Конвективные течения во вращающихся полостях. М.: ВИНТИ, 1982. (Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа; Т. 17).
4. Герщуни Г. З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г. З. Герщуни, Е. М. Жуховицкий. М.: Наука, 1972.
5. Larra M. Rotating thermal flows in natural and industrial processes. Chichester: John Wiley and Sons, 2012.
6. Герценштейн С. Я., Рахманов А. И. Конвекция в плоском слое жидкости, вращающемся вокруг горизонтальной оси // Докл. АН СССР. 1983. Т. 269, № 3. С. 561–564.
7. Козлов В. Г. Вибрационная тепловая конвекция во вращающихся полостях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 1. С. 5–14.
8. Иванова А. А., Козлов В. Г., Рылова В. В. Тепловая конвекция в плоском слое, вращающемся вокруг горизонтальной оси // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2003. № 1. С. 12–21.
9. Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г. Конвективная устойчивость неизотермической жидкости во вращающемся горизонтальном коаксиальном зазоре // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 1. С. 12–21.

10. **Kozlov V., Vjatkin A., Sabirov S.** Convection of liquid with internal heat release in a rotating container // Acta Astronaut. 2013. V. 89. P. 99–106.
11. **Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г., Сабиров Р. Р.** Конвекция тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 1. С. 21–30.
12. **Козлов В. Г., Козлов Н. В., Субботин С. В.** Движение жидкости и твердого ядра в сферической полости, вращающейся во внешнем силовом поле // Докл. АН. 2014. Т. 254, № 2. С. 173–177.
13. **Itoh M., Fujita T., Nishiwaki N., et al.** A new method of correlating heat transfer coefficients for natural convection in horizontal cylindrical annuli // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1970. V. 13, N 8. P. 1364–1368.

*Поступила в редакцию 5/III 2014 г.,  
в окончательном варианте — 10/XI 2014 г.*

---