УДК 539.375

МОДЕЛЬ ТРЕЩИНЫ ПОПЕРЕЧНОГО СДВИГА

В. В. Глаголев, М. В. Девятова, А. А. Маркин

Тульский государственный университет, 300600 Тула, Россия
E-mails: Vadim@tsu.tula.ru, gavrilkina-mv@rambler.ru, MARKIN@uic.tula.ru

На основе модели физического разреза и материального слоя на его продолжении поставлены и решены упругая и упругопластическая задачи определения напряженно-деформированного состояния в слое и вне его при нагружении берегов разреза антисимметричной системой сил. Проведено сравнение решения упругой задачи с решением, полученным в рамках модели Нейбера — Новожилова. Установлено, что в отличие от модели Нейбера — Новожилова использование предлагаемого подхода позволяет получить результаты, согласующиеся с экспериментальными данными о процессе образования зон разрушения. На основе анализа дискретного решения задачи определены зоны пластического деформирования и области возможного разрушения.

Ключевые слова: характерный размер, граничное интегральное уравнение, линейная упругость, идеально упругопластическая модель.

DOI: 10.15372/PMTF20150417

Анализ экспериментальных данных показывает, что направление развития трещины типа II не совпадает с ее ориентацией. Это обусловлено возникновением сложного напряженного состояния в концевой области трещины [1, 2]. При этом в упругопластическом материале при выполнении определенного критерия может происходить образование зон пластичности. Как правило, разрушение является завершающим этапом процесса деформирования, при этом материал находится как на стадии упругого, так и на стадии упругопластического формоизменения. Однако, поскольку переход материала в состояние пластичности и разрушения определяется разными физическими механизмами, может возникнуть ситуация, когда при упругопластическом деформировании конструкции процесс разрушения начнется в области упругого деформирования, а не в зоне пластического деформирования. Такой вариант развития процесса деформирования возможен в том случае, если в одной из смежных областей конструкции имеет место увеличение положительной гидростатической составляющей тензора напряжений, а в другой она отсутствует. В этом случае необходимо знать количественные характеристики напряженно-деформированного состояния тела для вычисления критерия. Одним из подходов, используемых при решении данной задачи, является дискретное представление континуума [3–8], в котором на определенном масштабном уровне в неделимых элементарных объемах напряженно-деформированное состояние определяется средними характеристиками. В настоящей работе в рамках дискретного подхода моделируется напряженно-деформированное состояние в окрестности трещины поперечного сдвига.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 13-08-00134, 13-01-97501_р_центр_а) и Министерства образования и науки РФ (государственное задание № 467).

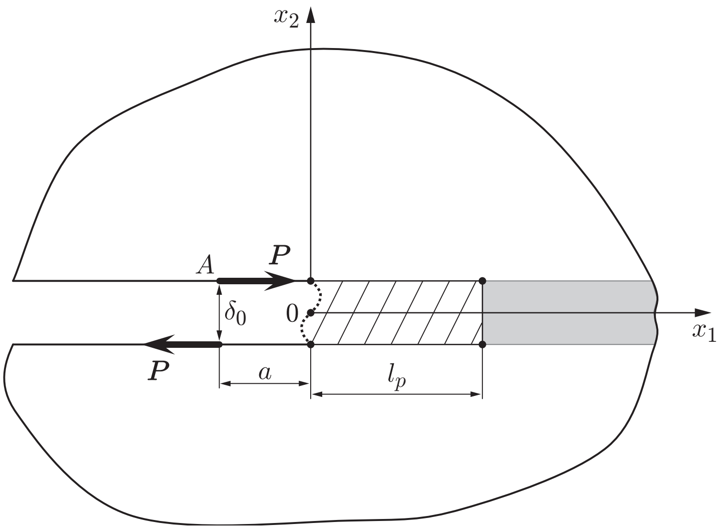

Рис. 1. Схема физического разреза и нагружения

Постановка задачи. Рассмотрим процесс нагружения берегов трещины, моделируемой физическим разрезом, имеющим характерную толщину δ_0, с материальным слоем на его продолжении [3], антисимметричной системой сил (рис. 1). Значение параметра δ_0 полагаем минимально возможным при использовании гипотезы сплошности. Оценки линейного размера, введенного через известные механические характеристики, приведены в работах [9, 10], а возможный эксперимент по его определению предложен в [11]. Показано, что данный размер находится в диапазоне $10^{-6} \div 10^{-4}$ м. Напряженное состояние слоя будем описывать средними по слою и граничными напряжениями, связанными условиями равновесия. Использование средних по толщине слоя напряжений позволяет не конкретизировать геометрию конца физического разреза (пунктирная линия на рис. 1).

Для напряжений на границах слоя используем обозначения $\sigma_{21}^{+}(x_1) = \sigma_{21}(x_1, \delta_0/2)$, $\sigma_{21}^{-}(x_1) = \sigma_{21}(x_1, -\delta_0/2)$, $\sigma_{22}^{+}(x_1) = \sigma_{22}(x_1, \delta_0/2)$, $\sigma_{22}^{-}(x_1) = \sigma_{22}(x_1, -\delta_0/2)$, для средних по слою напряжений — $\bar{\sigma}_{11}$, $\bar{\sigma}_{22}$, $\bar{\sigma}_{21}$. Далее все величины, имеющие размерность длины, отнесены к толщине слоя δ_0, а величины, имеющие размерность напряжений, — к параметру $\beta = \pi E/(2(1-\nu^2))$ в случае плоской деформации и $\beta = \pi E/2$ в случае плоского напряженного состояния.

Средние напряжения и деформации в слое определяем через их граничные значения [3]:

$$\bar{\sigma}_{21}(x_1) = 0{,}5(\sigma_{21}^{-}(x_1) + \sigma_{21}^{+}(x_1)); \tag{1}$$

$$\bar{\sigma}_{22}(x_1) = 0{,}5(\sigma_{22}^{-}(x_1) + \sigma_{22}^{+}(x_1)); \tag{2}$$

$$\bar{\varepsilon}_{22}(x_1) = u_2^{+}(x_1) - u_2^{-}(x_1); \tag{3}$$

$$\bar{\varepsilon}_{11}(x_1) = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial u_1^{+}}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1^{-}}{\partial x_1}\Big); \tag{4}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_2(x_1)}{\partial x_1} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial u_2^{+}}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2^{-}}{\partial x_1}\Big), \qquad \frac{\partial \bar{u}_1(x_1)}{\partial x_2} = u_1^{+} - u_1^{-}. \tag{5}$$

При антисимметричном нагружении берегов полуплоскостей на границах слоя принимаем соотношения

$$\sigma_{21}^{-} = \sigma_{21}^{+}; \tag{6}$$

$$u_1^{+} = -u_1^{-}. \tag{7}$$

Проинтегрировав условия равновесия по толщине слоя, получаем связь средних и граничных напряжений

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{11}}{\partial x_1} = \sigma_{12}^-(x_1) - \sigma_{12}^+(x_1); \tag{8}$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{21}}{\partial x_1} = \sigma_{22}^-(x_1) - \sigma_{22}^+(x_1). \tag{9}$$

Определяющие соотношения для минимально допустимого в рамках гипотезы сплошности материального объема считаются справедливыми для средних величин. Закон Гука для средних по слою характеристик напряженно-деформированного состояния запишем в виде

$$\bar{\varepsilon}_{11} = A\bar{\sigma}_{11} - B\bar{\sigma}_{22}, \qquad \bar{\varepsilon}_{22} = A\bar{\sigma}_{22} - B\bar{\sigma}_{11}, \qquad \bar{\sigma}_{12} = C\bar{\varepsilon}_{12},$$

где $A = \pi/2$, $B = \nu\pi/(2(1-\nu))$, $C = 2(1-\nu)/\pi$ для случая плоского деформирования, $A = \pi/2$, $B = \pi\nu/2$, $C = 2(1-\nu)/\pi$ для случая плоского напряженного состояния; ν — коэффициент Пуассона.

На основе решения Фламана [12] распределение перемещений точек на границах верхней и нижней полуплоскостей под действием нагрузок со стороны слоя представим в форме, удобной для численной реализации задачи методом граничных элементов [13]:

$$u_2^{(p)+}(x_1) = u_2^+(x_1) = \int_0^n \sigma_{22}^+(\xi) \ln \frac{|x_1 - \xi|}{n - \xi}\, d\xi; \tag{10}$$

$$u_1^{(p)+}(x_1) = u_1^+(x_1) = -P \ln\Big(\frac{x_1 + a}{n + a}\Big) + \int_0^n \sigma_{21}^+(\xi) \ln \frac{|x_1 - \xi|}{n - \xi}\, d\xi; \tag{11}$$

$$u_2^{(p)-}(x_1) = u_2^-(x_1) = -\int_0^n \sigma_{22}^-(\xi) \ln \frac{|x_1 - \xi|}{n - \xi}\, d\xi; \tag{12}$$

$$u_1^{(p)-}(x_1) = u_1^-(x_1) = P \ln\Big(\frac{x_1 + a}{n + a}\Big) - \int_0^n \sigma_{21}^-(\xi) \ln \frac{|x_1 - \xi|}{n - \xi}\, d\xi. \tag{13}$$

Здесь a — отнесенное к δ_0 расстояние от вершины разреза до точки приложения силы P, отнесенной к $\beta\delta_0$; n — безразмерная координата удаленной от конца разреза точки, в которой перемещение считается равным нулю; индекс “(p)” соответствует материалу в полуплоскостях.

В соотношениях (10)–(13) используется условие непрерывности поля перемещений на границах между слоем и полуплоскостями.

Из первого соотношения закона Гука для средних напряжений и из (4), (6)–(8) с учетом граничного условия $\bar{\sigma}_{11}\big|_{x_1=0} = 0$ следует тождество $\bar{\sigma}_{22} \equiv 0$, из которого с учетом (2) получаем

$$\sigma_{22}^- = -\sigma_{22}^+. \tag{14}$$

С учетом (5), (7) из уравнений (9)–(11) и закона Гука получаем интегродифференциальное уравнение для среднего сдвигового напряжения в слое

$$\bar{\sigma}_{21} = \frac{1}{4} C\Big(- \int_0^n \frac{\partial \bar{\sigma}_{21}(\xi)}{\partial \xi} \frac{d\xi}{x_1 - \xi}\Big) + C\Big(- P \ln\Big(\frac{x_1 + a}{n + a}\Big) + \int_0^n \bar{\sigma}_{21}(\xi) \ln \frac{|x_1 - \xi|}{n - \xi} \, d\xi\Big) \tag{15}$$

с граничным условием $\bar{\sigma}_{21}\big|_{x_1=0} = 0$.

Определяя из уравнения (15) распределение средних касательных напряжений, из уравнений (1), (6), (9), (14) находим напряжения на границах слоя

$$\sigma_{22}^{-}(x_1) = -\sigma_{22}^{+}(x_1), \qquad \sigma_{21}^{-}(x_1) = \sigma_{21}^{+}(x_1), \qquad \frac{\partial \bar{\sigma}_{21}(x_1)}{\partial x_1} = -2\sigma_{22}^{+}(x_1). \tag{16}$$

В системе (15), (16) неизвестными являются средние по слою и граничные напряжения, которые определяются при задании сосредоточенной антисимметричной силы, приложенной к берегам физического разреза.

Рассматривая напряжения на границах слоя σ_{22}^{+}, σ_{22}^{-}, σ_{21}^{+}, σ_{21}^{-} и сосредоточенные силы в качестве граничных условий для сопряженных полуплоскостей, определим напряженное состояние в верхней и нижней полуплоскостях с помощью фундаментального решения для линейно-упругой среды [12]:

$$\begin{gathered}
\sigma_{22} = \frac{2}{\pi}\Big(\mp \frac{P(x_1 + a)(x_2 \mp \delta_0/2)^2}{((x_1 + a)^2 + (x_2 \mp \delta_0/2)^2)^2} \pm \int_0^n \sigma_{22}^{+}(\xi) \frac{(x_2 \mp \delta_0/2)^3}{((x_1 - \xi)^2 + (x_2 \mp \delta_0/2)^2)^2} \, d\xi \pm \\
\pm \int_0^n \sigma_{21}^{+}(\xi) \frac{(x_1 - \xi)(x_2 \mp \delta_0/2)^2}{((x_1 - \xi)^2 + (x_2 \mp \delta_0/2)^2)^2} \, d\xi\Big), \\
\sigma_{11} = \frac{2}{\pi}\Big(\mp \frac{P(x_1 + a)^3}{((x_1 + a)^2 + (x_2 \mp \delta_0/2)^2)^2} \pm \int_0^n \sigma_{22}^{+}(\xi) \frac{(x_1 - \xi)^2(x_2 \mp \delta_0/2)}{((x_1 - \xi)^2 + (x_2 \mp \delta_0/2)^2)^2} \, d\xi \pm \\
\pm \int_0^n \sigma_{21}^{+}(\xi) \frac{(x_1 - \xi)^3}{((x_1 - \xi)^2 + (x_2 \mp \delta_0/2)^2)^2} \, d\xi\Big), \\
\sigma_{21} = \frac{2}{\pi}\Big(\mp \frac{P(x_2 \mp \delta_0/2)(x_1 + a)^2}{((x_1 + a)^2 + (x_2 \mp \delta_0/2)^2)^2} \pm \int_0^n \sigma_{22}^{+}(\xi) \frac{(x_1 - \xi)(x_2 \mp \delta_0/2)^2}{((x_1 - \xi)^2 + (x_2 \mp \delta_0/2)^2)^2} \, d\xi \pm \\
\pm \int_0^n \sigma_{21}^{+}(\xi) \frac{(x_2 \mp \delta_0/2)(x_1 - \xi)^2}{((x_1 - \xi)^2 + (x_2 \mp \delta_0/2)^2)^2} \, d\xi\Big).
\end{gathered} \tag{17}$$

Здесь в символах “$\pm$” и “$\mp$” верхний знак соответствует верхней полуплоскости, а нижний — нижней полуплоскости ($x_2 < 0$).

Таким образом, уравнения (15)–(17) полностью определяют напряженное состояние в слое и на границах верхней и нижней полуплоскостей.

При решении системы (15), (16) полагалось постоянным напряженное состояние в квадрате с единичной стороной в слое. В этом случае система интегродифференциальных уравнений (15), (16) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений

$$\bar\sigma_{21}^{(k)} = -\frac{1}{4}\,C\sum_{i=1}^{n}(\bar\sigma_{21}^{(i)} - \bar\sigma_{21}^{(i-1)})\int\limits_{\xi_{i-1}}^{\xi_i}\frac{1}{x_{1(k)}-\xi}\,d\xi - CP\ln\Big(\frac{x_{1(k)}+a}{n+a}\Big) + {}$$
$$+\,C\sum_{i=1}^{n}\bar\sigma_{21}^{(i)}\int\limits_{\xi_{i-1}}^{\xi_i}\ln\frac{|x_{1(k)}-\xi|}{n-\xi}\,d\xi,$$
$$\sigma_{22}^{-(k)} = -\sigma_{22}^{+(k)},\quad \sigma_{21}^{-(k)} = \sigma_{21}^{+(k)},\quad \bar\sigma_{21}^{(k)} - \bar\sigma_{21}^{(k-1)} = -2\sigma_{22}^{+(k)},\qquad k=1,\dots,n,$$
$$\bar\sigma_{21}^{(0)} = 0, \tag{18}$$

где $\bar\sigma_{21}^{(k)}$, $\sigma_{22}^{-(k)}$, $\sigma_{22}^{+(k)}$, $\sigma_{21}^{-(k)}$, $\sigma_{21}^{+(k)}$ — средние по толщине и граничные напряжения в k-м элементе, определенные в его середине $x_{1(k)} = 0{,}5(\xi_{k-1}+\xi_k)$; $\sigma_{ij}^{(k)} - \sigma_{ij}^{(k-1)} = \partial\sigma_{ij}^{(k)}/\partial x_1$ — аппроксимация первой производной компоненты тензора напряжений на k-м единичном элементе; ξ_{k-1}, ξ_k — координаты левой и правой границ k-го элемента на оси x_1.

Следует отметить, что в подынтегральных функциях $\displaystyle\int\limits_{\xi_{i-1}}^{\xi_i}\frac{1}{x_{1(k)}-\xi}\,d\xi$, $\displaystyle\int\limits_{\xi_{i-1}}^{\xi_i}\ln\frac{|x_{1(k)}-\xi|}{n-\xi}\,d\xi$ при $x_{1(k)}\in[\xi_{i-1},\xi_i]$ и $n=\xi_i$ имеют место сингулярности.

Рассмотрим интегралы

$$\int\limits_{\xi_{i-1}}^{\xi_i}\frac{1}{x_{1(k)}-\xi}\,d\xi = \ln\Big|\frac{x_{1(k)}-\xi_{i-1}}{x_{1(k)}-\xi_i}\Big|,$$

$$\int\limits_{\xi_{i-1}}^{\xi_i}\ln\frac{|x_{1(k)}-\xi|}{n-\xi}\,d\xi = (x_{1(k)}-\xi_{i-1})\ln|x_{1(k)}-\xi_{i-1}| - (x_{1(k)}-\xi_i)\ln|x_{1(k)}-\xi_i| -$$
$$-\,(n-\xi_{i-1})\ln|n-\xi_{i-1}| + (n-\xi_i)\ln|n-\xi_i|,$$

для которых в силу неравенства нулю разностей $x_{1(k)}-\xi_{i-1}$ и $x_{1(k)}-\xi_i$ неопределенность присутствует только в выражении $(n-\xi_i)\ln|n-\xi_i|$ при $n=\xi_i$. Однако, поскольку $\lim\limits_{\xi_i\to n}(n-\xi_i)\ln|n-\xi_i| = 0$, значения интегралов конечны.

Показано, что для получения решения с относительной погрешностью менее 0,01 % достаточно ограничиться 1000 элементами.

На основе дискретного решения (18) определялось напряженное состояние в структурных элементах слоя и прилегающих к нему полуплоскостей (рис. 2). Условием перехода из упругого состояния в пластическое являлся критерий Треска — Сен-Венана. В качестве критерия начала разрушения выбиралось максимальное главное напряжение (критерий

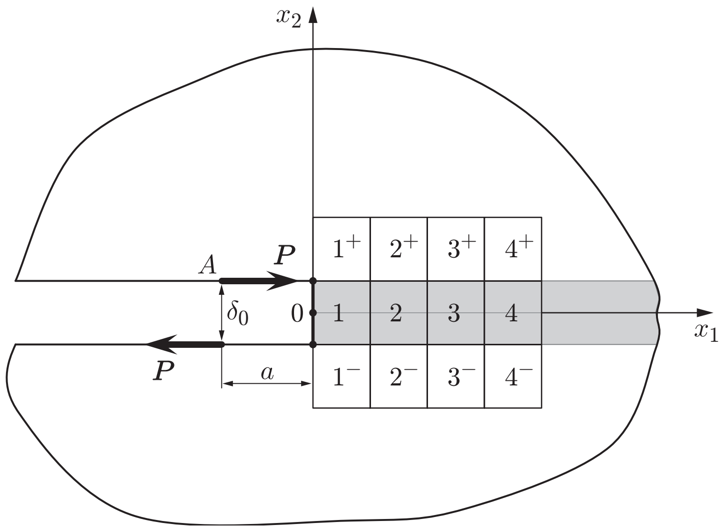

Рис. 2. Структурные элементы в слое и прилегающих к нему полуплоскостях

Кулона). Все критерии рассчитывались для средних напряжений. Средние напряжения в верхней полуплоскости определялись по формулам

$$\bar{\sigma}_{ij}^{k} = \int\limits_{0,5}^{1,5} \int\limits_{\xi_{k-1}}^{\xi_k} \sigma_{ij}(x_1, x_2)\, dx_1\, dx_2,$$

в нижней — по формулам

$$\bar{\sigma}_{ij}^{k} = \int\limits_{-1,5}^{-0,5} \int\limits_{\xi_{k-1}}^{\xi_k} \sigma_{ij}(x_1, x_2)\, dx_1\, dx_2.$$

Напряжения $\sigma_{ij}(x_1, x_2)$ в полуплоскостях определялись на основе решения задачи о нагружении линейно-упругой полуплоскости сосредоточенной и распределенной нагрузками, определяемыми по соотношениям (17) с использованием решения системы (18).

При толщине слоя, равной нулю ($\delta_0 = 0$), предложенная модель вырождается в классическую модель с математическим разрезом, на продолжении которого может быть получено аналитическое решение [14]. Проинтегрировав соответствующее решение по координате x_1, находим средние напряжения на единичных элементах:

$$\bar{\sigma}_{21}^{a}(x_1) = -\frac{P}{\pi} \arcsin\left(\frac{a - x_1}{a + x_1}\right)\Big|_{\xi_{k-1}}^{\xi_k}, \qquad \bar{\sigma}_{11}^{a} = \bar{\sigma}_{22}^{a} = 0. \tag{19}$$

На рис. 3 приведены аналитическое решение (19) (штриховая линия) и дискретное решение (18) (сплошная линия) для средних по слою напряжений (напряжения отнесены к значению $\bar{\sigma}_{21}$ на первом элементе, полученному из решения системы (18)).

Получено распределение максимальных главных напряжений на продолжении слоя и в прилегающих к нему полуплоскостях. Напряжения отнесены к среднему сдвиговому напряжению на первом элементе слоя. В расчетах принимались следующие значения параметров задачи: $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\tau_s = 6 \cdot 10^8$ Па, $\nu = 0{,}25$, $a = 5$. На рис. 4 представлено распределение максимальных главных напряжений в слое и на границах верхней и нижней полуплоскостей. Используя в качестве критерия разрушения критерий Кулона, можно

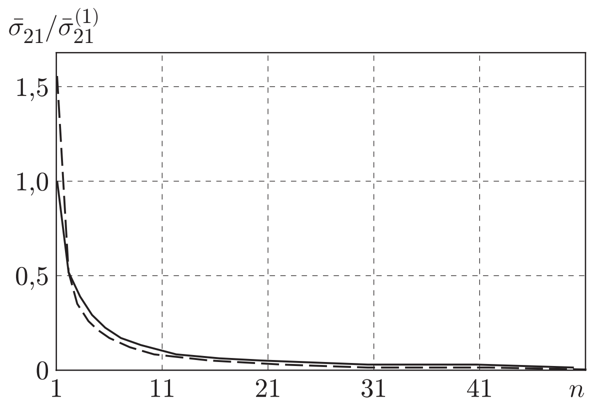

Рис. 3

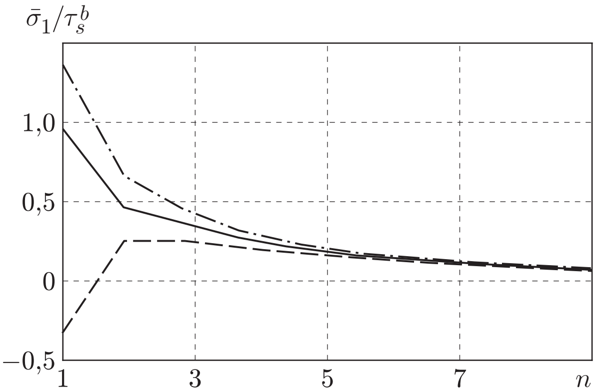

Рис. 4

Рис. 3. Распределение средних касательных напряжений в слое:
сплошная линия — дискретное решение (18), штриховая — аналитическое решение (19)

Рис. 4. Распределение максимальных главных напряжений в слое (сплошная линия) и на границах верхней (штриховая линия) и нижней (штрихпунктирная линия) полуплоскостей

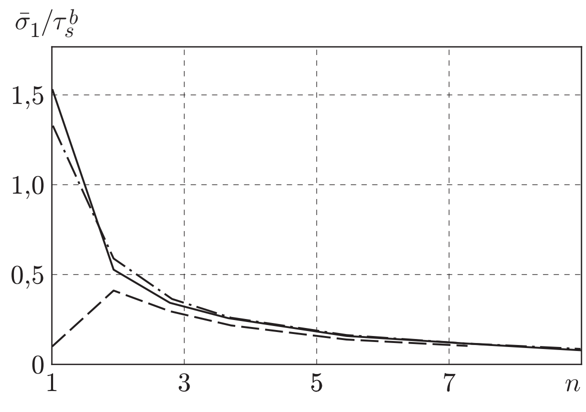

Рис. 5

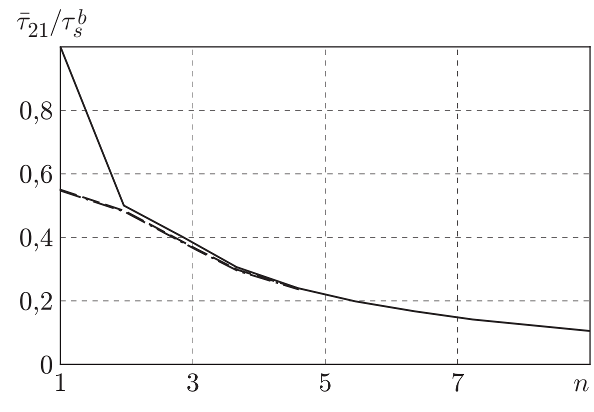

Рис. 6

Рис. 5. Распределение максимальных главных напряжений на продолжении математического разреза (сплошная линия) и границах верхней (штриховая линия) и нижней (штрихпунктирная линия) полуплоскостей

Рис. 6. Распределение максимальных касательных напряжений в слое (сплошная линия) и на границах верхней (штриховая линия) и нижней (штрихпунктирная линия) полуплоскостей показать, что разрушение начинается в нижней полуплоскости, а при смене знака пары сил — в верхней. Этот результат соответствует экспериментальным данным работы [1].

Распределение максимальных главных напряжений на продолжении математического разреза и на границах верхней и нижней полуплоскостей показано на рис. 5. Из рис. 5 следует, что разрушение должно происходить вдоль математического разреза, однако этот результат противоречит экспериментальным данным.

На рис. 6 приведено распределение максимальных касательных напряжений в слое и на границах структурных элементов вне слоя. Максимальные касательные напряжения на верхней и нижней границах структурных элементов вне слоя приближенно равны (штриховые и штрихпунктирные линии), при этом условие пластичности не выполняется.

Упругопластическая постановка задачи. Из упругого решения (см. рис. 6) следует, что в рамках критерия Треска — Сен-Венана пластическое деформирование должно происходить вдоль слоя. Поэтому будем считать, что в слое материал идеально упругопластический, а вне слоя — линейно-упругий. В этом случае зона пластичности моделируется прямоугольником со сторонами длиной δ_0 и l_p (см. рис. 1). В качестве условия перехода из упругого состояния в пластическое используем критерий Треска — Сен-Венана, а состояние разрушения будем оценивать по критерию Кулона.

По аналогии с работой [15] рассмотрим три области слоя: область упругого деформирования $x_1 \in [l_p + 1, n]$, область перехода из упругого состояния в пластическое $x_1 \in [l_p, l_p + 1]$, область упругопластического деформирования $x_1 \in [0, l_p]$.

В области упругопластического деформирования для среднего касательного напряжения выполняется условие текучести Треска — Сен-Венана $|\bar{\sigma}_{21}| = \tau_s^b$ ($\tau_s^b = \tau_s/\beta$ — безразмерный предел текучести), для граничных напряжений слоя справедливы соотношения (6), (14), а условие равновесия (9) с учетом (14) принимает вид $\partial\bar{\sigma}_{21}/\partial x_1 = -2\sigma_{22}^+$.

Таким образом, в случае упругопластического деформирования слоя получаем следующую систему уравнений:

$$|\bar{\sigma}_{21}| = \tau_s^b, \quad \frac{\partial\bar{\sigma}_{21}}{\partial x_1} = -2\sigma_{22}^+, \quad \sigma_{22}^- = -\sigma_{22}^+, \quad \sigma_{21}^- = \sigma_{21}^+. \tag{20}$$

В области упругости $x_1 \in [l_p + 1, n]$ состояние материала описывается системой уравнений (18). В области перехода $x_1 \in [l_p, l_p + 1]$ к системе (18) добавляется уравнение достижения средними касательными напряжениями предела текучести $|\bar{\sigma}_{21}| = \tau_s^b$. В результате получаем

$$\begin{gathered}\bar{\sigma}_{21}(x_1) = \frac{1}{4}\,C\Big(-\int\limits_0^n \frac{\partial\bar{\sigma}_{21}(\xi)}{\partial\xi}\,\frac{d\xi}{x_1-\xi}\Big) + C\Big(-P\ln\Big(\frac{x_1+a}{n+a}\Big) + \int\limits_0^n \bar{\sigma}_{21}(\xi)\ln\frac{|x_1-\xi|}{n-\xi}\,d\xi\Big),\\ \sigma_{22}^- = -\sigma_{22}^+, \quad \sigma_{21}^- = \sigma_{21}^+, \quad \frac{\partial\bar{\sigma}_{21}}{\partial x_1} = -2\sigma_{22}^+, \quad |\bar{\sigma}_{21}| = \tau_s^b.\end{gathered} \tag{21}$$

Системы уравнений (18), (20), (21), описывающие упругопластическое деформирование слоя, решаются при выполнении граничного условия $\bar{\sigma}_{21}\big|_{x_1=0} = 0$. В результате решения определяются напряженное состояние слоя и значение сосредоточенной силы, обеспечивающее данное состояние. Аналогично [15] для получения дискретного решения соответствующих систем задавалось количество элементов, находящихся в пластическом состоянии, один элемент считался переходным, а остальные полагались находящимися в упругом состоянии. Затем количество элементов слоя, находящихся в упругопластическом состоянии, увеличивалось и из соотношений (17) определялось напряженное состояние в верхней и нижней полуплоскостях.

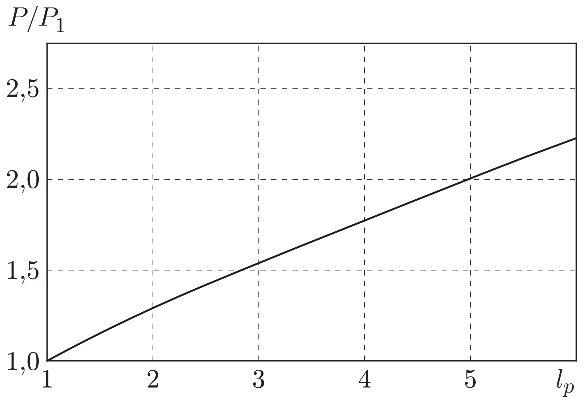

Рис. 7

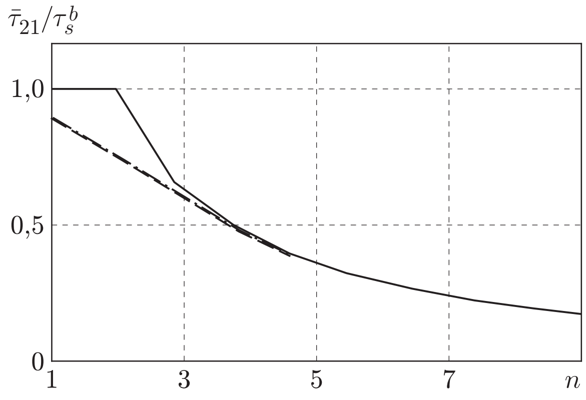

Рис. 8

Рис. 7. Зависимость длины зоны пластичности от сосредоточенной силы

Рис. 8. Распределение максимальных касательных напряжений в слое (сплошная линия) и на границах между структурными элементами и примыкающими к ним верхней (штриховая линия) и нижней (штрихпунктирная линия) полуплоскостями при упругопластическом деформировании

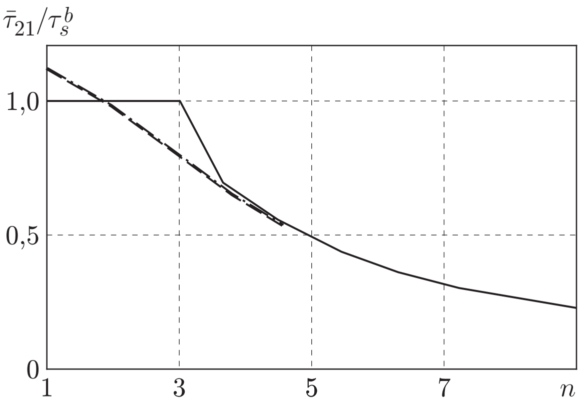

Рис. 9

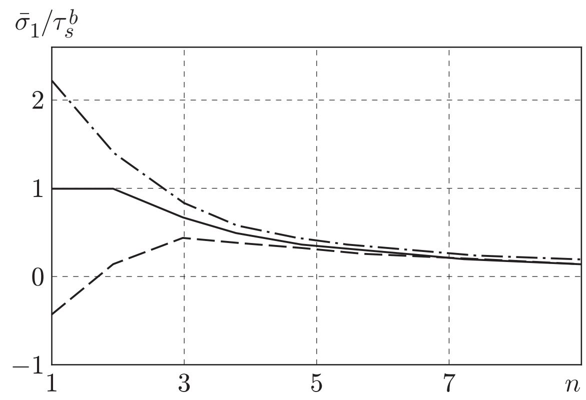

Рис. 10

Рис. 9. Распределение максимальных касательных напряжений в структурных элементах вне слоя (сплошная линия) и на границах между структурными элементами и примыкающими к ним верхней (штриховая линия) и нижней (штрихпунктирная линия) полуплоскостями при упругопластическом деформировании

Рис. 10. Распределение максимальных главных напряжений в первом структурном элементе слоя (сплошная линия) и на границах между структурными элементами и примыкающими к ним верхней (штриховая линия) и нижней (штрихпунктирная линия) полуплоскостями при упругопластическом деформировании

Следует отметить, что при плоской деформации и плоском напряженном состоянии результаты расчетов практически одни и те же, в отличие от случая нормального отрыва [15], когда гидростатическая составляющая тензора напряжений при плоской деформации оказывает существенное влияние на результаты расчетов. Это объясняется тем, что в слое отсутствует гидростатическая составляющая тензора средних напряжений.

На рис. 7 приведена зависимость длины пластической зоны от сосредоточенной силы P, отнесенной к значению P_1, при котором образуется первый пластический элемент.

На рис. 8, 9 представлены распределения максимальных касательных напряжений в слое, в структурных элементах вне слоя и на границах между структурными элементами и примыкающими к ним верхней и нижней полуплоскостями. На рис. 8 видно, что в верхней и нижней полуплоскостях касательные напряжения приближенно равны и не превышают предела текучести. Из рис. 9 следует, что в структурных элементах, находящихся за пределами слоя, касательные напряжения достигают предела текучести, при этом область пластичности распространяется за пределы слоя. Однако возникает вопрос, произойдет ли разрушение вне слоя раньше, чем в нем возникнет зона пластических деформаций. На рис. 10 представлено распределение максимальных главных напряжений в первом элементе слоя при пластическом течении. В этом случае максимальное главное напряжение вне слоя в структурном элементе нижней полуплоскости более чем в два раза превышает соответствующее напряжение в слое. Это означает, что разрушение большинства конструкционных материалов произойдет раньше, чем область пластичности распространится за пределы слоя. При этом разрушение будет начинаться в области, деформируемой упруго.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Samudrala O., Huang Y., Rosakis A. J.** Subsonic and intersonic mode II crack propagation with a rate-dependent cohesive zone // J. Mech. Phys. Solids. 2002. N 50. P. 1231–1268.
2. **Покровский В., Сидяченко В., Ежов В.** Расчетно-экспериментальное исследование вязкости разрушения теплоустойчивых реакторных сталей с учетом различных мод предварительного термомеханического нагружения // Вестн. Терноп. нац. техн. ун-та. 2011. Спецвыпуск, ч. 1. С. 66–73.
3. **Глаголев В. В., Маркин А. А.** Нахождение предела упругого деформирования в концевой области физического разреза при произвольном нагружении его берегов // ПМТФ. 2012. Т. 53, № 5. С. 174–183.
4. **Новожилов В. В.** О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. 1969. № 2. С. 212–222.
5. **Назаров С. А.** Дискретные модели и осреднение в задачах теории упругости / С. А. Назаров, М. В. Паукшто. Л.: Изд-во Ленингр. гос. ун-та, 1984.
6. **Петров Ю. В.** Квантовая аналогия в механике разрушения твердых тел // Физика твердого тела. 1996. Т. 38, № 11. С. 3385–3393.
7. **Корнев В. М.** Распределение напряжений и раскрытие трещин в зоне предразрушения (подход Нейбера — Новожилова) // Физ. мезомеханика. 2004. Т. 7, № 3. С. 53–62.
8. **Нейбер Г.** Концентрация напряжений. М.; Л.: ОГИЗ: Гостехтеоретиздат, 1947.
9. **Глаголев В. В., Маркин А. А.** Оценка толщины слоя взаимодействия как универсального параметра материала // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2006. № 5. С. 177–186.
10. **Глаголев В. В., Маркин А. А.** Определение термомеханических характеристик процесса разделения // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2007. № 6. С. 101–112.
11. **Glagolev V. V., Markin A. A.** Stress-strain state in elastic body with physical cut // World J. Mech. 2013. V. 3, N 7. P. 299–306.

12. **Лурье А. И.** Теория упругости. М.: Наука, 1970.
13. **Крауч С.** Методы граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. М.: Мир, 1987.
14. **Слепян Л. И.** Механика трещин. 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Судостроение, 1990.
15. **Глаголев В. В., Маркин А. А.** О распространении тонких пластических зон в окрестности трещины нормального отрыва // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 5. С. 206–217.

Поступила в редакцию 10/VI 2013 г.,
в окончательном варианте — 18/VI 2014 г.