

УДК 532.5.013.2+532.528+534.222

ДВУХФАЗНЫЕ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ КАВИТИРУЮЩИХ ОТКОЛОВ В ЖИДКОСТИ

М. Н. Давыдов, В. К. Кедринский

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Численно исследована динамика структуры жидкого слоя (с микропузырьками свободного газа) за фронтом волны разрежения при совместном использовании двухфазной модели Иорданского — Когарко — Вингардена и модели “замороженного” поля массовой скорости. Анализ начальной стадии развития кавитационного процесса, проведенный с использованием модели Иорданского — Когарко — Вингардена, показал, что растягивающие напряжения за фронтом волны разрежения быстро релаксируют, а поле массовой скорости в зоне кавитации оказывается “замороженным”. Этот эффект использован для описания поздней стадии развития зоны кавитации. Комбинация указанных моделей позволила рассчитать формирование кавитирующих отколов в слое жидкости со свободной поверхностью при ее ударно-волновом нагружении.

Ключевые слова: прочность жидкости, динамическое нагружение, пузырьковая кавитация, отколы.

Введение. Как известно, прочность жидкости при динамическом нагружении — понятие не столь определенное и конкретное, как прочность деформируемого твердого тела. Это связано прежде всего с тем, что реальные жидкости содержат микронеоднородности в виде микропузырьков свободного газа, твердых микрочастиц и их комбинаций [1–4]. Например, согласно экспериментальным данным в образце дистиллированной воды плотность микропузырьков в единице объема составляет порядка 10^4 см^{-3} при характерном размере 1,5 мкм, а общая плотность микрочастиц — около 10^6 см^{-3} (максимум кривой распределения числа частиц по размерам соответствует значению 0,8 мкм [5]). При этом по оценкам, выполненным в работах [1, 3–5], объемная доля микронеоднородностей составляет от 10^{-8} до 10^{-12} . Эти микрочастицы играют роль ядер кавитации. Если в твердом теле процесс разрушения начинается с зарождения дефектов [6], то в жидкости дефекты структуры в виде ядер кавитации уже существуют. Именно этот факт объясняет, почему теоретическая прочность реальных жидкостей (порядка 10^4 атм) недостижима в экспериментах, и позволяет предположить, что жидкость в таком состоянии проявляет свойства гетерогенной среды.

Наличие зародышей кавитации при столь низкой объемной доле не влияет на распространение ударных волн по жидкости. Ситуация меняется, когда в жидкости появляются растягивающие напряжения (фазы или волны разрежения). Под действием последних зародыши начинают расширяться, образуя зону пузырьковой кавитации с интенсивно возрастающей объемной долей парогазовой фазы, значение которой меняется на 5 ÷ 6 порядков за доли микросекунды при возникновении волн разрежения с амплитудами в несколько сотен атмосфер. Как показали экспериментальные исследования, в этом процессе можно

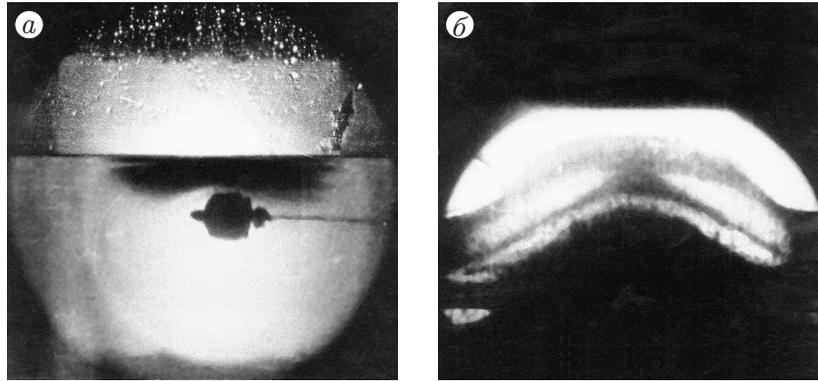


Рис. 1. Зона пузырьковой кавитации (а) и два кавитирующих откола (б) при подводном взрыве вблизи свободной поверхности

выделить несколько стадий: формирование и развитие пузырьковых кластеров, неограниченный рост пузырьков в кластере вплоть до образования пенной структуры, разрушение последней на кавитирующие фрагменты и переход среды в состояние газ — капли [7]. Этот процесс был определен как процесс инверсии двухфазного состояния среды, когда при взрывном нагружении реальной жидкости со свободной поверхностью происходит ее кавитационное разрушение, в частности, в форме кавитирующих отколов [8]. Откольные явления указывают на то, что кавитирующая жидкость может проявлять свойства хрупкого твердого тела с характерной толщиной откольных слоев порядка нескольких миллиметров (рис. 1).

1. Начальная стадия развития кавитации (модель Иорданского — Когарко — Вингардена). Приведенные данные по микронеоднородностям в реальной жидкости позволяют рассматривать ее состояние как двухфазное и использовать соответствующую математическую модель для описания динамики развития кавитационной зоны и структуры растягивающих напряжений в ней [9]. С физической точки зрения наиболее интересна модель Иорданского — Когарко — Вингардена (ИКВ-модель) [10–12], которая включает законы сохранения газовой динамики для средних значений давления, массовой скорости и плотности, а также систему соотношений, связывающих среднюю плотность с объемной долей газовой фазы через радиус пузырьков, и уравнение Рэлея:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \frac{\nabla p}{\rho} = 0, \quad \rho = (1 - k)\rho_l, \quad k = k_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^3,$$

$$p = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n - 1 \right], \quad R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \rho_l^{-1} (p_g - p), \quad p_g = p_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma}.$$

Использование этой модели при расчете параметров волн разрежения в кавитационной зоне, развитие которой они вызывают, позволило обнаружить два принципиально важных эффекта: волны разрежения интенсивностью в сотни атмосфер в реальной жидкости с микронеоднородностями релаксируют за времена порядка 1 мкс, а крутизна их фронтов определяет предельные значения максимальных растягивающих напряжений, допускаемых кавитирующей жидкостью [13]. Учитывая, что в экспериментах характерное время развития кавитации при указанных выше значениях растягивающих напряжений составляет как минимум десятки микросекунд, можно сделать вывод о практически полном поглощении растягивающих напряжений в зоне развитой кавитации и возможности замены слабого неоднородного поля давления в этой зоне на постоянное, например гидростатическое. При этом, если принять во внимание закон сохранения импульса, несложно убедиться

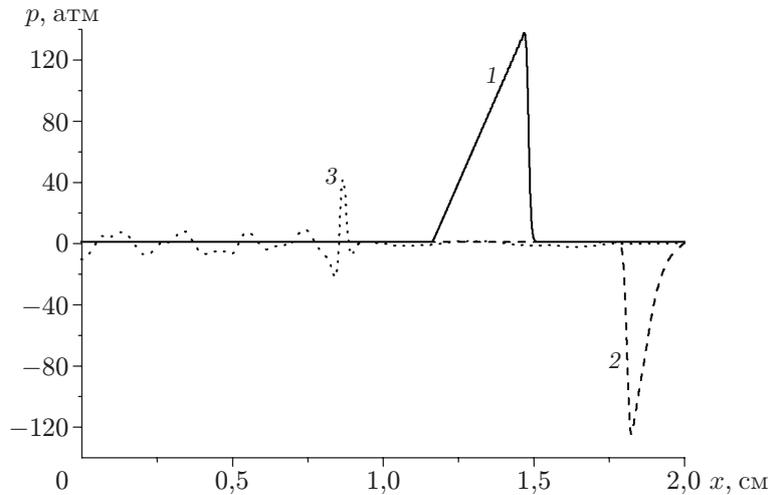


Рис. 2. Профили давления в различные моменты времени:
 1 — $t = 9,7$ мкс; 2 — $t = 14,5$ мкс; 3 — $t = 32,4$ мкс

ся, что профиль массовых скоростей в зоне кавитации должен “замораживаться”. Экспериментальные исследования динамики массовых скоростей в зоне кавитации, выполненные на образцах дистиллированной воды в гидродинамической ударной трубке с использованием специальных меток и импульсного рентгена, подтвердили этот вывод [14]. Полученные результаты позволили предложить новый подход к исследованию кавитации — модель “замороженного” поля массовых скоростей в развивающейся зоне пузырьковой кавитации [15–17].

Исследуем волновую структуру, возникающую в тонком (толщиной 2 см) слое реальной жидкости при отражении от ее свободной поверхности ультракороткой ударной волны, генерируемой поршнем, в рамках одномерной постановки задачи о классической гидродинамической ударной трубке. Для этой постановки система газодинамических уравнений записывается в лагранжевых координатах:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = u, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\partial x}{\partial r},$$

где u — массовая скорость; x — эйлерова координата; r — лагранжева координата; p , ρ — средние давление и плотность.

Данная система уравнений решалась по явной разностной схеме с использованием линейной и квадратичной искусственных вязкостей Неймана — Рихтмайера методом, описанным в [18]. Значение искусственной вязкости выбиралось таким образом, чтобы сглаживались колебания давления за фронтом ударной волны при сохранении крутизны фронта.

Пусть в момент времени $t = 0$ поршень, расположенный в трубке слева, начинает движение, в результате чего в жидком слое формируется ударный импульс (кривая 1 на рис. 2) с амплитудой 150 атм и длительностью 3 мкс, который распространяется вправо и отражается от свободной поверхности. Согласно экспериментальным данным в жидкости в стабильном состоянии содержатся микропузырьки свободного газа с начальным радиусом $R_0 \simeq 1,5 \cdot 10^{-4}$ см (кавитационные зародыши) и с начальной объемной долей газовой фазы $k_0 \simeq 10^{-7}$. Расчет, выполненный в рамках ИКВ-модели, показывает, что в процессе отражения ударного импульса от свободной поверхности в жидком слое формируется волна разрежения (кривая 2 на рис. 2), которая распространяется в глубь слоя, инициирует рост кавитационных зародышей и трансформируется в волновой пакет с системой положительных и отрицательных фаз. Ширина пакета превышает исходный ударный импульс

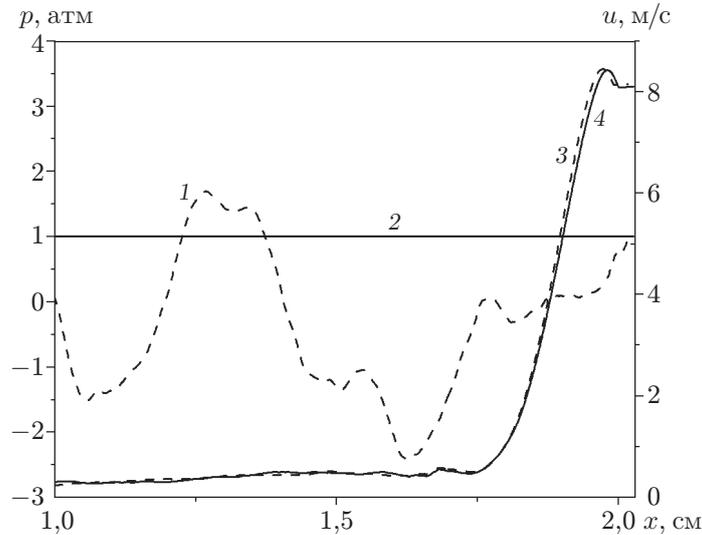


Рис. 3. Профили давления (1, 2) и массовой скорости (3, 4):
 1, 3 — $t = 32,4$ мкс; 2, 4 — $t = 43$ мкс

примерно в пять раз. Формирующееся волновое поле определяет структуру области кавитации, которая к моменту отражения пакета от твердого поршня ($t \simeq 27$ мкс) оказывается разделенной на отдельные зоны, в каждой из которых радиус пузырьков и объемная доля имеют свой максимум. В момент времени $t = 32,4$ мкс фронт отраженного от поршня волнового пакета достигает координаты $x \simeq 1$ см (кривая 3 на рис. 2). Как следует из расчета на другой половине слоя ($x \simeq 1 \div 2$ см), не возмущенной отраженной волной, процесс релаксации растягивающих напряжений практически завершен (рис. 2) и применение условия “замороженности” массовой скорости можно считать обоснованным.

2. Развитие кавитации при “замороженном” поле массовой скорости. Суть модели “замороженного” поля заключается в том, что до момента, когда растягивающие напряжения в зоне кавитации практически полностью релаксируют, применяется ИКВ-модель, в рамках которой рассчитывается динамика полей массовой скорости и давления. Когда максимальная амплитуда растягивающих напряжений становится равной некоторому заданному “критическому” значению (например, уменьшается на два порядка), сформировавшееся к этому моменту поле давления заменяется однородным и равным гидростатическому, а поле скорости фиксируется и сохраняется при дальнейшем развитии зоны.

С учетом сказанного выше система газодинамических уравнений записывается следующим образом:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = u, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\partial x}{\partial r}, \quad p = p_0.$$

Следует отметить, что в отличие от ИКВ-модели в рамках рассматриваемого подхода отсутствует ограничение на рост объемной доли пузырьков, который в этом случае может быть “неограниченным”, вплоть до значения, соответствующего “насыпной” плотности пузырьков. Результаты расчета при принятых выше условиях позволяют ввести условие “замороженности” профиля массовой скорости в момент времени $t_* = 33$ мкс. На рис. 3 представлены профили давления и скорости, рассчитанные по ИКВ-модели непосредственно до перехода (кривые 1, 3) и после перехода (кривые 2, 4). Видно, что вблизи свободной поверхности наблюдается большой градиент скорости на “базе” 2,5 мм, несколько меньшей длины падающей ударной волны. Следует отметить, что слабые колебания

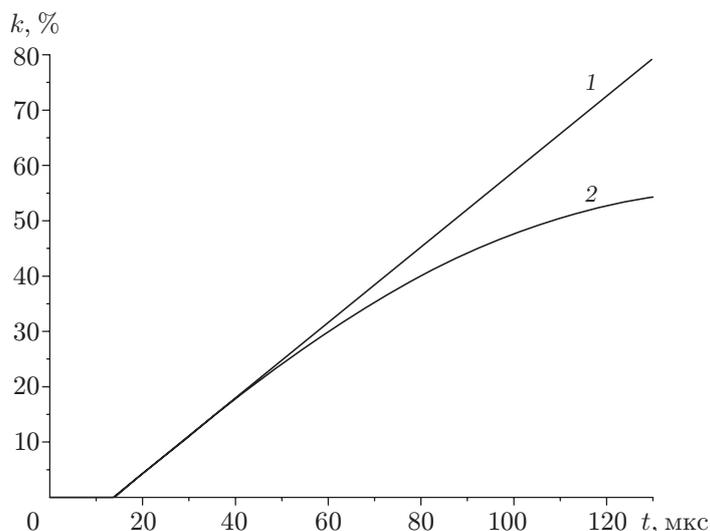


Рис. 4. Динамика объемной доли пузырьков k в зоне кавитации:
1 — расчет по модели “замороженного” поля; 2 — расчет по ИКВ-модели

амплитуды волнового поля, по сути, не влияют на профиль массовой скорости, форма которого оказывается практически идентичной для обеих моделей. При этом на обоих профилях имеется промежуточный максимум, который, как показали дальнейшие расчеты, играет существенную роль.

Естественно сравнить для обеих моделей другую основную характеристику кавитационной зоны — динамику объемной доли пузырьков. На рис. 4 такие данные представлены для некоторой точки в зоне интенсивно развивающейся кавитации. Сравнение расчетных данных, полученных с использованием ИКВ-модели и модели “замороженного” поля, включаемой в расчет с момента времени $t = 33$ мкс, когда амплитуда волны разрежения в области кавитации не превышала 2 % амплитуды ударного импульса, показывает, что они хорошо согласуются до времени порядка $40 \div 45$ мкс. К этому времени объемная доля превышает 20 %, увеличиваясь на 6–7 порядков, а отраженный от поршня волновой пакет достигает свободной поверхности. Заметим, что расхождение становится существенным после того, как практически вся кавитационная зона оказывается “возмущенной” отраженным от поршня волновым пакетом.

Как и следовало ожидать, согласно расчетным данным кавитация развивается наиболее интенсивно в основном вблизи свободной поверхности (рис. 5). При этом в некоторой части зоны пузырьки пульсируют. Например, к моменту времени $t = 53$ мкс в тонком слое жидкости, прилегающем к свободной поверхности, они схлопываются, а затем начинают расти, формируя отдельный кавитационный слой, в котором объемная доля пузырьков в интервале времени $t = 57 \div 86$ мкс увеличивается до 15 % (рис. 5).

В последующие моменты времени объемная доля достигает значения, соответствующего “насыпной” плотности пузырьков (рис. 6). Представленные результаты расчета позволяют сделать вывод, что дальнейшее объединение пузырьков приведет к образованию двух кавитирующих откольных слоев: основного толщиной около 3 мм и тонкого слоя в виде кавитирующей пелены с характерным размером, составляющим доли миллиметра (рис. 6). Заметим, что, когда объемная доля в основном откольном слое достигает 80 %, свободная граница сдвигается примерно на 1,5 мм.

Расчет формирования кавитирующих откольных слоев при совместном использовании ИКВ-модели и модели “замороженного” поля массовой скорости выполнен также для

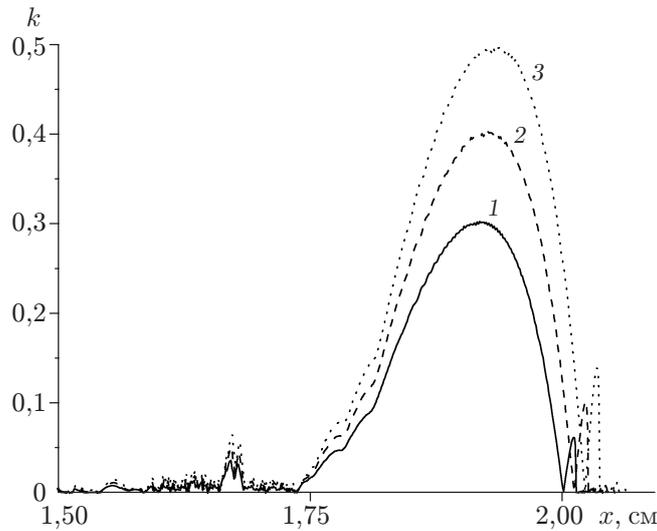


Рис. 5. Распределение объемной доли пузырьков по координате x :
 1 — $t = 57$ мкс; 2 — $t = 72$ мкс; 3 — $t = 86$ мкс

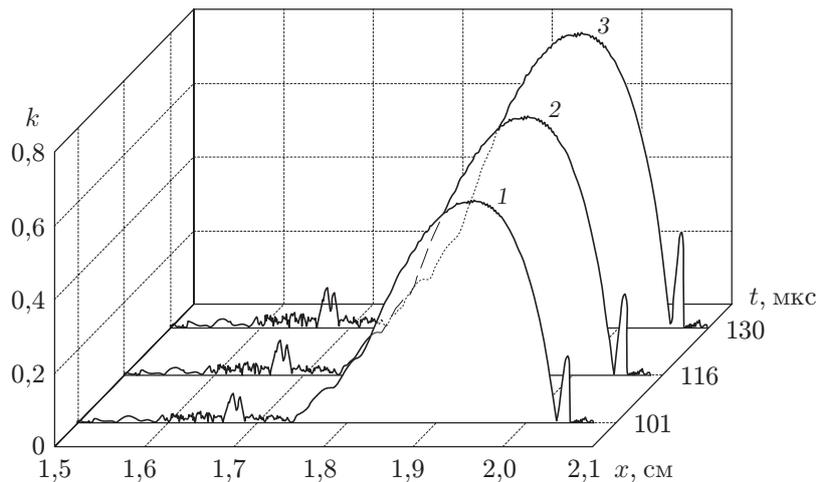


Рис. 6. Формирование кавитирующих отколов вблизи свободной границы жидкого слоя:
 1 — $t = 101$ мкс; 2 — $t = 116$ мкс; 3 — $t = 130$ мкс

падающей ударной волны колоколообразной формы с амплитудой 50 атм и длительностью около 2 мкс, распространяющейся в слое жидкости толщиной 1 см (рис. 7). Здесь кривая 1 соответствует падающей ударной волне, кривая 2 — отраженной от свободной поверхности волне, кривая 3 — распределение давления в слое к моменту времени $t = 14,7$ мкс. Левая часть графика представляет собой отраженный от поршня волновой пакет, фронт которого достиг координаты $x = 0,4$ см. Видно, что, как и в рассмотренном выше случае, перед волновым пакетом вплоть до свободной поверхности в кавитационной зоне поле давления практически однородно, и в этой части слоя начиная с указанного момента времени можно вводить условия “замороженного” поля массовой скорости. Расчет показал, что в этой постановке кавитационная зона развивается на “базе” $2 \div 3$ мм вблизи свободной поверхности. Структура этой зоны представлена на рис. 8. Видно, что в слое формируются две кавитирующие откольные зоны, из которых наиболее интенсивно развивается зона, ближайшая к свободной поверхности.

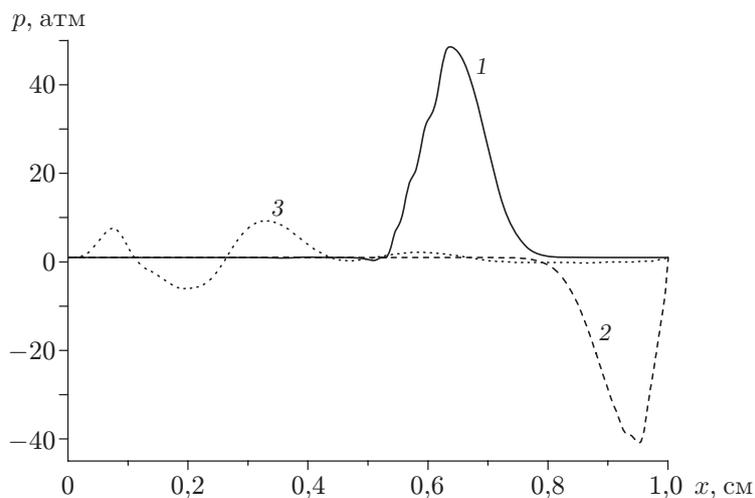


Рис. 7. Профили давления в различные моменты времени:
1 — $t = 4,6$ мкс; 2 — $t = 7,4$ мкс; 3 — $t = 14,7$ мкс

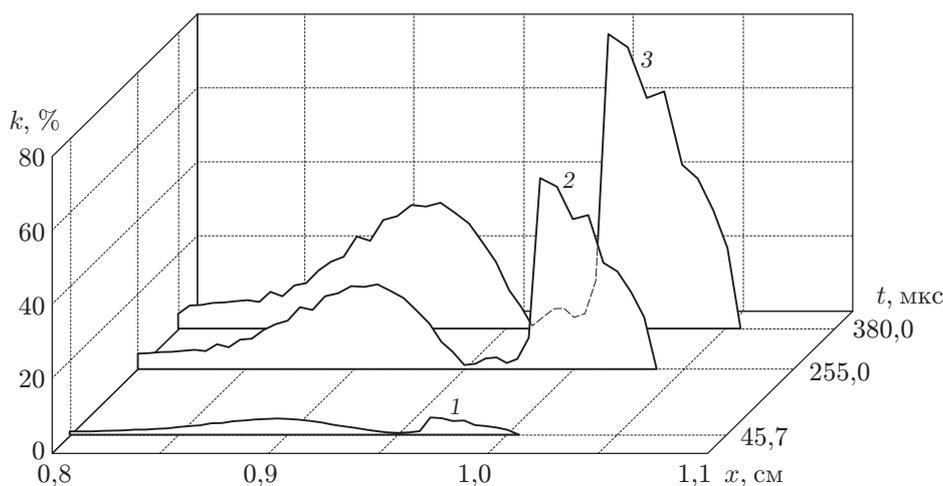


Рис. 8. Динамика формирования двух откольных зон вблизи поверхности слоя:
1 — $t = 45,7$ мкс; 2 — $t = 255$ мкс; 3 — $t = 380$ мкс

3. Выводы. На примере задачи о развитии пузырьковой кавитации в тонких жидких слоях с микропузырьками свободного газа показано, что экспериментально обоснованное совместное использование ИКВ-модели и модели “замороженной” массовой скорости позволяет рассчитать формирование кавитирующих отколов в слое жидкости при ее ударно-волновом нагружении. Можно предположить, что подобные эффекты наблюдаются и в вязких жидких средах, аналогичных магме, в которой в результате действия растягивающих напряжений, например при взрывном извержении вулканов, возникают фазовые переходы. В таких средах ядра кавитации могут возникать и в результате десорбции растворенного газа, и в результате кристаллизации расплава, причем, поскольку массовая доля растворенной в магме воды значительна (более 5 %), возможно интенсивное развитие кавитационных эффектов вплоть до разрушения магмы на фрагменты.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Strasberg M.** Undissolved air cavities as cavitation nuclei // Cavitation in hydrodynamics. L.: Nat. Phys. Lab., 1956. P. 1–13.
2. **Hammitt F. G., Koller A., Ahmed O., et al.** Cavitation threshold and superheat in various fluids // Proc. of the Conf. on cavitation, Edinburg, Sept. 3–5, 1974. L.: Mech. Engng Publ., 1976. P. 341–354.
3. **Бесов А. С., Кедринский В. К., Пальчиков Е. И.** Изучение начальной стадии кавитации с помощью дифракционно-оптической методики // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10, вып. 4. С. 240–244.
4. **Гаврилов Р. Л.** Содержание свободного газа в жидкостях и методы его измерения // Мощные ультразвуковые поля. М.: Наука, 1970. Ч. 4.
5. **Kedrinskii V. K.** On relaxation of tensile stresses in cavitating liquid // Proc. of the 13th Intern. congress on acoustics, Beograd, 1989. Sabac: Dragan Srnic Press, 1989. V. 1. P. 327–330.
6. **Воловец Л. Д., Златин Н. А., Пугачев Г. С.** Возникновение и развитие субмикротрещины в полиметилметакрилате при динамическом растяжении (отколе) // Письма в ЖТФ. 1978. Т. 4, вып. 18. С. 1079–1084.
7. **Гетц И. Г., Кедринский В. К.** Динамика взрывного нагружения конечного объема плотной двухфазной смеси // ПМТФ. 1989. № 2. С. 120–125.
8. **Kedrinskii V. K.** The experimental research and hydrodynamical models of a “sultan” // Arch. Mech. 1974. V. 26, N 3/4. P. 535–540.
9. **Кедринский В. К.** Динамика зоны кавитации при подводном взрыве вблизи свободной поверхности // ПМТФ. 1975. № 5. С. 68–78.
10. **Иорданский С. В.** Об уравнениях движения жидкости, содержащей пузырьки газа // ПМТФ. 1960. № 3. С. 102–110.
11. **Когарко Б. С.** Об одной модели кавитирующей жидкости // Докл. АН СССР. 1961. Т. 137, № 6. С. 1331–1333.
12. **Wijngaarden L. van.** On the collective collapse of a large number of cavitation bubbles in water // Proc. of the 11th Intern. congress of appl. mech., Munich, Germany, Aug. 1964. Berlin: Springer-Verlag, 1964. P. 854–861.
13. **Kedrinskii V. K.** Negative pressure profile in cavitation zone at underwater explosion near a free surface // Acta Astronaut. 1976. V. 3, N 7/8. P. 623–632.
14. **Kedrinskii V. K., Bergardt A. R., Chernobaev N. N.** Behaviour of a liquid under dynamic loading // Proc. of the IUTAM symp. on waves in liquid/gas and liquid/vapour two-phase systems, Kyoto, Japan, 9–13 May, 1994. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1995. P. 429–438.
15. **Chernobaev N. N.** Modelling of shock-wave loading of liquid volumes // Proc. of the IUTAM symp. on adiabatic waves in liquid-vapour systems, Goettingen, 1989. Berlin: Springer-Verlag, 1989. P. 361–370.
16. **Давыдов М. Н.** Развитие кавитации в капле при ударно-волновом нагружении // Динамика сплошной среды / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 2001. Вып. 117. С. 17–20.
17. **Кедринский В. К.** Нелинейные проблемы кавитационного разрушения жидкости при взрывном нагружении (обзор) // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 3. С. 74–91.
18. **Самарский А. А., Попов Ю. П.** Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1980.