

УДК 620.178.2: 66.018.64.001.4

## **ИЗМЕРЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЯЗКОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ\***

**В.М. КУЛИК, Б.Н. СЕМЁНОВ, С.Л. МОРОЗОВА**

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

Предложена новая методика измерения вязкоупругих свойств материалов, основанная на точном решении задачи о вынужденных колебаниях плоского образца, нагруженного инертной массой. Описана установка, реализующая этот метод. Измерения модуля упругости и коэффициента потерь проводятся в диапазоне частот от 100 Гц до 10 кГц при относительной деформации образца меньше одного процента.

Выведены приближенные формулы расчета вязкоупругих свойств и определены условия их применимости. Предложены методы расширения частотного диапазона и измерения материалов с очень большим коэффициентом потерь.

Произведено сравнение предложенного метода с действующим стандартом. Показано, что новая методика обладает большей точностью и расширенным диапазоном измерения параметров, а конструкция установки отличается простотой и надежностью, поскольку не требует знания колебательных свойств источника вибрации.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Резины и похожие на них вязкоупругие материалы (эластомеры) широко используются как конструкционные материалы для виброзащиты и звукоизоляции. Динамические свойства таких материалов — зависимости модуля упругости и коэффициента потерь от частоты являются главными параметрами этих материалов. Знание этих параметров является необходимым в новых областях науки и техники, например, для создания податливых покрытий, снижающих сопротивление трения в турбулентном течении [1, 2].

Существуют различные методики измерения динамических свойств вязкоупругих материалов, подробно описанные в монографии [3], однако большинство этих методик может работать только до частоты  $\approx 100$  Гц. Отличием от этого правила является прибор Фитцджеральда [4], однако он очень сложен в настройке и проведении измерений.

Знания свойств материалов на низких частотах ( $f < 100$  Гц) вполне достаточно для целей виброакустики и виброизоляции, однако совершенно недостаточно для расчета колебательных свойств податливых покрытий, работающих на частотах от нескольких сотен герц до нескольких килогерц, которые соответствуют частотному диапазону турбулентных пульсаций давления, эффективно взаимодействующих с покрытием [5].

В основу действующего стандарта [6] на метод измерения вязкоупругих свойств положено приближенное решение [7, 8] о вынужденных колебаниях плоского образца, нагруженного заданной массой. В настоящей статье получено точное

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 06-08-00193-а).

решение этой задачи. Для практического использования выведены приближенные формулы (глава 3) и определены условия их справедливости. В главах 4 и 5 предложено развитие метода для расширения частотного диапазона и измерения материалов с очень большими вязкими потерями. В главе 2 дано описание созданной в Институте теплофизики СО РАН экспериментальной установки, отличающейся простотой, точностью измерений и надежностью.

### 1. ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПЛОСКОГО ОБРАЗЦА

Рассмотрим задачу динамического деформирования плоского образца вязкоупругого материала, приклеенного к вибрирующему основанию и нагруженного сверху инертной массой —  $M$ , как показано на рис. 1.

Уравнение движения имеет вид

$$\rho \frac{\partial^2 \xi(y,t)}{\partial t^2} = E^* \frac{\partial^2 \xi(y,t)}{\partial y^2}, \quad (1)$$

где  $\xi$  — смещение слоя покрытия на высоте  $y$  от положения равновесия,  $E^* = E(1+i\eta)$  — комплексный модуль упругости,  $\eta$  — коэффициент потерь (отношение мнимой части комплексного модуля упругости к его действительной части),  $\rho$  — плотность материала,  $H$  — толщина образца.

Граничное условие на нижней грани образца есть заданная амплитуда вибрации  $a$  с частотой  $\omega$

$$\xi = ae^{i\omega t} \quad \text{при } y = 0. \quad (2)$$

На верхней грани образца соблюдается равенство напряжений в образце  $\sigma$  и давления  $p$ , развиваемого колеблющейся массой  $M$ :  $p = -\sigma$ , что дает второе граничное условие\*

$$\frac{M}{S} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -E^* \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad \text{при } y = H, \quad (3)$$

Здесь  $S$  — площадь контакта образца с инертной массой.

Решение ищется в виде

$$\xi = F(y)e^{i\omega t}.$$

Подставляя  $\xi$  в (1), получаем обычное дифференциальное уравнение

$$-\omega^2 \rho F(y) = E(1+i\eta) \frac{d^2 F}{dy^2},$$

решение которого имеет вид

$$F = C_1 e^{\delta y} + C_2 e^{-\delta y}, \quad (4)$$

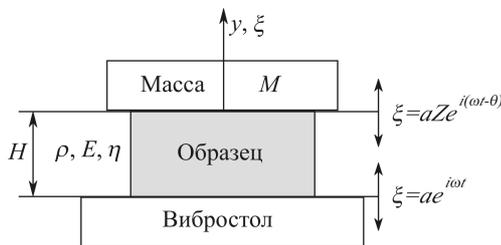


Рис. 1. Схема динамического деформирования плоского образца.

\* Именно это условие не было записано в работах [7, 8], что не позволило решить задачу в полном объеме.

где

$$\delta = i\omega \sqrt{\frac{\rho}{E(1+i\eta)}}. \quad (5)$$

Используя граничное условие (2), получаем

$$C_1 + C_2 = a. \quad (6)$$

Граничное условие (3) дает уравнение

$$-\frac{M}{S}\omega^2 (C_1 e^{\delta H} + C_2 e^{-\delta H}) = C_1 \delta e^{\delta H} - C_2 \delta e^{-\delta H}. \quad (7)$$

Из уравнений (6) и (7) находим  $C_1$  и  $C_2$ . Подставляя их в уравнение (4), получаем измеряемое в эксперименте виброрасстояние нагрузочной массы, которое равно  $\xi(H) = Zae^{-i\Theta}$ , где  $Z$  — отношение амплитуд смещения верхней и нижней грани образца,  $\Theta$  — фазовое отставание смещения верхней грани от нижней. Таким образом, получаем

$$Ze^{-i\Theta} = \frac{2E\delta(1+i\eta)}{\left[\frac{M}{S}\omega^2 + E(1+i\eta)\delta\right]e^{-\delta H} - \left[\frac{M}{S}\omega^2 - E(1+i\eta)\delta\right]e^{\delta H}}. \quad (8)$$

Обезразмерим выражения (5) и (8). Для этого введем параметры

$$E_0 = \frac{M\omega^2 H}{S}, \quad (9)$$

смысл которого станет ясен впоследствии, и  $m = \rho SH$  — масса образца. Результирующее выражение имеет вид

$$\begin{cases} \delta H = \left(\frac{E_0}{2E} \frac{m}{M} \frac{1}{1+\eta^2}\right)^{1/2} \left(\sqrt{1+\eta^2} - 1 + i\sqrt{1+\eta^2} + 1\right), \\ Ze^{-i\Theta} = \frac{2\delta H(1+i\eta)}{\left[\frac{E_0}{E} + \delta H(1+i\eta)\right]e^{-\delta H} - \left[\frac{E_0}{E} - \delta H(1+i\eta)\right]e^{\delta H}}. \end{cases} \quad (10)$$

Типичный пример поведения  $Z$  и  $\Theta$  показан на рис. 2. Резонансный пик отношения амплитуд деформаций верхней и нижней граней образца резко уменьшается с ростом

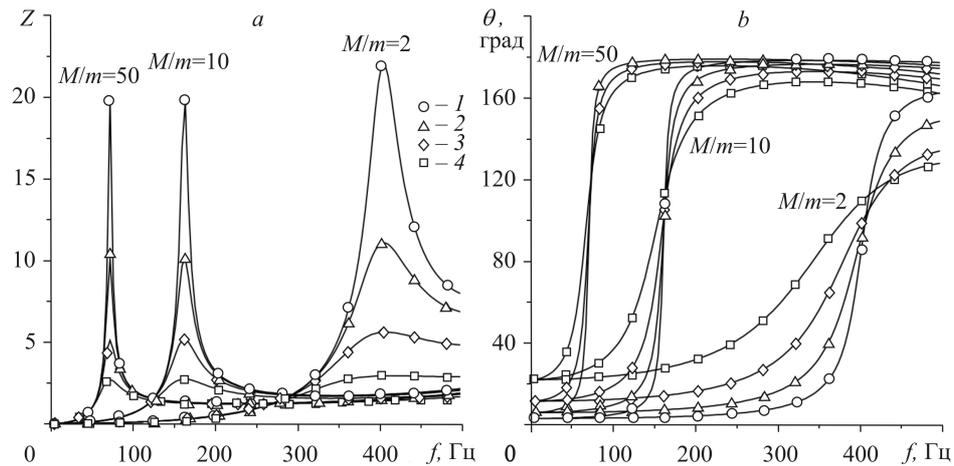


Рис. 2. Зависимость отношений амплитуд деформаций верхней и нижней граней образца (а) и их фазового смещения (б) от свойств образца.

$E = 1$  МПа,  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $H = 1$  см,  $M/m = 50, 10, 2, \eta = 0,05$  (1), 0,1 (2), 0,2 (3), 0,4 (4).

коэффициента потерь. Фазовый сдвиг  $\Theta$  изменяется от  $0$  до  $180^\circ$  при прохождении резонансной частоты. С увеличением коэффициента потерь скорость изменения  $\Theta$  (в области резонанса) уменьшается. В общем случае фазовый сдвиг на резонансной частоте не равен  $90^\circ$  (особенно это заметно при малых значениях  $M/m$ , см. кривую  $M/m = 2$  на рис. 2, *b*).

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Схема экспериментальной установки для измерения вязкоупругих свойств материалов представлена на рис. 3 [9]. Образец материала приклеен к столу вибростенда, а сверху на него также приклеена инертная масса. Акселерометры измеряют виброускорение на нижней и верхней гранях образца. Мощный вибратор (вибростенд ВЭДС–100Б с развиваемым усилием до 100 Н) создает гармонические колебания в вертикальном направлении в диапазоне частот  $60 \text{ Гц} \div 10 \text{ кГц}$ .

Поскольку сигналы с датчиков пропорциональны величине виброускорения:

$$U_{\text{н}} = k_{\text{н}} \frac{d^2 \xi|_{y=0}}{dt^2} = \omega^2 k_{\text{н}} a,$$

$$U_{\text{в}} = k_{\text{в}} \frac{d^2 \xi|_{y=H}}{dt^2} = \omega^2 k_{\text{в}} aZ,$$

то  $Z = \frac{k_{\text{н}} U_{\text{в}}}{k_{\text{в}} U_{\text{н}}}$ , где  $k_{\text{н}}$  и  $k_{\text{в}}$  — паспортные чувствительности нижнего и верхнего

датчиков,  $U_{\text{н}}$  и  $U_{\text{в}}$  — амплитуды сигналов с этих датчиков. Сдвиг фаз  $\Theta$  между смещениями верхней и нижней граней образца (такой же, как и между виброускорениями этих граней) измеряется цифровым фазометром. Перед приклейкой образца определяются его масса  $m$  и масса нагрузочной площадки с закрепленным на ней датчиком виброускорения  $M$ , а также геометрические размеры образца  $H$  и  $S$ .

В качестве акселерометров использованы датчики виброускорения Д14, ДН-4 (страна изготовления — Россия, масса — 14 г) и D34, D35 (Германия, 18 и 26 г соответственно). Широкий набор датчиков (с минимальной массой 0,4 г) представляет фирма Брюль и Кьер. Чувствительности всех датчиков одного порядка ( $k \approx 10 \text{ мВ}/(\text{м}/\text{с}^2)$ ), а фазовый сдвиг в рабочем диапазоне частот (до  $\approx 15 \text{ кГц}$ ) отсутствует.

Образец изготавливался в виде плоского кольца толщиной 5 мм. Наружный диаметр кольца — 50 мм, внутренний — 40 мм. При расчете модуля упругости, определяемого для образца с толщиной, сравнимой с поперечным размером, необ-

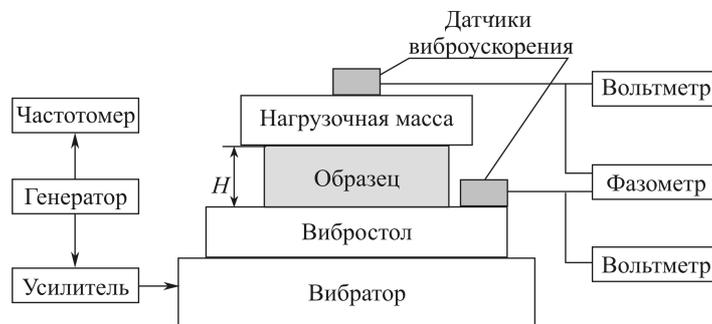


Рис. 3. Схема экспериментальной установки.

ходимо использовать формфактор, поскольку из-за конечных размеров образца измеренный модуль упругости всегда больше. Расчет формфактора для цилиндрического образца дан в работе [7]. Для конкретных размеров образца, использованных в данной работе, формфактор равен 0,72.

При работе на вибростенде вначале находится резонансная частота, а затем записывается массив данных  $\{f, Z, \Theta\}$  в диапазоне изменения  $\Theta$  от 20 до 160°.

Вибростол со смонтированным на нем образцом помещен в термостатированную камеру с диапазоном регулирования температуры от -15 до +80 °С. Перед проведением измерений образец выдерживается при заданной температуре в течение не менее одного часа.

Таким образом, для измерения  $E$  и  $\eta$  на заданной частоте  $\omega$  необходимо знать шесть параметров:  $M, m, H, S, Z$  и  $\Theta$ . Массы  $M$  и  $m$  легко определяются с высокой точностью взвешиванием. Измерение линейных размеров образца также не вызывает затруднений. Отличительной особенностью предлагаемого метода является то, что колебательные свойства вибратора никак не влияют на результаты измерений. Установка не требует юстировки и настройки и очень проста в эксплуатации. Кроме этого, образец может быть любой формы и размеров (однако для каждого конкретного случая надо знать формфактор). Установка легко может быть модифицирована для измерения модуля сдвига.

Проведена серия измерений вязкоупругих свойств кремнийорганических резин на основе полидиметилсилоксана  $[\text{Si}(\text{CH}_3)_2 - \text{O}]_n$ . Эти материалы полимеризуются при комнатной температуре и нормальном давлении при добавлении катализатора. Время жизни получаемой смеси — несколько часов. Образцы для измерения отливались в специальных формах. Перед приклейкой металлические поверхности вибростола и инертной массы обрабатывались специальным раствором П11 для увеличения адгезии. Особое внимание обращалось на отсутствие пузырьков воздуха при изготовлении образца и его приклейке. Результаты этих измерений опубликованы в серии работ [2, 10].

### 3. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ФОРМУЛЫ

Система уравнений (10) дает алгоритм связи модуля упругости  $E$  и коэффициента потерь  $\eta$  с измеряемыми параметрами. Сравнительно сложные формулы нахождения точного решения не вызывают затруднений при использовании ПК, однако для практических расчетов удобно использовать первое приближение.

Для случая  $|\delta|H \ll 1$  получаются простые расчетные формулы

$$\begin{cases} E = \frac{M\omega^2 H}{S} \frac{Z \cos \Theta - Z^2}{2Z \cos \Theta - 1 - Z^2}, \\ \eta = \frac{\sin \Theta}{Z - \cos \Theta}, \end{cases} \quad (11)$$

а для  $\Theta = 90^\circ$

$$E = \frac{M\omega^2 H}{S} \frac{Z^2}{Z^2 - 1}, \quad \eta = 1/Z.$$

Для большинства материалов  $\eta < 0,2$  и  $Z^2 \gg 1$  (см. рис. 2, а), поэтому  $E \approx \frac{M\omega^2 H}{S}$ .

Это проясняет физический смысл параметра  $E_0$ , введенного в формулу (9), как первого приближения при вычислении модуля упругости.

Оценим погрешность использованного приближения.

$$\text{Пусть } E_{\text{пр}} = \frac{M\omega^2 H}{S} \frac{Z^2}{Z^2 - 1}, \quad \eta_{\text{пр}} = 1/Z.$$

Перепишем систему уравнений (10) с использованием  $E_{\text{пр}}$  и  $\eta_{\text{пр}}$  для  $\Theta = 90^\circ$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-i}{\eta_{\text{пр}}} = \frac{2\delta H(1+i\eta)}{\left[ \frac{E_{\text{пр}}}{E}(1+\eta_{\text{пр}}^2) + \delta H(1+i\eta) \right] e^{-\delta H} - \left[ \frac{E_{\text{пр}}}{E}(1+\eta_{\text{пр}}^2) - \delta H(1+i\eta) \right] e^{\delta H}}, \\ \delta H = \left[ \frac{E_{\text{пр}}}{E} \frac{m}{M} \frac{1+\eta_{\text{пр}}^2}{1+\eta^2} (i\eta - 1) \right]^{1/2}. \end{array} \right.$$

Коэффициенты коррекции:

$$K_E = 100 \frac{E - E_{\text{пр}}}{E_{\text{пр}}} (\%), \quad K_\eta = 100 \frac{\eta - \eta_{\text{пр}}}{\eta_{\text{пр}}} (\%)$$

показаны на рисунке 4 как функции  $M/m$  при различных значениях коэффициента потерь.  $K_E$  и  $K_\eta$  обратно пропорциональны отношению  $M/m$  в реально используемом диапазоне изменения  $4 < M/m < 250$ . Для  $\eta < 0,1$   $K_E \approx 33,66 (M/m)^{-1,003}$ , а  $K_\eta \approx 18,16 (M/m)^{-1,008}$  (линии 1 на рис. 4, а, б). С ростом коэффициента потерь значение  $K_E$  несколько уменьшается, а  $K_\eta$  — увеличивается. Так, при  $\eta = 0,8$   $K_E \approx 23,6 (M/m)^{-1,008}$ , а  $K_\eta \approx 25,3 (M/m)^{-0,985}$  (линии 3 на рис. 4, а, б). В общем случае значение  $E_{\text{пр}}$  и  $\eta_{\text{пр}}$  оказывается несколько меньше точных значений.

Как видно из приведенных графиков, с ростом отношения нагрузочной массы к массе образца оба поправочных коэффициента непрерывно уменьшаются и при  $M/m > 30$  их можно не учитывать ( $K_E < 1,5 \%$ ,  $K_\eta < 1 \%$  во всем реально возможном диапазоне изменения коэффициента потерь).

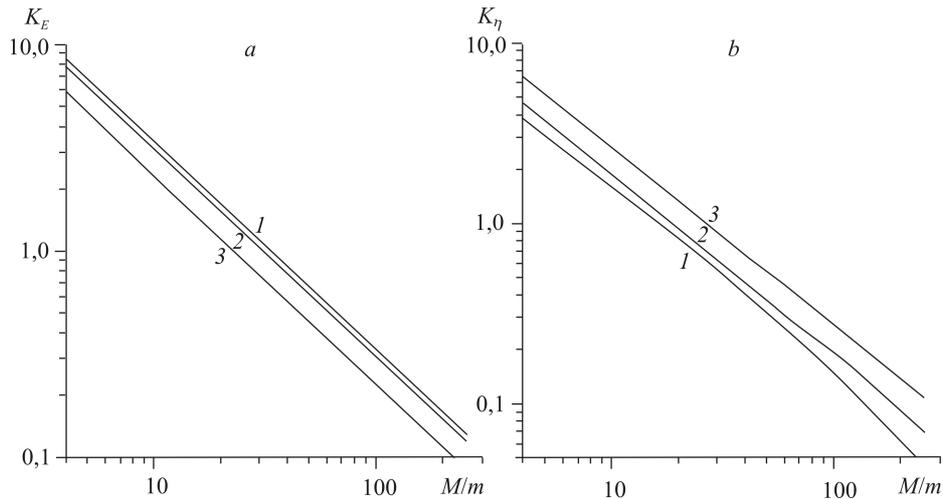


Рис. 4. Коэффициенты коррекции приближенного решения для нахождения модуля упругости (а) и для коэффициента потерь (б).  
 $\eta = 0,05$  (1),  $0,4$  (2),  $0,8$  (3).

Смещение слоя, отстоящего на расстояние  $y$  от вибрирующего основания, равно

$$\xi = (C_1 e^{\delta y} + C_2 e^{-\delta y}) e^{i\omega t} = C_1 e^{\operatorname{Re} \delta y} e^{i(\omega t + \operatorname{Im} \delta y)} + C_2 e^{-\operatorname{Re} \delta y} e^{i(\omega t - \operatorname{Im} \delta y)}.$$

Это показывает, что деформация образца образуется от сложения двух волн: бегущей вверх (член с  $C_2$ ) и бегущей вниз (член с  $C_1$ ). Поскольку

$$\operatorname{Re} \delta = \frac{-1}{H} \left[ \frac{E}{2E_{\text{пр}}} \frac{m}{M} \frac{1 + \eta_{\text{пр}}^2}{1 + \eta^2} \left( \sqrt{1 + \eta^2} + 1 \right) \right]^{1/2}$$

всегда меньше нуля, то волна, бегущая вверх, является растущей по амплитуде, а бегущая вниз — затухающей.

Длина волны деформации

$$\lambda = \frac{2\pi}{\operatorname{Im} \delta} = 2\pi H \left[ \frac{2E}{E_{\text{пр}}} \frac{M}{m} \frac{1 + \eta^2}{1 + \eta_{\text{пр}}^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2} + 1} \right]^{1/2}.$$

В области параметров, где можно не учитывать поправочные коэффициенты (при  $M/m > 30$ ), будет справедливо

$$\frac{\lambda}{H} > 2\pi \sqrt{\frac{M}{m}} > 2\pi \sqrt{30} > 30,$$

т. е. длина волны много больше толщины образца.

#### 4. РАСШИРЕНИЕ ЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА

Для расширения частотного диапазона измерений вязкоупругих свойств можно проводить измерения на разных температурах и использовать температурно-частотную аналогию Вильямса–Ландела–Ферри [3]. Однако этот метод имеет существенный недостаток, поскольку не все материалы подчиняются этому правилу, а коэффициенты приведения априори неизвестны.

Как видно на рис. 2,  $a$  частотный диапазон предложенного метода определяется отношением нагрузочной массы к массе образца. Резонансная частота, выводимая из соотношения (9), приближенно может быть определена как

$$f_0 \approx \frac{1}{4H} \sqrt{\frac{Em}{\rho M}},$$

поскольку  $E_0 \approx E$ , как было показано в предыдущей главе. Увеличением нагрузочной массы можно расширять частотный диапазон, сдвигая резонансную частоту в нижнюю сторону. Однако расширить частотный диапазон в сторону высоких частот уменьшением нагрузочной массы можно только до определенного предела, поскольку сделать нагрузочную массу (диск с закрепленным на нем датчиком виброускорения) легче измеряемого образца не представляется возможным. С другой стороны, увеличение массы образца требует увеличения его высоты, что приводит к снижению резонансной частоты. Таким образом, расширить частотный диапазон в сторону высоких частот можно только уменьшением размеров образца и миниатюризацией датчика виброускорения.

Для расширения частотного диапазона предлагается проводить измерения не только на первом резонансе, но и на последующих (с более высокой кратностью).

На рис. 5, *a* приведена типичная зависимость отношения амплитуды вибраций на верхней и нижней гранях образца  $Z$  относительно безразмерного параметра  $b/\pi$ , где

$$b = -\operatorname{Re} \left[ \omega H \sqrt{\rho/E} (1+i\eta)^{-1/2} \right].$$

Видно, что кроме первого резонанса, подробно описанного ранее, существует ещё целый ряд резонансов при  $b/\pi \approx k-1$ ,  $k = 2, 3, 4 \dots$ . Амплитуды этих резонансов убывают с номером кратности и ростом коэффициента потерь. Так, при отношении нагрузочной массы к массе датчика  $M/m = 50$  и коэффициенте потерь  $\eta = 0,05$  амплитуда второго резонанса примерно в 25 раз меньше первого, а амплитуда третьего меньше первого в 100 раз. При  $\eta > 0,5$  второй и последующие резонансы практически не выделяются.

Фаза колебаний верхней грани относительно нижней, показанная на рис. 5, *b*, при прохождении каждого резонанса увеличивается на  $180^\circ$ , а в точке резонанса  $\Theta \approx 90^\circ + 180^\circ(k-1)$ . Крутизна изменения фазы при резонансах уменьшается с номером кратности и ростом  $\eta$ .

Важным параметром является отношение массы нагрузки к массе образца. С уменьшением  $M/m$  амплитуда второго и всех последующих резонансов резко увеличивается (рис. 6, *a*). Это свойство необходимо учитывать при проведении измерений, делая  $M/m$  как можно меньше. Отметим, что при малых значениях  $M/m$  непригодны приближенные формулы для определения  $E$  и  $\eta$ , поэтому необходимо искать точное решение с помощью компьютера даже для первого резонанса.

Перепишем исходное уравнение (10) в более удобном виде:

$$\begin{cases} Z e^{-i\Theta} = \frac{2\Delta(1+i\eta)}{[B^2x + \Delta(1+i\eta)]e^{-\Delta} - [B^2x - \Delta(1+i\eta)]e^{\Delta}}, \\ \Delta = B \left( \frac{m}{M} \frac{x}{2} \frac{1}{1+\eta^2} \right)^{1/2} \left( \sqrt{\sqrt{1+\eta^2} - 1} + i\sqrt{\sqrt{1+\eta^2} + 1} \right), \end{cases}$$

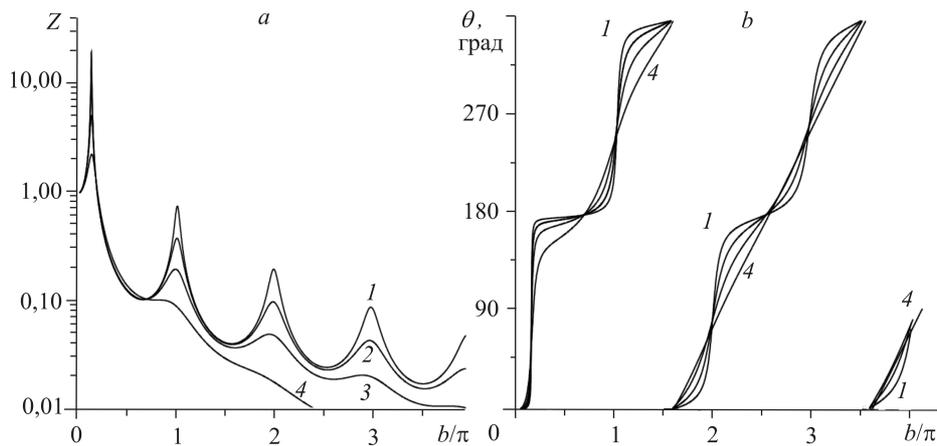


Рис. 5. Отношение амплитуды колебаний верхней и нижней граней образца  $Z$  (*a*) и их фазового сдвига  $\Theta$  (*b*) относительно безразмерной частоты при  $M/m = 50$  и коэффициента потерь  $\eta = 0,05$  (1), 0,1 (2), 0,2 (3), 0,5 (4).

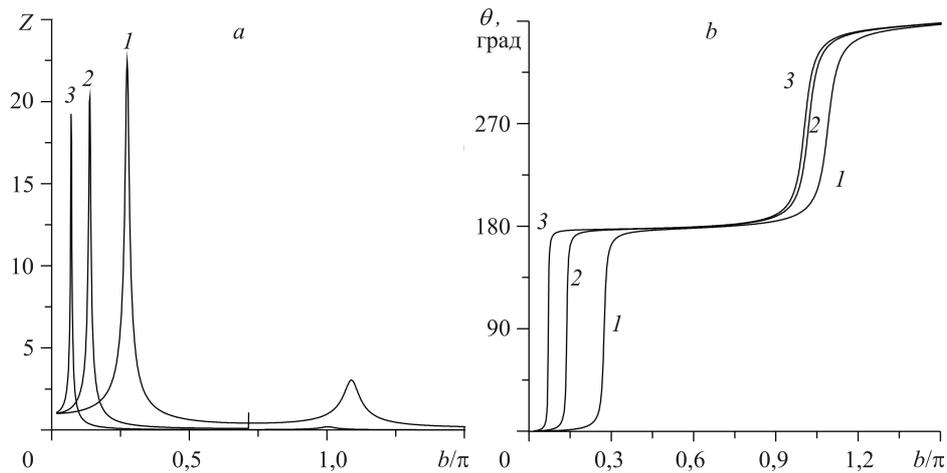


Рис. 6. Сравнение измеряемых параметров  $Z$  (а) и  $\Theta$  (б) на различных резонансах при  $\eta = 0,05$  и  $M/m = 10$  (1), 50 (2), 200 (3).

где  $x = E_0/E$ ,  $E_0 = M\omega_0^2 H/S$ ,  $\omega_0 = \omega/B$ . Для первого резонанса  $B = 1$ , а для последующих —  $B = \pi\sqrt{M/m}(k-1)$ ,  $k = 2, 3, 4 \dots$ .

Решение ищется вблизи точки приближенного решения ( $x = 1$ ,  $\eta = 1/Z$ ) для первого резонанса, а для последующих — ( $x = 1$ ,  $\eta = 2/ZB^2$ ).

Физическая картина деформации образца в сравнении с картиной деформации образца, прикрепленного верхней стороной к неподвижному основанию, показана на рис. 7. Сравнение выполнено на частотах, при которых высота покрытия равна одной (кривая 1) и двум (кривая 3) длинам волн деформации “закрепленного” образца. На вибрирующем основании  $Z = 1$  и  $\Theta = 0$ . На “закрепленном” образце на верхней границе (при  $y = H$ )  $Z = 0$ , а фаза практически отсутствующих колебаний равна  $90^\circ$  на первом резонансе и  $270^\circ$  — на втором. На образце, нагруженном инертной массой (кривые 2 и 4), при  $y/H = 1$  смещение не равно нулю. Видно, что с ростом кратности резонанса отличия между этими двумя случаями различного закрепления образца резко уменьшаются. То же самое происходит и при увеличении отношения  $M/m$ .

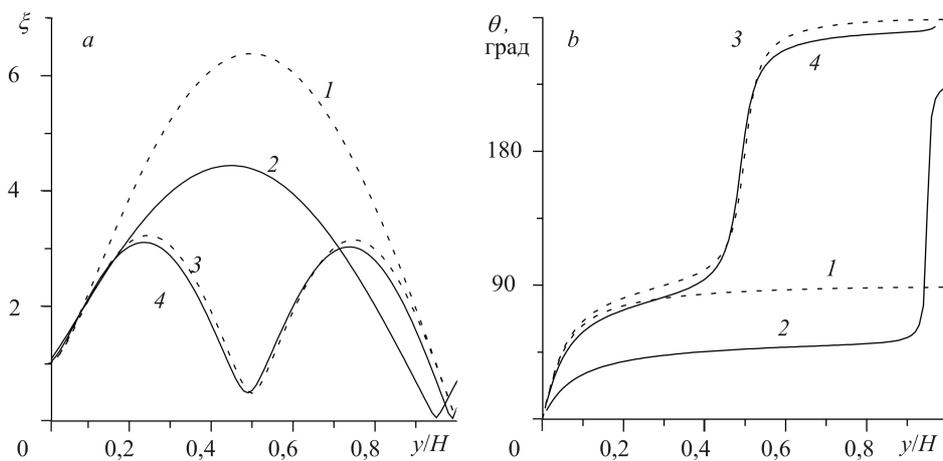


Рис. 7. Эпюры амплитуды деформации (а) и набега фазы  $\Theta$  (б) по толщине образца: 1, 3 — “закрепленный” образец, 2, 4 — нагруженный инертной массой,  $M/m = 10$ ,  $\eta = 0,2$ .

Особо отметим, что на “закрепленном” образце первый резонанс соответствует

$$H = \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{b} = \frac{\pi\sqrt{E/\rho}}{\omega} \sqrt{\frac{1+\eta^2}{1+\sqrt{1+\eta^2}}},$$

и нет никаких параметрических резонансов, как в случае образца, нагруженного массой  $M$ , для которого частота “нулевого” параметрического резонанса меньше частоты основного (первого) резонанса в  $\pi\sqrt{M/m}$  раз. На “нулевом” резонансе величина  $Z$  обычно больше единицы, и не возникает проблем с ее определением. С увеличением номера резонанса значение  $Z$  уменьшается и становится меньше единицы (рис. 5, *a*). При этом деформация внутри образца остаётся достаточно большой (рис. 7, *a*).

Таким образом, нагружая инертной массой  $M$  образец массой  $m$ , можно измерять два параметра  $Z$  и  $\Theta$  и рассчитывать модуль упругости  $E$  и коэффициент потерь  $\eta$ . Это позволяет проводить измерения не только на частоте основного резонанса и кратных ему частот, но и на добавочном параметрическом резонансе, частота которого в  $\pi\sqrt{M/m}$  раз меньше частоты основного резонанса.

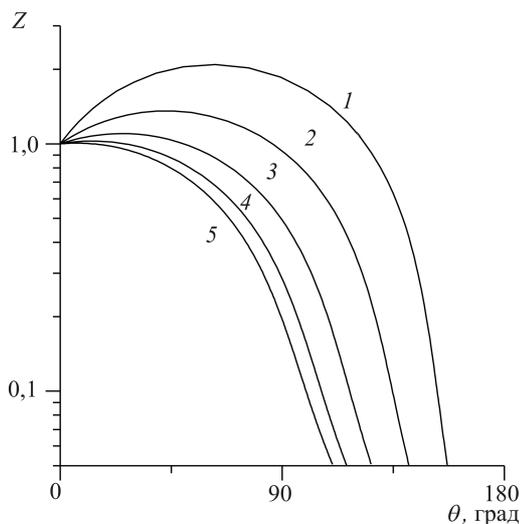
### 5. ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ С ОЧЕНЬ БОЛЬШИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПОТЕРЬ

Для звукоизоляционных и звукопоглощающих материалов наиболее важной является область высоких коэффициентов потерь ( $\eta > 0,5$ ).

Действующий стандарт [6] требует определения резонансной частоты колебаний образца и измерения отношения виброускорений его верхней и нижней граней на этой частоте. Как видно из амплитудно-фазовой характеристики колебаний образца (рис. 8), с ростом коэффициента потерь определить резонансную частоту становится затруднительно, поскольку резонансный пик делается все более размытым. При  $\eta > 1$  резонансную частоту определить практически невозможно, что ограничивает область применения действия стандарта [6]. Таким образом, этот метод вполне обоснованно можно отнести к разряду резонансных.

Предлагаемый в настоящей работе метод свободен от указанного ограничения, поскольку не требует определения резонансной частоты. Для больших  $\eta$  измерения следует проводить при  $\Theta > 100^\circ$ , где материалы с различными коэффициентами потерь сильнее отличаются между собой отношением виброускорений верхней и нижней граней. Однако за это расширение области применения метода приходится платить уменьшением в 5–10 раз уровня сигнала с верхнего датчика, что, однако, не препятствует реализации метода.

На рис. 9 приведены расчеты отношения амплитуды смещения слоя на высоте  $y$  к амплитуде



На рис. 9 приведены расчеты отношения амплитуды смещения слоя на высоте  $y$  к амплитуде

Рис. 8. Амплитудно-фазовые характеристики вынужденных колебаний материалов с различными коэффициентами потерь.

$\eta = 0,5$  (1), 1 (2), 2 (3), 4 (4), 8 (5).

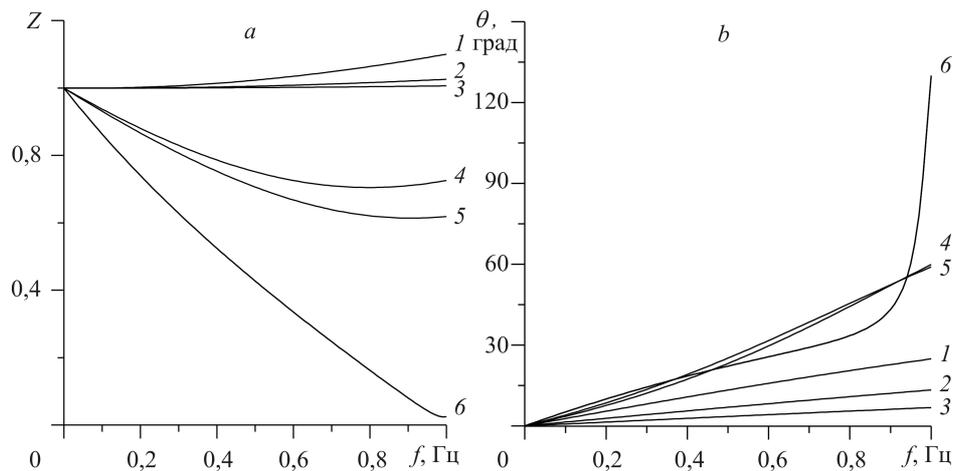


Рис. 9. Эпюры деформаций (а) и распределение фазы (б) по высоте образца, полученные при различных условиях: резонанс (1–3),  $\Theta = 60^\circ$  (4–5),  $130^\circ$  (6),  $\eta = 2$  (1), 4 (2, 4, 6), 8 (5).

задаваемых вибраций, а также изменение фазового сдвига между ними. При резонансе (кривые 1–3) с ростом  $\eta$  от 2 до 8 деформация образца становится все более однородной по высоте, а при  $\eta > 2$  величина  $|\xi|/aZ \approx 1$  при всех  $y$ . Как уже было показано выше, фазовый сдвиг между колебаниями верхней и нижней граней образца при этом уменьшается, и характер деформации образца становится таким же, как в статике. Кривые 4 и 5 показывают примеры неразличимости картин деформирования образца в области слияния амплитудно-фазовых характеристик (при  $\eta > 4$  это область  $\Theta < 80^\circ$ ).

В рекомендуемой для измерения области фазовых сдвигов ( $\Theta > 100^\circ$ ) материалы с очень большим коэффициентом потерь различаются не только по своим амплитудно-фазовым характеристикам, но и по картине деформирования (см. кривую 6 на рис. 9). При этом амплитуда смещения слоев уменьшается с удалением от вибрирующего основания в  $5 \div 10$  раз. При  $\eta = 4$  основной набег фазы происходит в верхней четверти образца, т. е. там, где амплитуда деформаций минимальна.

Таким образом, предложенный метод измерения вязкоупругих свойств материалов обладает рядом преимуществ по отношению к действующему Стандарту. Метод основан на точном решении задачи о вынужденных колебаниях плоского образца, нагруженного заданной массой. Это позволило не только вывести уравнение связи модуля упругости и коэффициента потерь с измеряемыми в эксперименте параметрами, но и получить приближенные формулы, справедливые при величине отношения нагрузочной массы к массе образца, большей 30.

Для расширения частотного диапазона предлагается проводить измерения на частотах кратных резонансов. Обсуждены методы преодоления возникающих сложностей и предложено первое приближение для расчета  $E$  и  $\eta$  на кратных резонансах.

Для определения вязкоупругих свойств материалов с очень большим коэффициентом потерь рекомендовано проводить измерения при фазовом отставании перемещения верхнего датчика относительно задаваемых вибраций больше  $100$  градусов.

Созданная в Институте теплофизики СО РАН установка, реализующая предложенный метод, позволяет проводить измерения динамических свойств вязкоупругих материалов в широком диапазоне частот (от  $100$  Гц до  $10$  кГц) при малой величине относительной деформации ( $10^{-4} \div 10^{-2}$ ).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулик В.М. Волновые свойства податливого покрытия // Теплофизика и аэромеханика. — 2005. — Т. 12, № 3. — С. 387–405.
2. Bandyopadhyay P.R., Henech C., Hrubec J.D., Semenov B.N., Amirov A.I., Kulik V.M., Malyuga A.G., Choi K-S., Escudier M.P. Experiments on the effects of ageing on compliant coating drag reduction // Physics of Fluids. — 2005. — Vol. 17, No. 8. — 085104.
3. Ферри Дж. Вязкоупругие свойства полимеров. — М.: ИЛ, 1963. — 535 с.
4. Малкин А.Я., Аскадский А.А., Коврига В.В. Методы измерения механических свойств полимеров. — М.: Химия, 1978. — 336 с.
5. Кулик В.М., Морозова С.Л. Отклик податливого покрытия на турбулентные пульсации давления // Теплофизика и аэромеханика. — 2001. — Т. 8, № 1. — С. 59–75.
6. ГОСТ 16296-80. Материалы звукоизоляционные и звукопоглощающие. Методы испытаний.
7. Росин Г.С. Измерение динамических свойств акустических материалов. — М.: Стройиздат, 1972. — 173 с.
8. Smith G.M., Weirman R.L., Zitek S.J. Determination of dynamic properties of elastomers over broad frequency range // Experimental Mechanics. — 1983. — Vol. 23, № 2. — P. 158–164.
9. Кулик В.М., Семенов Б.Н. Двухпараметрический метод измерения вязкоупругих свойств полимерных материалов // Метрология. — 1986. — № 4. — С. 32–38.
10. Кулик В.М., Родякин С.В. Деформация вязкоупругого покрытия под действием конвективных пульсаций давления // Теплофизика и аэромеханика. — 2004. — Т. 11, № 1. — С. 107–119.

*Статья поступила в редакцию 13 июля 2006 г.*